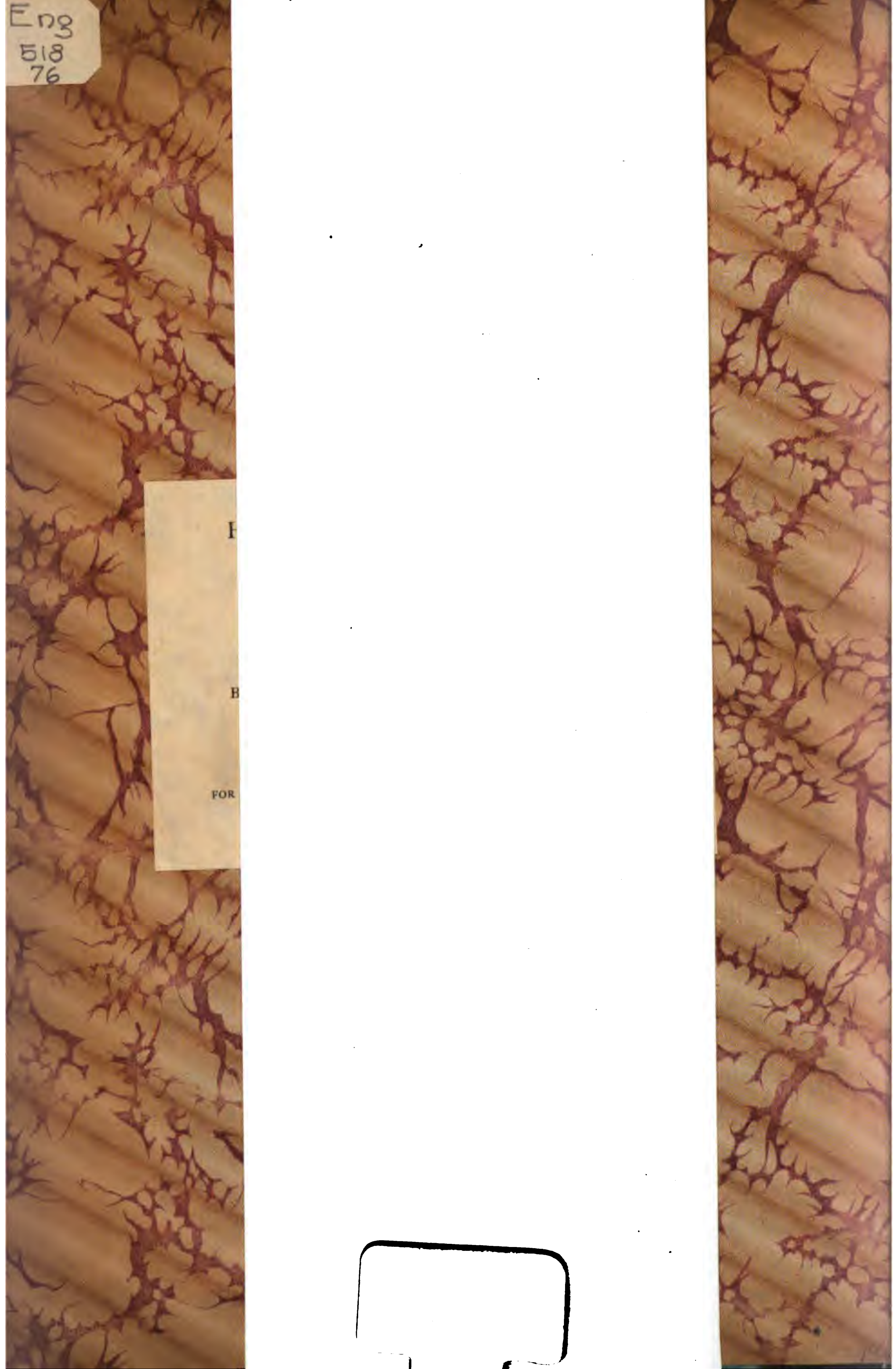

Eng
518
76



COURS
DE
TOPOGRAPHIE.

ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE.

COURS
DE
TOPOGRAPHIE.

PREMIÈRE PARTIE.

INSTRUMENTS ET PROCÉDÉS DE LEVER.

PAR A. LEHAGRE,

CHEF DE BATAILLON DU GÉNIE, PROFESSEUR DE TOPOGRAPHIE.



PARIS.

IMPRIMERIE NATIONALE.

M DCCC LXXVI.

AVANT-PROPOS.

Le cours de topographie de l'École d'application de l'artillerie et du génie a été professé pendant plus de trente ans et, pour ainsi dire, créé par M. Goulier, aujourd'hui colonel du génie. La plupart des instruments employés ont été perfectionnés par lui; quelques-uns même sont entièrement de son invention. Quant aux méthodes de lever, elles ont été, sinon créées, du moins précisées, par cet habile topographe.

L'auteur, qui a été lui-même d'abord l'élève, puis, pendant plusieurs années, l'adjoint de cet éminent professeur, n'a guère que le mérite d'avoir coordonné et rédigé ce cours, et peut-être aussi de l'avoir complété ou quelquefois modifié dans quelques parties.

Le cours de topographie se compose de trois parties principales, subdivisées chacune en plusieurs sections.

La première partie, *Instruments et procédés de lever*, contient la description sommaire et l'usage des divers instruments employés tant pour la planimétrie que pour le nivellement, l'indication des différents procédés que l'on peut employer dans les levers, et enfin quelques notions assez succinctes sur l'exécution des cartes topographiques.

La deuxième partie, *Méthodes de lever*, comprend l'exposé des différentes méthodes qui conviennent pour les levers à grande échelle, suivant les instruments employés; pour les levers d'une grande étendue, suivant leur échelle, et enfin pour les levers de reconnaissance.

La troisième partie, *Opérations trigonométriques*, est spéciale, dans le cadre d'instruction de l'École, à MM. les officiers élèves du génie. Ce n'est autre chose qu'un cours restreint de *Géodésie*, appliqué à des triangulations d'une faible étendue. Cette troisième partie comprend l'étude des principaux instruments employés pour mesurer des longueurs et des angles avec un haut degré de précision, l'établissement de la triangulation, son lever et les calculs qu'elle comporte, l'orientation des canevas, le calcul des coordonnées des points et leur construction sur les minutes du lever, les nivellements trigonométrique et barométrique.

Enfin le cours sera complété :

1° Par un album contenant des dessins des principaux instruments en usage à l'École d'application, accompagnés de légendes descriptives très-complètes ;

2° Par un second album contenant des modèles de lettres et d'écritures, des tableaux des signes et des teintes conventionnels usités en topographie aux diverses échelles, enfin des modèles de plans ou cartes topographiques à grande et à petite échelle, modelés ou non à l'effet.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION.

PREMIÈRE SECTION.

PLANIMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

MESURE DES DISTANCES. — INSTRUMENTS DE MESURE DIRECTE (PL. I).

CHAPITRE II.

MESURE DES DISTANCES. — INSTRUMENTS DE MESURE INDIRECTE (PL. II).

CHAPITRE III.

MESURE DES ANGLES. — ÉQUERRES ET INSTRUMENTS GONIOMÉTRIQUES (PL. III).

§ 3. Conditions que doit remplir le sextant par construction.

CHAPITRE V.

PROCÉDÉS GÉNÉRAUX DE LA PLANIMÉTRIE (PL. V).

§ 1er. Arpentage.

§ 2. Planimétrie. — Méthode générale.

§ 3. Lever du canevas.

§ 4. Lever des détails.

§ 5. Lever au mètre.

CHAPITRE VI.

BOUSSOLE (PL. VI).

CHAPITRE VII.

PLANCHETTE (PL. VII).

§ 1er. Mise en station et usage.

§ 2. Alidades et leurs rectifications.

§ 3. Discussion sur l'emploi de la planchette.

§ 4. Solution de quelques problèmes.

DEUXIÈME SECTION.

ALTIMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE ET PRATIQUE DU NIVELLEMENT (PL. VIII).

§ 1er. Théorie du nivellement.

CHAPITRE II.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT DIRECT. — NIVEAUX À VISÉE SIMPLE (PL. VIII).

CHAPITRE III.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT DIRECT. — NIVEAUX À LUNETTE (PL. IX).

CHAPITRE IV.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT INDIRECT. — ÉCLIMÈTRES (PL. IX).

TROISIÈME SECTION.

DESSIN TOPOGRAPHIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

DES CARTES OROMÉTRIQUES (PL. XI).

CHAPITRE III.

DES CARTES MODELÉES PAR DES HACHURES (PL. XIII ET XIV).

COURS

DE

TOPOGRAPHIE.

PREMIÈRE PARTIE.

INSTRUMENTS ET PROCÉDÉS DE LEVER.

INTRODUCTION.

La topographie a pour objet de décrire géométriquement la configuration du terrain, avec tous les détails qui se trouvent répandus à sa surface, qu'il s'agisse des accidents naturels du sol, cours d'eau, vallées, montagnes, etc., ou des objets construits par la main de l'homme, voies de communication de toutes sortes, habitations, clôtures diverses, limites de cultures, etc. But de la topographie.

Pour arriver à ce résultat, on imagine une surface de niveau, c'est-à-dire une surface telle qu'en chacun de ses points elle soit perpendiculaire à la direction de la pesanteur. Sur cette surface AMB (pl. I, fig. 1), que l'on choisit inférieure à tout le terrain que l'on considère, on projette par des normales les contours des arêtes de tous les objets répandus à la surface du sol, et on obtient ainsi une figure qui n'est autre chose qu'une projection orthogonale de celle que les différents objets font entre eux dans l'espace, et dont on peut mesurer toutes les dimensions, angles et longueurs.

A ces éléments on ajoute, pour définir le relief, la longueur des ordonnées abaissées des différents points du terrain sur cette surface de niveau inférieure, appelée alors *surface de comparaison;* ou bien on imagine une série de surfaces de niveau parallèles et équidistantes, qui déterminent sur la surface du

sol des courbes continues que l'on appelle *sections horizontales*, et que l'on projette aussi orthogonalement sur la surface de niveau inférieure.

Lever d'un terrain.

Le lever d'un terrain a pour but de fournir les mesures de tous ces éléments, et comprend par conséquent deux parties distinctes : la *planimétrie* ou le lever du plan, et l'*altimétrie* ou le nivellement, comprenant le lever des sections horizontales.

Les opérations de la *planimétrie* consistent à mesurer dans toutes ses parties la projection orthogonale ou horizontale du terrain, c'est-à-dire tous les angles et toutes les longueurs réduits à l'horizon.

Les opérations de l'*altimétrie* servent à donner la longueur des ordonnées ou les *altitudes* des différents points du terrain au-dessus de la surface de comparaison, et comprennent aussi la détermination et le lever des sections horizontales.

Enfin il faut, à l'aide de toutes ces mesures, construire sur une feuille de papier une figure semblable à la projection orthogonale du terrain, à une échelle plus ou moins réduite, qui n'est autre chose que le rapport des longueurs graphiques aux longueurs réelles des différentes lignes; c'est là ce qui constitue le dessin de la *carte* ou du *plan topographique*.

Dimension des cartes.

Le résultat que l'on obtient ainsi n'est pas d'une exactitude rigoureuse, puisqu'on passe d'une projection sur une surface courbe à une figure plane; mais il est facile de se rendre compte, en prenant le rayon de courbure moyen des surfaces de niveau et en comparant la longueur de la corde à celle de l'arc, ce qui est le cas le plus défavorable, que l'on peut, sans déformation sensible, représenter ainsi sur un plan à l'échelle de $\frac{1}{1000}$ une étendue de terrain de 58 kilomètres de diamètre. Or ces dimensions dépasseront toujours de beaucoup l'étendue des plans topographiques à grande échelle qui embrassent ordinairement une surface de terrain relativement assez restreinte, et, comme le diamètre de la carte qu'on peut ainsi représenter sur un plan sans erreur appréciable va en croissant très-rapidement à mesure que l'échelle diminue[1], on voit qu'il n'y a pas lieu de s'inquiéter en aucune façon de la déformation résultant de ce mode de projection.

Le dessin obtenu prend le nom de *carte* ou de *plan*, suivant l'étendue qu'il

[1] Tableau indiquant les surfaces de terrain qu'on peut représenter aux différentes échelles, sans déformation sensible, par le mode de projection considéré.

Échelles..........	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{5000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{20000}$	$\frac{1}{50000}$	$\frac{1}{100000}$
Rayon de la carte...	29^{km}	37^{km}	50^{km}	67^{km}	79^{km}	134^{km}

embrasse, suivant l'usage auquel il est destiné, soit qu'il intéresse à la fois plusieurs services, ou qu'il ait une destination tout à fait spéciale.

Division du cours.

Nous aurons donc à nous occuper successivement des différents éléments que nous venons de considérer, ce qui trace pour ainsi dire notre programme et nous amène à diviser cette portion du cours en trois sections distinctes :

Première section. — Planimétrie, comprenant la mesure des longueurs et des angles et l'étude des instruments et des procédés de lever.

Deuxième section. — Altimétrie, comprenant la détermination des altitudes, le tracé et le lever des sections horizontales et l'étude des instruments et des procédés de nivellement.

Troisième section. — Dessin topographique, comprenant l'exécution des cartes ou plans topographiques, l'étude des diverses conventions en usage et la manière d'exprimer à l'aide de la plume ou du pinceau l'état habituel de la surface du sol.

En ce qui concerne cette dernière section, nous n'entrerons pas dans tous les développements qu'elle comporte et nous nous contenterons des prescriptions principales, vu que, d'après le programme du cours, elle ne fait l'objet que d'une seule leçon.

Pour compléter ce sujet, nous renvoyons aux prescriptions particulières contenues dans les instructions spéciales sur chaque genre de lever, et aussi aux indications verbales qui seront données dans les salles d'étude, à l'occasion des différents travaux graphiques.

Quant aux matières contenues dans les deux premières sections, nous les avons groupées par chapitres, sans nous astreindre à suivre toujours l'ordre des leçons du programme, d'abord parce que cette division en leçons n'est pas toujours en rapport avec le temps nécessaire pour exposer les questions contenues dans chacune d'elles, et surtout parce que, dans la pratique, on sera souvent obligé, en raison des travaux d'application, de modifier l'ordre des leçons et même les matières à traiter dans chacune d'elles. D'ailleurs une table analytique permettra de trouver facilement le chapitre et le paragraphe qu'on aura besoin de consulter.

En ce qui concerne les instruments, nous avons supprimé complétement la partie descriptive, nous contentant d'indiquer sommairement les éléments essentiels dont ils se composent.

Nous renvoyons, pour compléter ce sujet, aux exercices topographiques, pendant lesquels le professeur et ses adjoints mettent successivement les principaux instruments entre les mains des élèves, et aussi à un album que nous publierons plus tard et qui contiendra les dessins de tous ces instruments accompagnés de légendes descriptives très-complètes.

PREMIÈRE SECTION.

PLANIMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

MESURE DES DISTANCES. — INSTRUMENTS DE MESURE DIRECTE (PL. 1).

§ 1er. Diverses mesures usitées. — Mesurage au quintuple mètre.

La loi ne reconnaît pour mesures de longueur que le mètre, son multiple et son sous-multiple décimal, puis les moitiés et les doubles de ces trois quantités, de sorte que les mesures légales peuvent se grouper dans le tableau suivant : Mesures légales.

	m	m	m
Leurs doubles....................	0,20	2,00	20,00
Mesures simples..................	0,10	1,00	10,00
Leurs moitiés....................	0,05	0,50	5,00

Les mesures comprises dans la première colonne ne servent guère que pour la construction ou la mesure des longueurs sur les dessins; la dernière n'est même pas usitée.

Sur le terrain, les instruments employés pour mesurer les distances sont le mètre, le double mètre, le quintuple mètre, les règles et le décamètre ou le double décamètre. Les règles, qui ont généralement 4 mètres de longueur, et le quadruple mètre, qui remplace souvent le quintuple mètre dans les opérations topographiques, ne sont pas des mesures légales, puisqu'elles n'entrent dans aucune des séries du tableau ci-dessus; elles ne seraient donc pas admises au poinçonnage par les vérificateurs des poids et mesures. Cependant on continue à les employer souvent de préférence en topographie, parce que ces règles, étant moins longues, sont moins embarrassantes à transporter et d'un emploi plus commode dans bien des cas.

Le mètre et le double mètre ne servent que pour les petites mesures de détail, et si on avait, exceptionnellement, une longueur un peu considérable à mesurer avec ces instruments, on serait astreint aux mêmes précautions que pour les mesures aux quintuples mètres dont nous parlerons avec quelque détail. Le mètre et le double mètre.

Quintuples mètres.

Les quintuples mètres sont des règles prismatiques en sapin, de section hexagonale, terminées aux deux extrémités par des garnitures en fer et divisées de mètre en mètre par des traits numérotés 1, 2, 3, 4. Le sapin de droit fil est préférable à tout autre bois, parce qu'il est le plus invariable dans le sens de la longueur, tout en ayant une légèreté et une rigidité très-grandes. Il faut au moins deux règles pour faire une mesure de longueur.

Étalonnage.

La première chose à faire est d'étalonner les quintuples mètres dont on doit se servir, afin de s'assurer qu'ils ont bien la longueur que leur nom indique. Cette précaution s'applique du reste à tous les instruments qui servent à la mesure des distances. Nous ferons cette vérification, pour les quintuples mètres, avec un mètre étalon; c'est une règle, généralement en laiton, qui a la longueur légale du mètre, lorsqu'elle est à la température de la glace fondante. Alors, si nous désignons par δ la dilatabilité du laiton de 0 degré à 100 degrés, à la température t à laquelle se fera l'étalonnage, la longueur du mètre étalon sera $1^{m} + \frac{t\delta}{100}$; et il ne faut pas croire que cet accroissement de longueur soit négligeable, car pour le laiton $\delta = 1^{mm},90$, c'est-à-dire près de 2 millimètres; par conséquent, si $t = 25$ degrés, l'allongement du mètre étalon sera de $0^{mm},5$ et par suite, comme on le porte cinq fois à la suite de lui-même pour étalonner un quintuple mètre, la longueur de ce dernier instrument, résultant de l'étalonnage, serait erronée de $2^{mm},5$, si l'on ne tenait pas compte de la dilatation du mètre étalon : erreur très-notable, que l'on ne doit pas négliger[1].

On portera donc le mètre étalon dilaté cinq fois à la suite de lui-même, le long du quintuple mètre, qui, pour être juste, devrait avoir une longueur égale à la somme de ces cinq étalons, moins $\frac{5t\delta}{100}$. On le modifiera donc au besoin, ou mieux on tiendra compte, dans les mesures, de la longueur qui aura été constatée.

Mesurage en terrain horizontal.

Les quintuples mètres étant étalonnés, pour faire la mesure d'une longueur en terrain uni et à peu près horizontal, on en prend deux que l'on place successivement bout à bout, l'un à la suite de l'autre, sur le sol, en ayant soin

[1] Peut-être objectera-t-on que, puisqu'on tient compte de la dilatation du mètre étalon, il faudrait tenir compte aussi de celle du quintuple mètre. Mais il faut remarquer que, si on emploie, comme on le fait généralement pour ces règles, du sapin de droit fil, il est permis de négliger la dilatation, qui n'est guère que de $0^{mm},50$ de 0 degré à 100 degrés, c'est-à-dire le quart à peu près de celle du laiton. Il n'en serait plus de même pour d'autres essences de bois, comme le buis par exemple, qui sont beaucoup plus sensibles aux variations de la température et de l'état hygrométrique de l'air.

d'éviter les chocs, qui pourraient déplacer le quintuple mètre déjà posé et entraîneraient, par suite, des erreurs dans la mesure. Pour cela, le meilleur moyen consiste à les faire d'abord se recroiser d'une petite quantité, puis on les amène doucement au contact en les faisant glisser l'un contre l'autre; si, au contraire, on les amenait au contact de loin, on éviterait difficilement les chocs. D'ailleurs, à mesure qu'un quintuple mètre est posé, l'opérateur qui en est chargé l'assujettit sur le sol avec le pied, et il sentirait très-bien le moindre mouvement de recul produit par un choc; dans ce cas, il faudrait recommencer la mesure.

La ligne à mesurer est marquée sur le terrain par deux jalons plantés à ses extrémités, et pour pouvoir aligner les quintuples mètres, il est indispensable, vu leur peu de longueur, de tracer la ligne par un cordeau de 25 à 30 mètres, que l'on se contente d'aligner directement à vue sur le jalon extrême, et que l'on déplace successivement, sans s'astreindre à jalonner, à l'avance, la ligne de 25 en 25 mètres environ [1]. C'est le long de ce cordeau que les quintuples mètres doivent être posés bout à bout, avec les précautions indiquées plus haut.

Contrôle de la mesure.

Chaque opérateur compte tacitement le nombre des quintuples mètres qu'il pose personnellement, de manière à avoir, à la fin de l'opération, un contrôle du nombre total des quintuples mètres posés; car, à l'arrivée seulement, les deux opérateurs se communiquent les nombres qu'ils ont comptés séparément, et, s'ils se trouvent dans le même ordre qu'au départ, les deux nombres doivent être égaux; si, au contraire, ils sont en ordre inverse, les deux nombres doivent différer d'une unité. Il est clair, toutefois, que ce contrôle n'a rien

[1] Cette manière d'opérer, sans jalonner préalablement la ligne, est toujours suffisante, car on placera certainement l'extrémité d'un cordeau de 30 mètres dans l'alignement à moins de $0^m,20$ près. Soit AA′ (pl. I, fig. 2) l'erreur à craindre sur l'alignement; il en résulte que l'on mesurera A′B au lieu de mesurer AB, et par suite l'erreur à craindre sur la longueur sera représentée par la différence A′B — AB. Or, dans le triangle rectangle A′B, on a :

$$\overline{A'B}^2 - \overline{AB}^2 = \overline{AA'}^2 \text{ ou } (A'B - AB)(A'B + AB) = \overline{AA'}^2,$$

d'où

$$A'B - AB = \text{Err.} = \frac{\overline{AA'}^2}{A'B + AB}.$$

Et si dans le second membre nous remplaçons A′B + AB par 2AB, ce qui est permis sans erreur appréciable, nous aurons : $\text{Err.} = \frac{\overline{AA'}^2}{2AB} = \frac{\overline{0,20}^2}{60} = \frac{0,04}{60} = \frac{2}{3}$ de millimètre, quantité négligeable, d'autant plus que $0^m,20$ est certainement une limite supérieure de l'erreur à craindre dans l'alignement du cordeau de 30 mètres, erreur qui, le plus souvent, ne dépassera pas $0^m,10$.

d'absolu, et qu'il sera toujours prudent, avec ces instruments, comme avec tout autre, du reste, non-seulement de faire une seconde fois la même mesure, mais encore de la recommencer avec un instrument plus rapide, quand ce serait même le pas, de manière à retrouver les grosses fautes qui auraient pu se glisser dans l'opération. Au point d'arrivée, on complète la mesure à l'aide d'un mètre divisé en décimètres et en centimètres et on estime les millimètres.

Précision de la mesure.

Le terrain horizontal ou peu incliné et uni permettant d'opérer par contact, comme nous l'avons supposé, on doit, avec les quintuples mètres, obtenir une longueur de 100 mètres à $0^m,02$ près, ce qui correspond à une approximation de $\frac{1}{5000}$.

Mesurage en terrain incliné.

Lorsqu'on opère en terrain incliné, il faut, autant que possible, faire la mesure en descendant, parce que, de cette façon, l'opération est plus commode et plus sûre. On procède par ressauts horizontaux (pl. I. fig. 3); un niveau de maçon, ou mieux un niveau à bulle d'air que l'on place sur chaque quintuple mètre, permet de le rendre horizontal quand une de ses extrémités repose sur le sol. On peut encore remplacer ces niveaux par une petite équerre que l'on place sous l'extrémité élevée du quintuple mètre, et dont on rend le grand côté vertical en faisant battre contre l'équerre un fil à plomb; ou bien encore, lorsque le terrain n'est pas très-incliné et que l'on ne vise pas à une grande rigueur, on se contente de faire descendre le fil à plomb à l'extrémité libre du quintuple mètre et de juger à vue si la direction de la règle lui est perpendiculaire[1]. Dans tous les cas, et quelle que soit la manière dont on assure l'horizontalité des quintuples mètres, on place l'extrémité du deuxième sur le sol, au point marqué par la pointe du fil à plomb, et on continue ainsi de suite. Il va sans dire que la ligne à mesurer a été préalablement tracée par un cordeau comme précédemment.

Si l'on voulait faire la mesure en montant, on éprouverait beaucoup plus de difficultés, parce qu'il faudrait déplacer plusieurs fois l'extrémité de la règle qui repose sur le sol, de manière à mettre son extrémité libre à l'aplomb de l'extrémité du dernier quintuple mètre posé. Les tâtonnements seraient donc beaucoup plus longs et plus difficiles, et, par suite, l'exactitude de la mesure s'en ressentirait.

[1] Un opérateur exercé en juge à 1 ou 2 degrés près. Pour ces incertitudes de 1 et de 2 degrés, la longueur de la règle serait raccourcie respectivement de $\frac{1}{6600}$ et de $\frac{1}{1600}$.

La mesure en terrain incliné présente, on le voit, d'assez grandes difficultés; en outre, il existe toujours plus ou moins d'incertitude sur l'horizontalité des quintuples mètres et sur la mise en contact du bout d'un quintuple mètre avec le fil à plomb qu'on laisse pendre à l'extrémité du précédent; ce fil à plomb lui-même peut, d'ailleurs, être plus ou moins déplacé par l'action du vent. Il résulte, de toutes ces causes, que l'on ne peut pas fixer de limite à la précision d'une pareille mesure; elle dépend trop, en effet, de l'adresse, de la patience et du soin des opérateurs. Précision de la mesure.

§ 2. Mesurage avec les règles du commandant Clerc.

Pour mesurer de grandes longueurs avec un haut degré de précision, on emploie les règles du commandant Clerc ou des règles analogues, et pour les opérations courantes de topographie on se sert de la chaîne décamètre ou double décamètre. Mesure des grandes distances.

Les règles du commandant Clerc, ou plutôt celles qui ont été construites sur un modèle analogue pour l'École d'application, sont en sapin de droit fil, et ont 4 mètres de longueur sur 10 centimètres de hauteur et 3 d'épaisseur (fig. 4). Elles sont au nombre de deux, portées chacune par deux pieds, auxquels elles sont réunies par des doubles boîtes en fonte, disposition qui permet de les rendre horizontales, en les faisant monter ou descendre le long d'un de leurs pieds, d'après les indications d'un petit niveau à bulle d'air. Elles portent à chacune de leurs extrémités des demi-cylindres en acier, l'un vertical et l'autre horizontal, de telle sorte que, lorsque les deux règles sont en contact, elles ne se touchent que par un point des génératrices extrêmes de ces deux demi-cylindres, ce qui offre plus de précision. Enfin le cylindre horizontal[1] est porté par une réglette métallique, divisée en millimètres et mobile dans une coulisse horizontale, portant un trait de repère et un vernier, ce qui permet de lire en millimètres et dixièmes de millimètre la quantité dont on a fait marcher le cylindre horizontal. Règles du commandant Clerc.

Les règles étant préalablement étalonnées[2], et la ligne à mesurer étant jalonnée, puis tracée par un cordeau bien tendu, on vient poser successivement les règles l'une à la suite de l'autre, de manière que leurs pieds s'appuient Mesure des distances avec les règles.

[1] Dans les règles du commandant Clerc, c'est le cylindre vertical qui est mobile.

[2] Nous ne parlerons pas ici de la manière de faire cet étalonnage, et nous renvoyons, d'ailleurs, pour tout ce qui concerne les mesures avec les règles, à la partie du cours relative aux opérations trigonométriques, dans laquelle cette question est traitée avec plus de détails.

contre le cordeau, et qu'elles soient horizontales (fig. 5). On a soin aussi de laisser entre deux règles consécutives un petit intervalle, de manière à éviter les chocs qui résulteraient inévitablement d'un contact direct; puis on amène, par un mouvement doux de la réglette mobile, les deux cylindres en contact, et on lit sur le vernier la quantité dont on a fait ainsi avancer le cylindre horizontal, quantité qu'il faudra ajouter à la longueur de la première règle posée. Puis on reporte cette première règle à la suite de la seconde, restée fixe, en prenant les mêmes précautions, et ainsi de suite. Au point d'arrivée, on complète la mesure à l'aide d'un mètre divisé en millimètres, et la longueur totale mesurée résulte du nombre de règles qui ont été posées, de la somme des longueurs de tous les intervalles dont on a tenu registre, et enfin de la longueur complémentaire finale, laquelle peut être additive ou soustractive, suivant que la dernière règle posée dépasse plus ou moins l'extrémité de la ligne à mesurer.

La mesure se fait identiquement de la même manière en terrain horizontal ou en terrain incliné, pourvu, cependant, que l'inclinaison ne soit pas trop considérable (fig. 5), car alors on profite de la hauteur des pieds et aussi de celle des règles pour racheter, dans certaines limites, la différence de niveau résultant de la pente du terrain. Mais si l'inclinaison dépassait une certaine valeur, il faudrait amener le contact de deux règles consécutives par l'intermédiaire d'un fil à plomb, ce qui serait une source d'erreurs nombreuses et nuirait par conséquent beaucoup à la précision de la mesure.

Précision du mesurage.

Quand on opère dans de bonnes conditions, avec des aides exercés et consciencieux, on arrive à mesurer, avec les règles, une distance de 100 mètres à 1 centimètre près, ce qui donne une approximation de $\frac{1}{10000}$. La rapidité de la mesure est, d'ailleurs, assez grande, puisque, avec un peu d'habitude, il ne faut pas plus d'une minute pour poser une règle.

Ce procédé ne peut pourtant pas s'employer pour les opérations courantes de topographie; il est trop long et donnerait souvent, d'ailleurs, une précision superflue, sans parler des cas où il serait à peu près impossible de manœuvrer les règles.

§ 3. Mesurage avec la chaîne.

Décamètre et double décamètre.

L'instrument employé usuellement pour la mesure des distances topographiques est la chaîne de 10 mètres et quelquefois de 20 mètres. Cette dernière permet d'opérer plus rapidement sur les terrains nus, peu inclinés et à peu près unis, tels que des routes: mais elle est plus embarrassante et ne peut

pas servir dans tous les cas de la pratique : aussi préfère-t-on, en général, les chaînes de 10 mètres.

On les compose de chaînons tantôt de 20 centimètres, tantôt de 50 centimètres de longueur, y compris la longueur des anneaux qui servent à les réunir. Les chaînons de 20 centimètres permettent de replier la chaîne de manière à lui faire occuper un plus petit volume, mais aussi la chaîne a l'inconvénient de s'allonger beaucoup plus facilement par l'usage, ce qui fait que l'on préfère généralement les chaînons de 50 centimètres. Les anneaux marquant les mètres sont de cuivre, tandis que les autres sont de fer, et le milieu de la chaîne est marqué par un anneau plus grand que les autres ou mieux par une petite fiche en fer suspendue à un anneau en cuivre ordinaire. Ses extrémités sont pourvues de deux poignées comprises dans la longueur de la chaîne, et qui, dans les chaînes communes (fig. 6), sont tout simplement en fil de fer, comme le reste de l'instrument; mais dans les chaînes plus soignées, ces poignées sont de cuivre (fig. 7) et portent deux rainures en croix, dans lesquelles on engage la fiche que l'on plante à l'extrémité de chaque longueur de chaîne[1]. La chaîne est accompagnée de dix fiches ordinaires et d'une fiche à plomb, dont nous verrons l'usage tout à l'heure. Il est important que ces fiches soient plantées dans une direction bien perpendiculaire à la direction générale de la chaîne, ce que l'on obtient assez facilement en ayant soin de prendre dans la même main la poignée et la fiche, de manière que celle-ci soit tenue non par son extrémité, mais aussi près que possible de la pointe, la pression du pouce servant à l'assujettir dans la rainure de la poignée (fig. 7).

Chaîne et ses fiches.

Quelques chaînes bien faites présentent une disposition qui facilite cette opération : c'est un chaînon rigide (fig. 8) attenant à la poignée, et qui dirige forcément la main au moment où l'on enfonce la fiche.

D'autres chaînes sont munies de poignées d'un modèle tout à fait particulier (fig. 8), qui est certainement le résultat de l'expérience d'un praticien habile. Avec cette poignée, la position de la main est tellement obligée qu'il est presque impossible de ne pas placer involontairement la fiche de la manière la plus convenable pour obtenir le but qu'on se propose.

Avant de se servir d'une chaîne, il faut l'étalonner, ce qui se fait très-simplement à l'aide de deux quintuples mètres, préalablement étalonnés eux-mêmes, et que l'on place bout à bout. Il serait encore plus simple d'avoir fait

Étalonnage.

[1] Dans le cas des poignées en fil de fer, pour tenir compte de l'épaisseur des fiches, on a soin de les mettre alternativement en dehors et en dedans de l'anneau qui sert de poignée.

graver, une fois pour toutes, sur un dallage, par exemple, deux traits dont la distance serait exactement de 10 mètres. Il suffira alors de présenter entre ces deux traits, ou, à leur défaut, sur les deux quintuples mètres mis bout à bout, la chaîne que l'on veut vérifier, et, au moyen de quelques coups de marteau, on resserre les anneaux qui se sont trop ouverts, de manière à lui donner la longueur convenable.

Marche générale à suivre dans les chaînages.

Pour faire un chaînage il faut deux opérateurs : l'un, qui prend le nom de *chaîneur* et qui marche en arrière, tient l'une des poignées de la chaîne et dirige l'opération; l'autre, qui prend le nom d'*aide-chaîneur,* marche en avant en emportant l'autre poignée de la chaîne dans la main droite et les dix fiches avec la fiche à plomb enfilées par leurs anneaux dans un doigt de la main gauche. Le chaîneur, plaçant sa poignée sur la tête du piquet de départ, fait tendre la chaîne le mieux possible et aligne son aide sur le jalon extrême en lui faisant des signes de la main; l'aide-chaîneur, qui, en marchant, a eu soin de passer de la main gauche dans la main droite une fiche qu'il assujettit contre la poignée de la chaîne avec les précautions indiquées plus haut, obéit aux indications du chaîneur et, lorsqu'il est *bien,* enfonce sa fiche dans le sol bien perpendiculairement à la direction de la chaîne. Puis les deux opérateurs se relèvent et marchent en avant en emportant la chaîne tendue, jusqu'à ce que le chaîneur arrive à la hauteur de la première fiche posée, contre laquelle il vient appuyer sa poignée; et les mêmes opérations se répètent ainsi, le chaîneur ayant soin d'enlever au fur et à mesure toutes les fiches posées par son aide, jusqu'à ce que celui-ci ait épuisé les dix fiches qu'il avait en main. Alors il continue encore à tendre la chaîne de toute sa longueur, comme précédemment, à partir de la dixième fiche posée, puis, abandonnant sa poignée sur le sol, il revient près du chaîneur, des mains duquel il reçoit de nouveau ses dix fiches, qu'il a soin de compter en retournant à sa place. C'est ce qu'on appelle faire l'*échange des fiches,* opération qui se renouvelle à chaque centaine de mètres mesurée. Au point d'arrivée, on peut soit tendre encore la chaîne de toute sa longueur, à partir de la dernière fiche posée, et lire sur la tête du piquet le nombre correspondant de mètres, de décimètres et de centimètres (qu'on estime à vue), ou mieux l'aide-chaîneur va tenir sa poignée sur la tête du piquet et le chaîneur, se transportant près de la dernière fiche, tend la chaîne et lit l'appoint. Pour obtenir la longueur mesurée, il faut d'abord savoir combien de fois on a fait l'échange des fiches, ce qui donne le nombre de centaines de mètres; puis le chaîneur compte le nombre de fiches qu'il a

Échange des fiches.

relevées, sans oublier celle qui est à ses pieds, ce qui donne le nombre de dizaines de mètres, et, comme moyen de contrôle, il demande à son aide combien il lui reste de fiches en main; la somme des deux nombres doit faire dix. Enfin on ajoute l'appoint, qu'on arrive facilement à lire à 1 centimètre près.

Précautions à prendre dans les chaînages.

Les chaînages sont exposés à des fautes nombreuses contre lesquelles on doit se mettre en garde. Il faut d'abord éviter la formation des nœuds, car chaque nœud raccourcit la chaîne de 4 ou 5 centimètres, et, par suite, après avoir porté sur le terrain une chaîne présentant un seul nœud dix fois à la suite d'elle-même, on aurait commis sur la longueur une erreur de 40 à 50 centimètres. Après avoir déplié la chaîne, le premier soin est donc de s'assurer qu'elle ne présente pas de nœud, et, pour cela, le moyen le plus sûr est de la passer dans la main, surtout lorsque les anneaux qui terminent les différents chaînons et qui servent à les réunir sont circulaires; car, avec de pareilles chaînes, les nœuds sont très-peu visibles; lorsque, au contraire, ces anneaux sont allongés en forme de poire, comme cela a lieu dans les chaînes plus soignées, les nœuds, qui ont du reste peut-être un peu moins de tendance à se former, frappent immédiatement la vue lorsqu'ils viennent à se produire, parce que les deux chaînons contigus au nœud forment alors entre eux un angle très-prononcé. Dans tous les cas, après s'être assuré, au commencement d'une mesure, que la chaîne ne renferme pas de nœuds, il faut, pour en éviter la formation ultérieure, ne jamais replier la chaîne sur elle-même pendant le cours des opérations, spécialement au moment de l'échange des fiches et à la fin de chaque mesure; dans ces deux cas, il faut toujours, comme cela a déjà été dit, étendre la chaîne de toute sa longueur et abandonner sa poignée à terre quand l'un des chaîneurs a besoin de se transporter isolément d'un point à un autre.

Les erreurs les plus fréquentes dans les chaînages sont celles de 10 mètres, résultant de ce qu'on a opéré, sans le savoir, avec 9 fiches au lieu de 10, ou bien de l'oubli d'une fiche au moment de l'échange, ou encore de ce que le chaîneur, à la fin de la mesure, néglige de compter la fiche qu'il a à ses pieds. Pour se mettre, autant que possible, à l'abri de ces causes d'erreur, il faut vérifier fréquemment le compte des fiches dont on se sert : en particulier, le chaîneur et son aide doivent les compter, *chacun séparément,* au commencement d'une mesure, puis au commencement de chaque échange, et enfin ils doivent, à l'arrivée, en vérifier le compte, en faisant la somme des fiches qu'ils ont respectivement en main.

Précision de la mesure.

Avec ces précautions, et en terrain uni, horizontal ou peu incliné, on obtient, à l'aide de la chaîne, une longueur de 100 mètres à 10 centimètres près, ce qui correspond à une approximation de $\frac{1}{1000}$.

Chaînage en terrain incliné.

Lorsque l'on a une longueur à mesurer en terrain incliné, on cherche, autant que possible, à opérer en descendant : c'est plus commode. On procède par ressauts horizontaux de 10 mètres, de 5 mètres et même moins, suivant que la pente du terrain est plus ou moins considérable. Pour cela, le chaîneur ayant sa poignée sur le sol contre la dernière fiche posée (fig. 9), son aide élève la sienne jusqu'à ce que la chaîne, tendue autant que possible, lui paraisse horizontale à vue; alors il projette l'extrémité élevée de la chaîne sur le sol, à l'aide de la fiche à plomb, qu'il remplace ensuite par une fiche ordinaire, et ainsi de suite.

Lorsqu'on opère en montant (fig. 10), le chaîneur est muni d'un jalon qu'il tient de la main gauche et qu'il met vertical à vue en le plaçant vers le milieu de son corps, ses épaules étant dans la direction de la ligne à mesurer; c'est le long de ce jalon qu'il élève la poignée de sa chaîne avec la main droite, jusqu'à ce que, l'aide ayant sa poignée sur le sol, et la chaîne étant aussi tendue que possible, elle lui paraisse horizontale à vue.

Erreurs à craindre dans les chaînages en terrain incliné.

Dans ces deux cas nous avons une première cause d'erreur tenant à ce que la chaîne prendra toujours la forme d'une courbe, quelque effort que l'on fasse pour la tendre; il en résulte qu'en fait elle se trouve raccourcie, et que nous portons, par conséquent, chaque fois, une longueur plus petite que 10 mètres; par suite, les distances mesurées en terrain incliné devraient être trouvées trop longues.

Dans les chaînages en descendant, nous avons une autre cause d'erreur, qui agit tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et qui peut être assez considérable. Elle tient à l'incertitude qui existe forcément sur la projection de l'extrémité élevée de la chaîne, incertitude qui peut varier beaucoup avec la force et la direction du vent agissant sur la fiche à plomb.

Dans les chaînages en montant, outre l'incertitude analogue résultant du défaut de verticalité du jalon le long duquel le chaîneur élève la poignée de sa chaîne, il existe une autre cause d'erreur agissant toujours dans le même sens et provenant du mouvement d'entraînement involontaire[1] que subit le

[1] Cette cause d'erreur produit l'effet contraire de celui qui est dû à la courbure de la chaîne, et, comme son action peut être prédominante, il en résulte que les longueurs chaînées en montant sont souvent trop courtes.

chaîneur, par suite de la traction de la chaîne et malgré les efforts qu'il fait pour y résister.

Quoi qu'il en soit, il résulte de tout ce qui précède que ces mesurages en terrain incliné sont exposés à trop de causes d'incertitude pour qu'il soit possible de fixer une limite au degré de précision sur lequel on doit compter. L'erreur à craindre peut atteindre 20, 30 et quelquefois même 40 centimètres pour 100 mètres. Précision de la mesure.

§ 4. Réduction à l'horizon. — Autres instruments de mesure.

Pour éviter l'incertitude des mesures par ressauts horizontaux en terrain incliné, toutes les fois que l'on a un moyen de connaître l'angle de pente, on préfère exécuter les mesures suivant la pente et on les réduit à l'horizon par la formule (fig. 11) : Réduction à l'horizon des longueurs chaînées suivant la pente.

$$P = L \cos \varphi$$

ou

$$P = L - L(1 - \cos \varphi).$$

Il est plus avantageux de se servir de la seconde formule, pourvu qu'on ait une table qui donne les valeurs de $1 - \cos \varphi$; car la correction à faire subir à L étant forcément un nombre plus petit, le calcul sera lui-même plus court.

Mais il vaut mieux encore remplacer le calcul, qui est toujours long et sujet à des fautes nombreuses, par une échelle de réduction à l'horizon construite de la manière suivante (fig. 12) : Échelle de réduction à l'horizon.

Soit AB l'échelle du dessin pour les distances mesurées horizontalement; sur le milieu de AB, au point D, élevons une perpendiculaire sur laquelle nous prendrons un point C tel, que CD soit égal à une fois et demie au moins la longueur AB. Du point C comme centre, avec CD pour rayon, décrivons un arc de cercle qui sera tangent à AB et divisons-le en degrés à partir du point D. Pour cela, nous prenons d'abord l'arc de 60 degrés avec une distance DK égale au rayon; on le divise en deux parties égales, de 30 degrés chacune, puis chaque arc de 30 degrés en trois parties de 10 degrés, et ainsi de suite. On numérote les arcs ainsi obtenus à partir de D; par chacun de ces points on mène des parallèles à AB et l'on joint chacun des points de division de l'échelle inférieure au point C. Enfin on reporte aux extrémités des lignes horizontales les chiffres de degrés, et l'échelle est construite.

Toutes les parallèles sont ainsi divisées en parties proportionnelles à celles de l'échelle inférieure, et l'on a, pour l'une quelconque d'entre elles, corres-

pondant à un angle $\varphi = 20$ degrés par exemple, en désignant par R le rayon DC,

$$\frac{mn}{MN} = \frac{CE}{CD} = \frac{R\cos\varphi}{R},$$

d'où $$mn = MN \times \cos\varphi.$$

Donc mn est la réduction à l'horizon de MN. De là résulte la règle suivante :

Pour réduire à l'horizon une longueur quelconque, mesurée suivant un angle de pente $\varphi = 20$ degrés par exemple, au lieu de la prendre de M *en* N *sur l'échelle des distances horizontales, prenez-la de m en n sur l'échelle marquée 20 degrés.*

Cette échelle, qui n'est composée que de lignes parallèles et de lignes convergentes, peut être tracée facilement sur cuivre par des procédés mécaniques, et donne alors pour la construction des longueurs la même exactitude qu'une échelle ordinaire sur laquelle on prendrait les mêmes longueurs, préalablement réduites à l'horizon par le calcul.

Il peut arriver quelquefois que, au lieu de connaître l'angle de pente, on connaisse la différence de niveau des deux points dont on a mesuré la distance inclinée (fig. 11). On obtient alors la réduction à l'horizon de la manière suivante : le triangle rectangle AB'B donne

$$L^2 - P^2 = H^2 \quad \text{ou} \quad (L-P)(L+P) = H^2,$$

d'où $$L - P = \frac{H^2}{L+P} = \frac{H^2}{2L}$$

sans erreur appréciable.

Décamètre en ressort. La chaîne est remplacée avantageusement, dans bien des cas, par le décamètre en ressort, qui est un ruban d'acier de 15 à 16 millimètres de largeur, divisé en mètres et décimètres et muni à ses deux extrémités de poignées dont la longueur est comprise dans celle du décamètre. Cet instrument a l'avantage d'être plus léger et plus facile à tendre ; de plus, on n'a pas à craindre la formation des nœuds, et il est moins susceptible de prendre de l'allongement par l'usage. Les mesures se font du reste de la même manière qu'avec la chaîne et donnent un peu plus de précision.

Mais le décamètre en ressort a l'inconvénient d'être un peu plus fragile, et, s'il ne se prête pas à la formation des nœuds, il est exposé à se rompre quand on le replie trop brusquement sur lui-même. De plus, il ne se prête peut-être pas aussi bien aux mesures dans tous les cas de la pratique, lorsqu'il se présente des obstacles, des broussailles, etc., ou pour les petites mesures de

détail dans les cours, au milieu des maisons, etc. Il convient donc surtout pour les mesures courantes un peu longues, sur une route, par exemple.

Roulettes en ruban.

On peut aussi se servir des roulettes en ruban; mais ces instruments, trop sujets aux variations de longueur par suite des alternatives de sécheresse et d'humidité, ne sont pas, à proprement parler, des instruments de topographie et ne peuvent guère être employés que pour des levers intérieurs de bâtiments ou de machines.

Mesure au pas.

Enfin, on peut encore faire les mesures, soit au pas métrique, soit au pas ordinaire, après l'avoir préalablement étalonné, et on obtient ainsi les longueurs à $\frac{1}{50}$ près environ. Nous aurons occasion de revenir sur ce mode de mesurer les distances.

§ 5. Erreurs à craindre dans la mesure des longueurs. — Choix du procédé.

Discussion des erreurs à craindre dans la mesure des longueurs.

Avant de quitter les instruments qui servent à mesurer les longueurs, nous allons discuter d'une manière succincte les erreurs de différentes natures auxquelles on est exposé, afin de nous rendre compte de la manière dont varie l'erreur avec la longueur de la ligne mesurée, et surtout pour arriver à choisir, suivant les cas, entre les différents instruments.

Dans toute opération qui se compose d'une série d'opérations identiques, il y a toujours à considérer deux sortes d'erreurs : les *erreurs systématiques* et les *erreurs accidentelles*. Les premières ont pour caractère de se reproduire dans chaque opération partielle toujours dans le même sens et à peu près avec la même valeur; les secondes, au contraire, se produisent tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et avec des valeurs extrêmement variables.

Erreurs systématiques.

Pour mieux faire comprendre cette distinction, prenons pour exemple un chaînage.

Si la chaîne dont on se sert a 2 centimètres de moins, je suppose, que sa véritable longueur, chaque fois que nous croirons porter 10 mètres sur le terrain, nous porterons, en réalité, 2 centimètres de moins; c'est une erreur systématique, qui croîtra proportionnellement avec le nombre des portées, c'est-à-dire avec le nombre des opérations.

On a remarqué aussi que certains chaîneurs avaient de la tendance à incliner toujours leurs fiches dans le même sens, en avant, lorsqu'ils les enfoncent dans le sol, et toujours à peu près de la même quantité [1]. C'est encore là une

[1] Cette tendance de certains chaîneurs à planter toujours leurs fiches trop en avant a pour effet de

erreur systématique, qui croîtra proportionnellement avec la longueur mesurée.

Ces deux exemples suffisent pour faire comprendre que le caractère essentiel de l'erreur systématique est de croître proportionnellement au nombre des opérations.

Si donc nous désignons par e_s l'erreur systématique que l'on peut commettre sur une opération unique, sur n opérations consécutives de la même nature nous commettrons une erreur représentée par ne_s.

Erreurs accidentelles. Il n'en est plus de même des erreurs accidentelles, et, pour en revenir à notre exemple du chaînage, l'erreur qui résulterait de ce qu'on planterait la fiche tantôt en avant, tantôt en arrière de sa véritable position, et de quantités variables, serait une erreur accidentelle. Il en est de même de celle qui provient de ce que la chaîne est plus ou moins bien tendue à chaque portée.

On comprend aisément que de pareilles erreurs ne croissent plus proportionnellement au nombre des opérations, car, puisqu'elles se produisent tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, elles doivent tendre à se compenser en partie.

Or, le calcul des probabilités nous apprend qu'après n opérations exposées chacune à une erreur accidentelle e_a, l'erreur qui affecte le résultat final est représentée par e_a multiplié non par n, mais par $\sqrt{n}$, à la condition toutefois que n soit très-considérable.

Si donc nous désignons par E l'erreur totale à craindre sur un résultat provenant de n opérations semblables exposées chacune à des erreurs systématiques e_s et à des erreurs accidentelles e_a, nous aurons :

$$E = \pm ne_s \pm e_a\sqrt{n},$$

c'est-à-dire que l'erreur croîtra un peu moins vite que le nombre des opérations, et, s'il s'agit de la mesure d'une longueur, l'erreur croîtra un peu moins vite que la longueur mesurée.

Autrement dit, l'erreur relative ira en diminuant à mesure que la distance

donner les longueurs mesurées en terrain horizontal toujours trop courtes, ce qui a conduit certains auteurs à imaginer de donner à la chaîne une longueur un peu plus petite que 10 mètres, d'une quantité qu'on déterminerait par expérience pour arriver à compenser cette erreur. Mais comme, d'un autre côté, dans les mesures faites en terrain incliné, la chaîne donne des longueurs généralement trop grandes, il vaut mieux lui laisser sa longueur exacte de 10 mètres, de manière à se mettre dans les conditions moyennes d'une bonne exactitude.

augmentera; car nous obtiendrons par exemple, dans le cas d'une mesure faite avec une chaîne de 10 mètres, pour cette erreur relative :

$$\frac{E}{10n} = \pm \frac{e_s}{10} \pm \frac{e_a}{10\sqrt{n}},$$

quantité qui ira en diminuant à mesure que n augmentera.

Donc, si, sur 100 mètres, nous avons à craindre avec la chaîne une erreur de 10 centimètres, il ne serait pas vrai de dire que, sur 1,000 mètres, on aura à craindre une erreur de 1 mètre, et ainsi de suite.

Plus grandes longueurs qu'on peut mesurer avec les divers instruments.

Cependant, pour prendre le cas le plus défavorable, supposons que l'erreur à craindre sur une mesure de longueur aille en croissant proportionnellement à cette longueur, et voyons quelles sont les plus grandes longueurs que nous pourrons mesurer avec les divers instruments, pour que l'erreur qui en résultera sur le dessin soit insensible. Or nous admettrons que la position d'un point sur un plan sera assurée avec une exactitude suffisante, si elle ne s'écarte pas de sa position vraie de plus de $\frac{1}{10}$ de millimètre, quantité tout à fait inappréciable à l'œil. Il faudra donc, pour qu'il n'y ait pas d'erreur sensible sur la position d'un point résultant d'une longueur mesurée, que l'erreur qui peut affecter la mesure de cette longueur sur le terrain soit représentée sur le dessin par $\frac{1}{10}$ de millimètre au plus.

S'il s'agit d'une mesure faite à la chaîne, cette erreur étant de $\frac{1}{1000}$, la plus grande longueur qu'on pourra mesurer avec cet instrument devra être représentée sur le dessin par 10 centimètres, parce qu'alors l'erreur graphique à craindre sera $\frac{1}{1000}$ de 10 centimètres, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$ de millimètre, et alors, suivant l'échelle du dessin, la longueur correspondante du terrain sera plus ou moins grande : 100 mètres à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, 200 mètres à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, 500 mètres à l'échelle de $\frac{1}{5000}$, etc.

Pour les mesures faites avec les quintuples mètres, la longueur graphique d'une ligne mesurée sur le terrain ne devra pas dépasser 50 centimètres, car l'erreur qui affecte ce genre de mesure étant $\frac{1}{5000}$, nous aurons $\frac{1}{5000} \times 0^{m},50 = 0^{mm},1$. Comme précédemment encore, cette longueur de 50 centimètres représentera, suivant l'échelle, 500 mètres, 1,000 mètres, 2,500 mètres, etc.

Enfin, pour les mesures avec les règles Clerc, qui sont exposées à une erreur de $\frac{1}{10000}$, la longueur des lignes sur le dessin pourra atteindre 1 mètre, dont le $\frac{1}{10000}$ est précisément $0^{mm},1$, et cette longueur graphique de 1 mètre représentera, suivant l'échelle, 1,000 mètres, 2,000 mètres, 5,000 mètres, etc.

Longueur graphique indépendante de l'échelle.

En résumé, nous voyons donc que la limite des longueurs *graphiques* que l'on pourra mesurer avec chacun de ces instruments, sans craindre une déformation sensible sur le dessin, est indépendante de l'échelle. Nous pouvons conclure aussi très-facilement de cette discussion comment nous devrons choisir l'instrument de mesure, suivant l'échelle du dessin et suivant la longueur des lignes qu'on aura à mesurer.

Il est bon de remarquer, toutefois, que les chiffres que nous avons donnés plus haut n'ont rien d'absolu. Ils devraient varier, d'une part, avec l'habileté des opérateurs et, d'autre part, avec la diminution des erreurs relatives pour les grandes distances.

CHAPITRE II.

MESURE DES DISTANCES. — INSTRUMENTS DE MESURE INDIRECTE (PL. II).

§ 1er. PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES DES LUNETTES D'INSTRUMENTS.

Les différents instruments que nous venons de passer en revue, pour la mesure des distances, exigent que l'on puisse parcourir les lignes à mesurer, ce qui, quelquefois, peut être impossible, lorsqu'il s'agit, par exemple, de points inaccessibles, ou même seulement difficile, au milieu de pierres, de rochers, de broussailles ou de cultures sur pied, par exemple; et, dans ce dernier cas, l'exactitude de la mesure se ressent forcément des difficultés qu'on rencontre. La stadia, au contraire, permet de mesurer les distances, sans les parcourir.

Nous allons donner la théorie de la stadia, et rappeler auparavant quelques propriétés géométriques des lunettes d'instruments.

Éléments essentiels d'une lunette.

Une lunette astronomique, du genre de celles qu'on adapte aux instruments de topographie, se compose essentiellement (fig. 1) d'un tube de cuivre noirci à l'intérieur et portant à l'une de ses extrémités une lentille convergente O, qu'on appelle l'*objectif*, et, à l'autre, un système de lentilles O′, qu'on appelle l'*oculaire*. Entre l'objectif et l'oculaire se trouve un *diaphragme* r, sur lequel sont fixés deux fils d'araignée en croix, qui constituent le *réticule*. Objectif. Oculaire. Réticule.

On appelle *centre optique* de l'objectif le point de la lentille qui est traversé *sans déviation* par les rayons lumineux, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison de ces rayons lumineux, pourvu qu'elle ne soit pas trop grande. La droite Oc qui joint le centre optique à la croisée des fils du réticule est ce qu'on appelle l'*axe optique* de la lunette. Centre optique. Axe optique.

Les rayons lumineux partant d'un point A et tombant sur la surface de l'objectif viennent converger, sur la droite AO prolongée, en un point a, qui est le foyer conjugué de A. Il en est de même pour tous les points de l'objet AB, de telle sorte qu'on obtient, en définitive, en ab une image complète et renversée de AB. Image focale.

Si nous désignons la distance OC par D et la distance Oc par F, F est ce Distances

focales conjuguées.

qu'on appelle la *distance focale conjuguée* de D, et ces deux distances sont toujours liées entre elles par la relation

$$(1) \qquad \frac{1}{D}+\frac{1}{F}=\text{const.}$$

Cette équation montre que D et F varient en sens inverse; par conséquent, lorsque la distance D augmente, la longueur F diminue, jusqu'à une certaine limite, qui correspond à $D=\infty$.

Dans le cas particulier où D devient infini, $\frac{1}{D}$ devient nul et F acquiert une certaine valeur P, que l'on appelle la *distance focale principale*, de telle sorte que l'équation (1) devient, en définitive,

$$(2) \qquad \frac{1}{D}+\frac{1}{F}=\frac{1}{P}.$$

Dans une lunette, il y a deux tirages : 1° celui de l'oculaire, qui permet de faire varier, suivant la vue de l'observateur, sa distance au réticule, de manière à faire voir très-nettement les fils; 2° celui du réticule ou de l'objectif, qui permet de faire varier leur distance relative, pour amener l'image focale dans le plan du réticule.

Mise au point.

Mettre une lunette au point, c'est disposer les trois éléments, objectif, réticule et oculaire, de telle sorte que l'on voie simultanément, le plus nettement possible, les fils et l'image.

Pour arriver à ce résultat, on agit successivement sur les deux tirages de la manière suivante :

1° On fait mouvoir le tirage de l'oculaire[1] jusqu'à ce que les fils paraissent bien nets et aussi noirs que possible; pour cela on dirige la lunette vers le ciel.

2° On agit sur le tirage du réticule ou de l'objectif, de manière à voir aussi nettement que possible l'image de l'objet sur lequel on dirige la lunette; mais il peut se faire alors qu'on ne voie plus très-bien les fils, et on doit alors recommencer les deux opérations précédentes, dans le même ordre, jusqu'à ce qu'on voie simultanément, le mieux possible, les fils et l'image. Un peu d'expérience apprend bien vite à restreindre ces tâtonnements, qui ne sont jamais très-longs et qui tiennent à la faculté qu'a l'œil de s'accommoder aux différentes distances, et, par conséquent, de se faire successivement myope et presbyte.

[1] L'oculaire n'est autre chose qu'une loupe ou un microscope, qui sert à regarder l'image focale en la grossissant.

3° Mais il peut encore subsister un petit défaut de mise au point, qui constitue ce qu'on appelle la *parallaxe optique,* et qu'on reconnaît à ce que, en déplaçant légèrement l'œil devant le trou de l'oculaire, on voit les fils osciller sur l'image de l'objet visé, ce qui indique, en effet, que l'image focale ne se fait pas exactement dans le plan des fils. On agit alors de nouveau sur le tirage du réticule ou de l'objectif, jusqu'à ce que la parallaxe optique ait disparu. Parallaxe optique.

Il ne faut pas craindre, au début d'une opération, de consacrer un peu de temps à faire une mise au point très-précise, car alors l'observateur n'aura plus à faire mouvoir le tirage de l'oculaire, dont il pourra même repérer la position d'un trait de crayon ou de canif sur le coulant; il n'aura plus qu'à faire varier l'écartement de l'objectif et du réticule, suivant la distance de l'objet visé.

§ 2. Théorie de la stadia.

Outre les deux fils en croix du réticule, si nous supposons sur le diaphragme d'une lunette deux autres fils *a* et *b* (fig. 2 et 3), parallèles au fil horizontal *s* et à peu près équidistants de ce dernier, ces fils constituent le *micromètre.* Micromètre.

Alors, une règle divisée en parties égales, qu'on appelle une *stadia,* étant placée en avant de la lunette perpendiculairement à son axe optique, il y aura deux traits, A et B, de cette règle qui viendront se peindre en *a* et *b* (fig. 2) sur les deux fils du micromètre, et l'on pourra compter dans la lunette le nombre de divisions comprises entre A et B; soient: Détermination des distances. Stadia.

N ce nombre de divisions;

l la longueur en mètres de chacune d'elles,

Et, par suite, $H = Nl$ la longueur AB;

D la distance SO de la règle au centre optique de l'objectif;

F la distance focale conjuguée de D;

m l'écartement *ab* des fils micrométriques.

Les deux triangles semblables OAB et O*ab* donnent

$$(3) \qquad D = H \times \frac{F}{m} = N \times \frac{lF}{m};$$

d'où l'on conclut que la distance D est proportionnelle au nombre N de divisions comprises entre les fils du micromètre, en supposant la distance focale F constante, car alors *m* et *l* étant invariables, le rapport $\frac{lF}{m}$ est constant.

Mais, si l'on veut tenir compte des variations de F, variations qui sont d'au tant plus sensibles que l'on considère des distances D plus faibles, il faut éli-

miner F dans l'équation (3), en tirant sa valeur de l'équation (2), ce qui nous donne :

$$F = \frac{PD}{D-P}.$$

Substituons dans l'équation (3) et supprimons D dans les deux nombres, il vient :

$$(4) \qquad D - P = N \times \frac{lP}{m}.$$

Dans cette équation, l, P et m sont constants : donc la distance D — P est toujours rigoureusement proportionnelle au nombre de divisions lu sur la stadia. Alors, si on règle l'écartement des fils m ou la grandeur des divisions l de telle sorte que, pour $D - P = 100^m$, les fils interceptent 100 divisions sur la stadia, on aura

$$100^m = 100 \times \frac{lP}{m}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{lP}{m} = 1^m,$$

et, par suite,

$$(5) \qquad D - P = N \times 1^m = O''S,$$

c'est-à-dire que *le nombre de divisions compris entre les fils indiquera le nombre de mètres compris entre la stadia et le point* O″, situé en avant de l'objectif à une distance égale à la distance focale principale P.

Nous pouvons arriver à la même conclusion par des considérations purement géométriques. Pour cela, parmi les rayons qui, partant de A et de B, tombent sur l'objectif pour faire, après réfraction, les images de ces points A et B en a et b sur les fils du micromètre (fig. 2), considérons ceux qui viennent passer par le point O″, foyer principal antérieur de l'objectif. Ils rencontreront l'objectif en a' et b', et, comme ils émanent du foyer principal de la lentille, ils seront réfractés parallèlement à l'axe optique, et de manière à passer par a et b, puisqu'ils font partie des rayons qui viennent former par leur concours en a et b les images des points A et B. Or l'écartement des fils micrométriques est constant; donc cet angle AO″B, qu'on appelle l'angle *micrométrique* ou *stadimétrique*, est aussi constant. Par suite, la distance O″S est toujours proportionnelle à la longueur AB interceptée sur la règle divisée ou au nombre de divisions compris dans cette longueur.

Mais ce n'est pas D — P que l'on cherche habituellement, ce n'est même pas D non plus; c'est une distance $\Delta = D + d$, d étant la distance de l'objectif au centre de l'instrument auquel est attachée la lunette (fig. 4). Nous aurons donc

$$(6) \qquad \Delta = D + d = N \times 1^m + (P + d).$$

Cette quantité constante $P+d$, facile à connaître pour chaque instrument, devra donc être ajoutée numériquement à toutes les distances lues sur la stadia.

Mais, en général, on préfère opérer la correction au moyen de la stadia elle-même. L'équation (6) peut se mettre sous la forme : Stadia corrigée.

$$\Delta = \left(N + \frac{P+d}{1^m}\right) 1^m.$$

On fait sur la stadia, à la hauteur à laquelle on dirige l'axe optique de la lunette, une division plus petite que les autres de la fraction de division représentée par $\frac{P+d}{1^m}$, et, en faisant la lecture L, on la compte comme une division entière, de sorte que l'on a

$$L = N + \frac{P+d}{1^m},$$

et, par suite,

(7) $$\Delta = L \times 1^m,$$

c'est-à-dire que *le nombre de divisions lu sur la stadia donne exactement le nombre de mètres compris entre la stadia et le centre de l'instrument.* On a alors ce qu'on appelle une *stadia corrigée.*

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé la stadia perpendiculaire à l'axe optique de la lunette, ce qui est vrai tant qu'on opère en terrain horizontal, car un petit niveau sphérique, porté par la stadia, permet de la tenir verticale. Pour que ce que nous avons dit jusqu'à présent pût s'appliquer au cas où l'on opère en terrain incliné, il faudrait tenir la stadia perpendiculairement au sol, ce qu'on pourrait obtenir, il est vrai (fig. 5), en fixant en S, vers le milieu de la stadia, une petite équerre, dont l'aide dirigerait le côté sur la lunette; alors la distance lue sur la stadia serait la distance IS suivant la pente, et on la réduirait à l'horizon par l'un des moyens indiqués page 15, car l'instrument doit permettre de mesurer l'inclinaison de l'axe optique. Stadia en terrain incliné.

Mais, en général, on n'opère pas ainsi, parce que l'on doit faire servir l'angle de pente à la détermination de la différence de niveau des deux points considérés. On tient la stadia verticale au-dessus du point N (fig. 6), et on dirige l'axe optique de la lunette sur un point S situé à une hauteur égale à celle de l'instrument lui-même au-dessus du sol. On fait alors sur la stadia verticale une lecture VV', tandis qu'on ferait une lecture PP' sur la stadia

perpendiculaire à l'axe optique. Or les deux triangles VSP, V'SP' sont sensiblement rectangles en P et P', à cause de la petitesse de l'angle micrométrique; les angles en S sont d'ailleurs égaux à l'inclinaison φ de l'axe optique sur l'horizon. On a donc à peu près :

$$PP' = VV' \cos\varphi.$$

Or la lecture PP' donnerait la distance suivant la pente IS, et si nous désignons par L la lecture VV' faite sur la stadia verticale, nous aurons :

$$IS = L \cos\varphi;$$

comme on a d'ailleurs

$$IH = IS \cos\varphi;$$

il en résulte que

(8) $$IH = L \cos^2\varphi \text{ [1]},$$

c'est-à-dire que, *pour avoir la distance horizontale* IH, *il faut multiplier la distance lue sur une stadia verticale par le carré du cosinus de l'inclinaison.*

La figure montre suffisamment que, pour les pentes roides, une faible inclinaison de la stadia sur la verticale changerait notablement la longueur VV' comprise entre les fils. Il est donc important de veiller avec grand soin à la verticalité de la stadia, qui est assurée à l'aide d'un fil à plomb ou d'un niveau sphérique.

Pour réduire à l'horizon une distance lue sur une stadia verticale, l'équation (8) peut se mettre sous la forme :

$$IH = L - L \sin^2\varphi.$$

Cette formule donne lieu à un calcul plus expéditif à cause de la petitesse relative de la quantité $L \sin^2\varphi$, qui est la différence entre la longueur lue et la longueur réduite. Pour l'une ou l'autre formule, il faut avoir une table des carrés, soit des cosinus, soit des sinus.

Échelle de projection à l'horizon.

Il est plus commode et aussi exact, lorsque les longueurs doivent être construites sur un plan, de les prendre immédiatement sur une échelle de projection, que l'on construit de la manière suivante (fig. 7):

Soit AB l'échelle des distances horizontales; sur le milieu de AB, élevons une perpendiculaire CD, que nous prenons égale au moins à $\frac{3}{2}$ de AB, et sur CD comme diamètre décrivons une demi-circonférence. A partir du point C,

[1] Cette formule n'est pas exacte d'une manière absolue, parce que l'on n'a pas tenu compte de ce que la correction $P + d$ devrait être seulement multipliée par $\cos\varphi$ et non par $\cos^2\varphi$; mais l'erreur qui résulte de là est négligeable dans la pratique.

nous la subdivisons en doubles degrés, en partant de l'arc CE de 60 degrés, et nous chiffrons les divisions jusqu'à 72 degrés. Menons des parallèles à AB et joignons le point D à chacune des divisions de l'échelle inférieure; enfin, écrivons aux extrémités de chacune des horizontales la moitié du nombre de degrés qui correspond à la division de l'arc par lequel elle passe, et l'échelle sera construite.

Chacune des lignes horizontales se trouve ainsi divisée en parties proportionnelles à celles de l'échelle AB, et l'on a, pour l'une quelconque d'entre elles correspondant à un angle $\varphi = 20$ degrés, par exemple, en désignant par R le rayon OC :

$$\frac{mn}{MN} = \frac{DH}{DC} = \frac{R + R\cos 2\varphi}{2R},$$

d'où

$$mn = MN \times \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} = MN \cos^2 \varphi.$$

Donc, *pour réduire à l'horizon une lecture faite sur une stadia verticale, avec une pente* $\varphi = 20$ *degrés, par exemple, au lieu de prendre cette lecture de* M *en* N *sur l'échelle des distances horizontales, il faut la prendre de m en n sur l'échelle chiffrée 20 degrés.*

Cette échelle, comme l'échelle de réduction à l'horizon, peut être tracée très-exactement sur cuivre par des procédés mécaniques.

§ 3. Usage et exactitude de la stadia de l'École d'application.

La stadia de l'École d'application est divisée en doubles centimètres, ce qui correspond à un angle micrométrique de $\frac{1}{50}$; les divisions de la partie moyenne sont accompagnées de subdivisions en centimètres, afin de donner plus de précision aux lectures pour les distances inférieures à 60 mètres. La division corrigée est placée à $1^m,40$ de hauteur. Les divisions peintes en vermillon de deux en deux se détachent sur un fond blanc et sont groupées par cinq, pour la facilité des lectures. Des chiffres noirs indiquent les dizaines de divisions, comptées du pied de la règle. **Stadia de l'École d'application.**

Un petit niveau sphérique permet de tenir la stadia verticale, et, pour éviter les oscillations produites par le vent, oscillations qui gêneraient beaucoup les lectures, l'aide assure la stabilité de l'instrument à l'aide d'un jalon qu'il enfonce dans le sol en avant de lui et qu'il tient dans la main avec la poignée.

Avant d'employer une stadia, il faut la vérifier, l'étalonner. Pour cette vérification, la stadia porte au dos deux petits voyants d'étalonnage dont les **Voyants d'étalonnage.**

lignes de foi sont distantes, d'axe en axe, de 100 divisions moins la correction. Pour permettre la rectification, l'un des fils du micromètre est porté par une pièce mobile, et on fait en sorte qu'à une distance bien exacte de 100 mètres mesurés en terrain horizontal[1], les deux fils du micromètre bissectent simultanément les deux lignes de foi. Quand la lunette est bien exécutée, cette rectification est permanente; elle ne peut varier que si l'on touche aux fils, ce que l'on doit toujours éviter.

Lecture des distances.

Pour lire une distance sur la stadia, après avoir pointé la lunette à une hauteur ST = IM (fig. 6), afin que l'on puisse, du même coup, mesurer la pente du terrain, on lit le nombre de divisions et de fractions de division qui correspond à chacun des fils supérieur et inférieur, et la différence de ces deux nombres N et N′ donne la distance lue. On augmente la précision des lectures, en amenant, par le mouvement de la lunette, l'un des fils sur un trait limite de division ou au milieu d'une division, et on a soin de choisir celui des fils pour lequel le déplacement est le moins considérable. On évite ainsi pour l'une des lectures l'erreur d'estime des fractions de division, et le déplacement qui en résulte est d'ailleurs insignifiant au point de vue de la valeur de l'inclinaison.

Vérification des lectures.

Les lectures sur la stadia sont toujours exposées à des fautes nombreuses : aussi importe-t-il de faire immédiatement la vérification des lectures, en ajoutant les deux nombres N et N′ lus sur chacun des fils, et, si l'on ne s'est pas trompé, cette somme doit être égale au nombre de centimètres compris dans ST ou dans la hauteur IM de l'instrument au-dessus du sol. En effet, à cause de l'équidistance des fils, on doit avoir à très-peu près :

$$IM = ST = \frac{TA + TB}{2} = 0^{m},02 \times \frac{N + N'}{2} = 0^{m},01 \times N + N'$$

ou

$$\frac{ST}{0,01} = N + N'.$$

Conditions nécessaires pour l'exactitude.

L'exactitude que l'on peut obtenir avec la stadia dépend de la grandeur des divisions qui, sur la stadia, représentent 1 mètre, et de la qualité de la lunette employée. Voici les conditions principales auxquelles doit satisfaire la lunette :

1° Elle doit être achromatique et très-nette.

[1] Si l'on n'avait pas un terrain horizontal à sa disposition pour faire cette vérification, il faudrait choisir un terrain d'une pente uniforme I, sur lequel on mesurerait une distance horizontale égale à $100 \times \cos^2 I$, ou inclinée de $100^m \times \cos I$. Voici les longueurs qui correspondent à diverses inclinaisons :

Longueurs de la base....	100^m	99^m,98	99^m,97	99^m,94	99^m,90	99^m,86	99^m,81	99^m,76	99^m,69	99^m,62	99^m,54	99^m,45
La pente du terrain étant.	0° 00′	1° 00′	1° 30′	2° 00′	2° 30′	3° 00′	3° 30′	4° 00′	4° 30′	5° 00′	5° 30′	6° 00′

2° Le diamètre efficace de l'objectif doit être du $\frac{1}{10}$ au $\frac{1}{12}$ de la distance focale.

3° Le grossissement doit être égal au quotient du diamètre de la partie efficace de l'objectif par $1^{mm},7$, ce chiffre étant le diamètre de l'anneau oculaire qui convient le mieux pour les lunettes des instruments de topographie. Lorsqu'on force le grossissement, la lunette perd trop en clarté pour le travail par les temps sombres.

4° Les fils micrométriques doivent être très-fins, car leur grosseur influe beaucoup sur l'exactitude de l'appréciation des fractions de division.

Lorsque ces conditions sont remplies et que l'angle micrométrique est de $\frac{1}{50}$, un opérateur ordinaire, mais soigneux, est rarement exposé à dépasser, en terrain horizontal, des erreurs relatives de $\frac{1}{4000\,P}$, P étant toujours la distance focale principale.

Les plus grandes distances auxquelles on puisse employer la stadia sont d'ailleurs 1200 P; c'est, en effet, la distance à partir de laquelle les divisions d'une stadia divisée en doubles centimètres, dans les conditions de l'instrument de l'École d'application, cessent d'être bien distinctes pour un observateur ayant une bonne vue et avec une assez bonne lunette.

Les deux données précédentes, qui résultent d'expériences faites dans des conditions moyennes ou même défavorables, nous permettent d'établir le tableau suivant :

Pour les foyers suivants de l'objectif.........	$0^{m},15$	$0^{m},20$	$0^{m},25$	$0^{m},30$	$0^{m},35$
Portée extrême sur la stadia...............	180,00	240,00	300,00	360,00	420,00
Erreurs relatives à craindre en terrain horizontal.	$\frac{1}{600}$	$\frac{1}{800}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1200}$	$\frac{1}{1400}$

Ainsi, avec une lunette de 25 centimètres seulement de foyer, la stadia est au moins aussi exacte que la chaîne manœuvrée par des chaîneurs exercés; en terrain incliné, elle donne, si on l'arc-boute pour éviter ses oscillations, des résultats beaucoup plus précis que les chaînages par ressauts horizontaux. Précision des mesures.

D'ailleurs, la stadia aura toujours sur la chaîne les avantages suivants : elle permet de mesurer les distances sans les parcourir, et par conséquent à travers les cultures, les broussailles, les rochers, les marais, les rivières, etc.; elle donne avec une rapidité extrême les distances de la station à tous les points accessibles; elle met le topographe à l'abri des erreurs ou des fautes commises par les chaîneurs; elle n'exige qu'un seul aide, tandis qu'avec la chaîne on en emploie deux. Elle procure donc économie de temps et de dépense, en même temps qu'une précision au moins comparable. D'un autre côté, les lectures causent Avantages de la stadia.

une assez grande fatigue au topographe et lui prennent un temps assez considérable, de sorte que la stadia perd ses avantages dans la mesure des petites distances; elle ne pourra donc pas être toujours préférée à la chaîne; mais, au moins, elle présente sur ce dernier instrument des avantages très-sérieux dans tous les cas où le chaînage est difficile[1].

§ 4. AUTRES INSTRUMENTS DIASTÉMOMÉTRIQUES.

Lunette à micromètre ordinaire.

Nous avons vu précédemment qu'avec une lunette ordinaire munie de fils micrométriques, lorsqu'on vise une stadia perpendiculaire à l'axe optique, le nombre de divisions compris entre les fils donne en mètres la distance qui sépare cette stadia du *foyer principal antérieur* de l'objectif. Alors, comme on veut obtenir généralement la distance de la stadia au centre de l'instrument qui porte la lunette, lequel est établi sur la verticale du piquet considéré, il faut ajouter à la lecture une quantité constante, que nous avons représentée par $P + d$; cette correction peut se faire soit numériquement, en ayant soin, pour plus de facilité, de donner à l'instrument des proportions telles que la constante soit un nombre rond de décimètres, soit mécaniquement, à l'aide d'une division réduite sur la stadia, division que l'on place à une hauteur telle qu'elle soit toujours comprise entre les deux fils.

Centre d'anallatisme. Lunette anallatique.

M. Porro, officier du génie piémontais, a eu l'heureuse idée d'interposer, entre l'objectif et l'oculaire d'une lunette ordinaire, une lentille biconvexe, qui lui permet d'éviter ces sujétions; car, en faisant varier la distance de cette lentille à l'objectif, il peut déplacer à son gré le point dont la distance à la stadia est toujours proportionnelle au nombre de divisions lu entre les fils micrométriques; il peut donc le faire coïncider avec le centre de l'instrument, par exemple. Ce point est ce que M. Porro nomme le *centre d'anallatisme,* et les lunettes construites d'après ce principe sont appelées *lunettes anallatiques.*

Les lunettes anallatiques sont d'une exécution un peu délicate; mais, bien construites, elles jouissent de propriétés particulières au point de vue de la netteté des images, outre l'avantage qu'elles ont de donner immédiatement la distance au centre de l'instrument d'une stadia dont toutes les divisions sont égales. Les meilleures ont été établies d'après les calculs et les indications de

[1] Tout ce qui précède sur la théorie et l'usage de la stadia est extrait presque textuellement d'un mémoire de M. le commandant Goulier, aujourd'hui colonel, publié dans le n° 16 du *Mémorial de l'officier du génie.* Nous y renvoyons du reste le lecteur pour une foule de détails intéressants qui n'ont pas pu trouver place ici.

M. le colonel Goulier, qui a publié sur ce sujet, dans le numéro 24 du *Mémorial de l'officier du génie*, une note très-intéressante, à laquelle nous renvoyons le lecteur.

Nous ne pouvons pas, en effet, donner ici la théorie complète des lunettes anallatiques, et nous nous contenterons d'indiquer le principe sur lequel elles sont fondées et la possibilité de le réaliser. **Principe des lunettes anallatiques.**

Le problème revient, en définitive, à déplacer le sommet de l'angle stadimétrique AO″B de la figure 2, de manière à le faire coïncider avec le point à partir duquel on veut compter les distances, avec le centre K de l'instrument (fig. 8); car alors, cet angle stadimétrique étant constant, la distance KS sera toujours proportionnelle à la partie AB de la stadia qu'il intercepte. Voici comment on peut obtenir ce résultat :

Pour cela, considérons le point C, foyer conjugué de K par rapport à l'objectif O; les rayons AK et BK, rencontrant l'objectif en *u* et *v*, seront réfractés à travers cette lentille et viendront concourir à ce point C. Disposons maintenant en arrière de ce point une lentille convergente O′, dont le foyer principal antérieur soit en C et dont la position soit invariable par rapport à l'objectif; ce verre est dit *verre anallatiseur*. Les rayons réfractés suivant *u*C et *v*C′ viendront rencontrer cette lentille en *u*′ et *v*′, seront réfractés de nouveau, et, comme ils émanent du foyer principal de la lentille O′, ils en sortiront suivant les lignes *u*′*a*′ et *v*′*b*′ parallèles entre elles et parallèles à la ligne OO′ qui joint les centres optiques des deux lentilles. Or ces rayons font partie de ceux qui, émanés des points A et B, viendraient, par leur concours en arrière de O′, former les images *a*′ et *b*′ de A et B. Selon la distance plus ou moins grande de la stadia et de l'objectif, ces images seront plus ou moins éloignées de O′; mais, comme elles doivent toujours se trouver sur les deux parallèles *u*′*a*′ et *v*′*b*′ à l'axe optique de la lunette, leur écartement sera toujours constant. Donc deux fils stadimétriques fixes placés dans le plan de ces images pourront l'intercepter exactement, et on pourra disposer de l'écartement des fils et de la grandeur des divisions de la stadia, pour que le nombre de ces divisions compris entre ces deux fils donne précisément le nombre de mètres contenus dans KS. **Verre anallatiseur.**

Nous obtiendrons alors facilement les formules suivantes: d'abord, les deux points C et K étant deux foyers conjugués par rapport à O, on a : **Principales formules des lunettes anallatiques.**

$$(1)\qquad \frac{1}{d'-P'}-\frac{1}{d}=\frac{1}{P};\qquad \text{d'où}\qquad P'=d'-\frac{dP}{d+P}.$$

Cette formule (1) est ce qu'on appelle la formule de l'*anallatisme*.

Les distances focales F et F' des images *ab* et *a'b'* s'obtiennent facilement par les formules :

$$(2) \qquad F = \frac{DP}{D-P}$$

et

$$(3) \qquad F' = \frac{P'(F-d')}{F+P'-d'}.$$

Pour $D = \infty$, ces deux formules deviennent :

$$F = P$$

et

$$(4) \qquad F' = \frac{P'(P-d')}{P+P'-d'}.$$

Si nous désignons par i la grandeur de l'image *ab* correspondant à $D = \infty$, par ω l'angle stadimétrique et par i' la grandeur de l'image *a'b'*, nous aurons :

$$(5) \qquad i = P \operatorname{tg} \omega$$

et

$$(6) \qquad i' = i \frac{P'}{P+P'-d'} = \frac{PP'}{P+P'-d'} \operatorname{tg} \omega.$$

Bien que la formule (6) soit déduite de la valeur i qui correspond à $D = \infty$, cette valeur de i' n'en est pas moins générale, parce que l'anallatisme a pour effet de rendre i' constant, quel que soit D. Cette dernière formule prouve du reste que la grandeur de l'image est identique à celle que produirait, pour une distance D infinie, un objectif unique ayant une distance focale principale

$$\varpi = \frac{PP'}{P+P'-d'}.$$

Cette lentille unique serait donc équivalente au système de deux lentilles ayant des distances focales principales P et P' et séparées par une distance d'.

Si, dans la formule (6), nous remplaçons $\operatorname{tg} \omega$ par sa valeur $\frac{O}{D+d}$, O étant la grandeur réelle de l'objet AB, ou par $\frac{Nl}{D+d}$, en supposant qu'il s'agisse d'une stadia, nous aurons, en remplaçant i' par m, écartement constant des fils micrométriques :

$$(7) \qquad \frac{Nl}{m} = \frac{P+P'-d'}{PP'}(D+d),$$

d'où

$$(8) \qquad D+d = \Delta = N \times \frac{l}{m} \times \frac{PP'}{P+P'-d'};$$

Distance au centre de l'instrument.

ce qui confirme le résultat que nous avions déjà annoncé, savoir que *la distance de la stadia au centre de l'instrument est proportionnelle au nombre de divisions interceptées entre les fils stadimétriques.*

Si donc nous posons

$$\frac{l}{m}\times\frac{PP'}{P+P'-d'}=1,$$

le nombre N de divisions donnera le nombre de mètres compris dans la distance.

Tel est le principe que M. le colonel Goulier a appliqué d'abord à la lunette anallatique de sa boussole en cuivre, destinée spécialement au service du génie, puis, tout récemment, à la lunette du tachéomètre qu'il a fait construire pour le service de l'École d'application.

Stadia verticale.

Avec le premier de ces instruments, on emploie une stadia analogue à celle dont nous avons déjà parlé précédemment, à cette différence près qu'elle n'a pas de division réduite; toutes les divisions sont donc égales, ce qui a cet avantage que la stadia peut servir de mire parlante. Mais, en terrain incliné, les distances lues sur cette stadia verticale doivent être multipliées par $\cos\varphi$ pour donner les distances mesurées suivant la pente, et par $\cos^2\varphi$ pour donner les distances horizontales. L'échelle de projection, dont nous avons indiqué la construction, dispense de ce dernier calcul.

Euthymètre. Ses avantages.

Avec le tachéomètre, dont nous aurons occasion de parler avec détail dans un chapitre particulier, on emploie une stadia horizontale à laquelle on a donné le nom d'*euthymètre*. Le grand avantage de cette disposition c'est que, dans les cultures, les vignes, les broussailles, il arrive souvent que la partie inférieure de la stadia verticale est masquée, et alors l'opération est plus compliquée et par suite plus exposée à des fautes. D'ailleurs, le matin, les ondulations causées par les vapeurs qui s'élèvent du sol gênent les lectures inférieures sur la stadia verticale.

D'un autre côté, il est vrai, avec une stadia verticale on peut facilement adopter 2 centimètres pour représenter 1 mètre, ce qui correspond à l'angle stadimétrique de $\frac{1}{50}$, et ce qui permet de mesurer les distances jusqu'à 150 mètres avec une règle de 3 mètres de longueur. Sur une stadia horizontale, au contraire, on ne peut guère dépasser, sans la faire trop embarrassante, 14 ou 15 millimètres pour représenter 1 mètre, ce qui correspond à un angle stadimétrique de $\frac{1}{70}$ environ. De plus, l'euthymètre ne permet de mesurer les distances que jusqu'à 88 mètres, ce qui est du reste suffisant pour les levers à grande échelle auxquels l'instrument est destiné, d'autant plus qu'on peut aller accidentellement au double, en se servant successivement des deux moitiés de l'angle micrométrique.

Portée de l'euthymètre.

En outre, il est des cas, dans les bois par exemple, où la stadia horizontale ne pourrait pas servir, parce qu'elle serait masquée à droite et à gauche par les branches et le feuillage; la stadia verticale serait alors préférable. Grâce à une disposition particulière, la stadia de l'euthymètre peut se tenir à volonté soit horizontale, soit dans le plan vertical de visée, mais toujours perpendiculairement à l'axe optique de l'instrument. Pour cela, le porte-mire se sert d'un petit collimateur fixé normalement à la règle divisée, et il oriente cette règle de telle sorte que le tachéomètre paraisse enfermé dans le petit rond blanc du collimateur. Alors la perpendiculaire à la stadia ne s'écarte du rayon visuel de l'observateur que d'une quantité insignifiante.

Cette disposition a l'avantage de donner toujours directement, par la différence des lectures faites sur les deux fils, les distances mesurées suivant la pente du terrain, et par suite la réduction à l'horizon se fait simplement en multipliant par cos φ, ou mieux à l'aide de l'échelle de *réduction à l'horizon* que nous avons appris à construire, page 15.

D'ailleurs, l'articulation autour de laquelle tourne la stadia peut glisser le long d'un cadre divisé, ce qui permet de la fixer à une hauteur égale à celle du tachéomètre au-dessus du sol, afin que l'on puisse mesurer en même temps l'angle de pente du terrain, et un fil à plomb porté par ce cadre permet de le maintenir verticalement. Un arc-boutant que le porte-mire tient de la main gauche, en même temps que le montant gauche du cadre, empêche les oscillations et donne à l'euthymètre la stabilité nécessaire.

Vérification des lectures sur l'euthymètre. La vérification des lectures consiste, avec cet instrument, à faire la somme des deux nombres de divisions lus sous les fils extrêmes; cette somme doit être égale à 100 divisions à peu près, puisque le chiffre 50 correspond au milieu de la stadia et que la chiffraison est continue d'une extrémité à l'autre. Si les fils stadimétriques ne sont pas tout à fait équidistants du fil du milieu, cette somme peut différer de 100, mais toujours dans le même sens, et de 1 à 2 unités, selon que les distances sont petites ou grandes.

Stadimètre. Ses avantages. Plusieurs années déjà auparavant, MM. les capitaines du génie Peaucellier et Wagner, dont le premier est actuellement lieutenant-colonel et le second chef de bataillon, avaient fait construire, pour le service de la brigade topographique une stadia horizontale à laquelle ils avaient donné le nom de *stadimètre*[1]. Cet instrument a sur l'euthymètre l'avantage de donner les distances

[1] Voir le mémoire de MM. Peaucellier et Wagner, publié dans le numéro 18 du *Mémorial de l'officier du génie*.

avec une précision beaucoup plus grande, ce qui tient à ce que, au lieu de faire les lectures sur des divisions dont on estime à vue les fractions, on opère toujours en bissectant des lignes de foi blanches sur fond noir. Pour cela, le stadimètre se compose de deux voyants, placés de part et d'autre d'un montant vertical, et dont l'un est fixe et l'autre est mobile au moyen d'un pignon et d'une crémaillère sur lesquels le porte-mire agit jusqu'à ce que les deux fils stadimétriques soient simultanément en coïncidence avec deux lignes de foi de la règle graduée.

La quantité dont le voyant mobile a été déplacé ainsi est lue par le porte-mire sur une réglette divisée placée derrière la stadia, et de loin par l'opérateur, pour les mètres, sur une petite échelle, mise successivement à découvert par le voyant mobile, et, pour les fractions de mètre, sur un cadran dont les divisions, qui représentent des décimètres, sont parcourues par une aiguille entraînée par le pignon dans son mouvement; les centimètres s'estiment à vue. La distance mesurée est donnée en décamètres par la moyenne des chiffres qui correspondent aux deux fils micrométriques, et il faut y ajouter la quantité complémentaire dont le voyant mobile a été déplacé et qui est lue comme nous venons de le dire.

Cet instrument donne ordinairement les distances jusqu'à 85 mètres, mais il est muni de lames mobiles articulées aux extrémités des lames fixes, et qui, lorsqu'elles sont développées, permettent de mesurer les distances jusqu'à 145 mètres. Portée du stadimètre.

Le stadimètre, moins simple, moins solide, plus coûteux que l'euthymètre, est très-convenable à la brigade topographique, entre les mains de gens exercés et soigneux, mais serait trop fragile pour être mis entre les mains de gens qui ne font de la topographie qu'accidentellement. Quant à la précision supérieure qu'il donne, elle est superflue pour les opérations ordinaires de la topographie, pour lesquelles l'euthymètre suffit largement, et l'on ne doit la rechercher que lorsque, comme à la brigade topographique, on s'en sert pour faire le lever de canevas d'ensemble.

Le stadimètre fonctionne avec un instrument diastémométrique des mêmes auteurs, muni d'une lunette *sthénallatique,* à l'aide de laquelle on obtient automatiquement la réduction à l'horizon des distances lues sur le stadimètre. Sans vouloir entrer sur ce sujet dans des détails qui nous entraîneraient trop loin, nous allons donner le principe de l'instrument et indiquer la disposition mécanique qui a permis de le réaliser. Appareil autoréducteur de MM. Peaucellier et Wagner. Lunette sthénallatique.

Principe du sthénallatisme. Si nous voulons que les lectures faites sur le stadimètre donnent immédiatement les distances horizontales, il faut évidemment que, pour une même distance mesurée suivant la pente, la lecture faite soit d'autant plus faible que la pente sera elle-même plus forte; il faut donc que l'angle micrométrique, au lieu d'être constant, varie dans un certain rapport avec l'angle d'inclinaison du rayon visuel. Nous obtiendrons cette variation, dans une lunette anallatique, par le déplacement relatif des deux lentilles qui constituent le système objectif, et nous allons chercher de quelle manière doit varier la distance de ces deux verres suivant l'inclinaison de l'axe optique.

Formule du sthénallatisme. Reprenons pour cela la formule (7) trouvée plus haut (p. 32)

$$\frac{Nl}{m}=\frac{P+P'-d'}{PP'}\times(D+d);$$

seulement, comme d est fonction de la quantité variable d', remplaçons d par sa valeur tirée de la formule (1) (p. 31),

$$d=\frac{P(d'-P')}{P+P'-d'};$$

nous obtenons alors, après des réductions et transformations faciles à trouver.

$$\frac{Nl}{m}=\frac{(P+P'-d')(D-P)-P^2}{PP'} \quad \text{ou} \quad \frac{Nl}{m}=\frac{P+P'-d'}{PP'}(D-P)-\frac{P}{P'}.$$

Posons $D-P=x$ et désignons par α l'angle de pente de l'axe de la lunette, si x_h est la projection horizontale de x, nous aurons $x_h=x\cos\alpha$. Par suite, en remplaçant,

$$\frac{Nl}{m}=\frac{P+P'-d'}{\cos\alpha}\times\frac{x_h}{PP'}-\frac{P}{P'}.$$

Il résulte de cette formule que, pour une même valeur du rapport $\frac{Nl}{m}$, c'est-à-dire pour une même lecture faite sur le stadimètre, la distance horizontale x_h sera constante, pourvu que le rapport $\frac{P+P'-d'}{\cos\alpha}$ soit constant, c'est-à-dire pourvu que $P+P'-d'$ varie proportionnellement au cosinus de l'inclinaison α.

Or $P+P'-d'$ n'est autre chose que la distance qui sépare les foyers principaux des deux lentilles; la condition nécessaire sera donc exprimée par l'équation $P+P'-d'=k=a\cos\alpha$, dans laquelle a est une quantité constante.

Disposition mécanique. Indiquons donc la disposition mécanique qui permet de satisfaire à cette condition. Soit OC (fig. 9) une direction quelconque de l'axe du système optique, O l'axe de rotation de ce système ou de la lunette. Prenons sur l'horizontale du point O un point A quelconque, dont nous faisons le centre d'une

manivelle $AC = AO$, l'extrémité libre C étant assujettie à parcourir la ligne de direction variable OC. Le triangle isoscèle OAC donne toujours

$$OC = 2\,OA \cos \alpha.$$

De même la figure C'OA', identique et opposée à COA, donne également

$$OC' = 2\,oA' \cos \alpha$$

et, par suite,

$$CC' = 2\,AA' \cos \alpha.$$

Par conséquent, la distance CC' entre les extrémités libres des deux manivelles varie proportionnellement à $a \cos \alpha$. Si donc ces deux manivelles conduisent, l'une l'objectif, l'autre le verre anallatiseur, et que la distance K entre les foyers principaux de ces deux verres soit précisément égale à $2\,AA'$, dans la position horizontale de la lunette, cette distance K sera toujours égale à CC' ou à $2\,AA' \cos \alpha$, et, par suite, les lectures faites sur le stadimètre donneront immédiatement les distances réduites à l'horizon.

Dans les derniers instruments construits il n'y a plus qu'une manivelle, et le verre anallatiseur seul est mobile; mais le principe de l'instrument n'en est pas moins le même.

Tout ce qui précède s'applique aux distances comptées à partir du foyer antérieur de l'objectif; mais, comme le stadimètre donne en terrain horizontal la mesure des distances au centre de l'instrument, on obtiendra, dans le cas des visées inclinées, des indications qui seront erronées d'une quantité égale au déplacement du foyer antérieur de l'objectif. C'est ce qui constitue la correction anallatique, toujours soustractive, indépendante de la distance et variant seulement avec l'angle de pente des visées. Elle est du reste très-faible et négligeable pour les opérations de détail; on doit seulement en tenir compte dans l'établissement d'un canevas, qui exige une très-grande précision, et on dresse à cet effet un tableau de ses valeurs[1]. Correction anallatique.

La boussole autoréductrice de MM. Peaucellier et Wagner a réalisé, sans contredit, un grand progrès : elle évite l'emploi d'une échelle de réduction à l'horizon, et permet de construire les distances immédiatement, à l'aide d'un simple double décimètre. Mais les organes au moyen desquels on obtient ce résultat sont un peu délicats et exigent des soins un peu minutieux, de sorte que nous ne considérons pas cet instrument comme propre au service ordinaire.

[1] Pour plus de détails, voir le mémoire de MM. Peaucellier et Wagner dans le n° 18 du *Mémorial de l'officier du génie*.

CHAPITRE III.

MESURE DES ANGLES. — ÉQUERRES ET INSTRUMENTS GONIOMÉTRIQUES (PL. III).

§ 1er. ÉQUERRE D'ARPENTEUR.

Description sommaire.

L'équerre d'arpenteur se compose d'un cylindre en cuivre à base circulaire, porté au moyen d'une douille sur un pied simple en bois dur, armé, à sa partie inférieure, d'une pointe de fer qu'on enfonce dans le sol. Quelquefois, au lieu d'un cylindre, c'est un prisme droit régulier à huit faces, dans chacune desquelles est percée une fente ou une fenêtre munie d'un crin, de telle sorte que ces fentes et ces fenêtres déterminent deux à deux des plans de visée à angle droit ou à 45 degrés les uns sur les autres. Les anciennes équerres cylindriques étaient percées seulement de quatre fentes longitudinales suivant des plans diamétraux et déterminant deux à deux des plans de visée perpendiculaires entre eux. Mais celles qu'on fait aujourd'hui sont munies, comme les équerres octogonales, de huit fentes ou fenêtres, de manière à donner les angles de 90 et de 45 degrés.

Usage.

L'équerre d'arpenteur sert à élever une perpendiculaire sur un alignement donné (fig. 1). Pour cela, la ligne donnée étant marquée sur le terrain par deux jalons A et B, on commence par planter le bâton de l'équerre au point considéré C, sur l'alignement des deux jalons A et B; puis on fait tourner l'équerre, de manière à viser l'une des extrémités A de la ligne par l'un des plans de visée *mn* (en regardant par la fente opposée, on peut s'assurer qu'on est bien sur l'alignement donné, car on doit apercevoir le jalon B sans avoir besoin de faire tourner l'équerre); alors on vise par les deux fentes *p*, *q*, qui déterminent le plan de visée perpendiculaire, et on fait planter dans cette direction un jalon D, qui détermine la perpendiculaire cherchée.

On pourrait de la même manière tracer des directions faisant entre elles des angles de 45 degrés, en se servant des fentes convenables.

Mais le problème qu'on a le plus fréquemment à résoudre, avec l'équerre d'arpenteur, est d'abaisser d'un point extérieur donné D (fig. 2) une perpendiculaire sur un alignement donné, marqué sur le terrain par deux jalons A et B. Pour cela, on opère, par une série de tâtonnements, de la manière suivante. On plante d'abord à vue l'équerre en un point C', qu'on croit être sur l'aligne-

ment donné, et à peu près au pied de la perpendiculaire cherchée; on oriente le plan de visée *mn* sur le point B, puis, en se retournant, on voit que le plan de visée *nm* passe à gauche, par exemple, du point A, et on constate en même temps que le plan de visée perpendiculaire *pq* passe à droite du point D. On déplace alors l'équerre et on lui donne une nouvelle position C″, généralement plus rapprochée de la vérité, et pour laquelle on fait les mêmes opérations que tout à l'heure. Au bout de quelques tâtonnements, qui sont plus ou moins abrégés par l'expérience, on arrive à placer l'équerre en un point C tel, que l'un des plans de visée passe à la fois par les deux extrémités A et B de la ligne donnée, en même temps que le plan de visée perpendiculaire passe par le point D. Le point C ainsi déterminé est donc le pied de la perpendiculaire cherchée.

On peut de la même manière abaisser d'un point extérieur à une ligne donnée une autre ligne faisant avec la première un angle de 45 degrés (fig. 3). Pour cela, on passera par une série de tâtonnements identiques à ceux que nous venons de décrire, à cela près qu'on se servira de deux plans de visée de l'équerre faisant entre eux un angle de 45 degrés.

L'équerre d'arpenteur peut servir à résoudre très-simplement différents problèmes, qui se présentent assez fréquemment; nous allons en citer quelques-uns. Problèmes à résoudre par l'emploi de l'équerre.

1° *Déterminer la distance d'un point à un autre inaccessible.*

Soit A un point situé, par exemple, sur le bord d'une rivière; on se propose de déterminer la distance de ce point à un autre, C, situé sur l'autre rive (fig. 4). On établit l'équerre en A pour élever sur AC une perpendiculaire AB, que l'on marque par deux jalons. Puis on détermine sur la droite AB un point D tel, que la droite CD fasse avec AB un angle de 45 degrés. Le triangle ACD est isoscèle rectangle, par conséquent AC = CD. On n'aura donc qu'à mesurer la longueur AC, qui donnera la distance cherchée.

2° *Déterminer la distance de deux points inaccessibles.*

Soient deux points inaccessibles C et D, dont on veut déterminer la distance (fig. 5). On choisit dans une position convenable une base AB, sur laquelle on détermine, à l'aide de l'équerre d'arpenteur, les pieds C′ et D′ des perpendiculaires abaissées des deux points C et D. Puis, au moyen de l'angle de 45 degrés et par la solution du problème précédent, on obtient les distances C′E = C′C et D′F = D′D. On porte alors sur C′C et à partir de C′ une lon-

gueur $C'G = C'E - D'F = C'C - D'D$, et on joint GD′, qui achève le trapèze CDD′G. Il ne reste plus alors qu'à mesurer GD′, ce qui donne la distance cherchée CD.

Vérification de l'équerre.

Avant d'accepter une équerre d'arpenteur, il est nécessaire de lui faire subir diverses vérifications.

1° Il faut avant tout s'assurer que *deux fentes opposées déterminent bien un plan de visée.* Pour cela, l'équerre étant en station, on place l'œil à la partie inférieure de l'une des fentes, et l'on fait tourner l'instrument de manière à voir un point très-net à travers la fente opposée; puis on élève l'œil lentement le long de la fente oculaire, et on doit toujours bissecter le même point; sinon les deux fentes ne déterminent pas un plan de visée, et on doit rejeter l'instrument. Cette vérification doit être faite pour toutes les fentes, prises deux à deux.

2° Il faut s'assurer que *les angles déterminés par les différents plans de visée ont bien la valeur qu'ils doivent avoir,* c'est-à-dire 90 et 45 degrés. Pour cela, l'équerre étant établie en un point C d'un alignement AB (fig. 6), on dirige le plan de visée *mn* sur AB, et dans la direction du plan de visée *pq*, qui doit lui être perpendiculaire, on fait planter un jalon D. Si l'angle des deux plans de visée est réellement droit, les deux angles adjacents doivent être égaux. Faisons tourner l'équerre de manière à amener le plan de visée *pq* dans la direction de AB en $p'q'$; alors le plan de visée *mn* va prendre une direction $n'm'$, de telle sorte que l'angle $m'c'p'$ sera égal à l'angle *mcp*; si donc cet angle n'est pas droit, s'il est aigu, par exemple, en faisant la visée $n'm'$ nous ferons planter un nouveau jalon D′, tel que la droite D′C sera symétrique de DC par rapport à la véritable perpendiculaire EC. Nous constaterons donc ainsi le défaut, s'il existe, et en même temps cela nous montre qu'on peut encore élever une perpendiculaire juste avec une équerre fausse, car il suffira de faire la double opération ci-dessus et d'en prendre la moyenne, c'est-à-dire de faire planter le jalon au milieu de la distance DD′.

On pourrait d'une manière analogue abaisser, d'un point extérieur D, sur une ligne donnée AB (fig. 7), une perpendiculaire exacte avec une équerre fausse. Pour cela, après avoir déterminé les pieds C et C′ de deux perpendiculaires fausses, en se servant successivement de deux angles adjacents, on prend le milieu de l'intervalle CC′, et le point K ainsi obtenu est le pied de la perpendiculaire exacte.

Après avoir vérifié les angles droits, on vérifiera d'une manière analogue

les angles de 45 degrés, en s'assurant que deux angles adjacents dont la somme forme un angle droit sont égaux. On pourrait aussi, même avec une équerre fausse, tracer sur le terrain des directions faisant entre elles des angles de 45 degrés, en prenant la moyenne de deux opérations, comme ci-dessus. Mais cette double opération cause des ennuis et des pertes de temps auxquels on ne peut pas se condamner, et il vaut mieux refuser impitoyablement tout instrument qui présente un défaut un peu considérable [1].

Précision de l'équerre.

Voyons maintenant sur quel degré d'exactitude on peut compter avec l'équerre d'arpenteur. Si, avec une équerre établie bien verticalement, on fait planter à 50 ou 60 mètres de distance un jalon que l'on arrache et que l'on replante, et cela un très-grand nombre de fois de suite, on constate que les trous successifs du jalon s'éloignent plus ou moins à droite et à gauche d'une position moyenne. Cela est dû à l'incertitude inévitable de la visée, résultant de la largeur des fentes. Si nous désignons par E le plus grand écart constaté, par rapport à la position moyenne; par D la distance du jalon et par ε l'écart correspondant à une distance égale au diamètre d de l'instrument, nous aurons évidemment $\frac{E}{D}=\frac{\varepsilon}{d}$, équation qui peut servir à déterminer ε.

Or il résulte de l'expérience que, pour les équerres à fentes, $\varepsilon=\frac{1}{20}$ de millimètre, tandis que, pour les équerres à crins, l'erreur est double, $\varepsilon=\frac{1}{10}$ de millimètre. Autrement dit, l'erreur angulaire que l'on a à craindre en traçant une direction avec l'équerre d'arpenteur sous-tend, à une distance égale au diamètre de l'instrument, $\frac{1}{20}$ de millimètre si la visée se fait par des fentes, et $\frac{1}{10}$ de millimètre si elle se fait par des crins.

Par suite, comme pour élever ou abaisser une perpendiculaire on a deux visées à faire suivant les deux directions à angle droit, on aura à craindre sur l'opération totale une erreur double, savoir $\frac{1}{10}$ de millimètre avec l'équerre à fentes et $\frac{1}{5}$ de millimètre avec l'équerre à crins.

Longueur graphique constante.

Il est facile de déduire de là qu'on ne devra pas mener avec ces instruments des perpendiculaires dont la longueur graphique dépasse le diamètre de l'équerre dans le premier cas, et le rayon seulement dans le second, parce qu'alors les extrémités de ces lignes se trouveront placées sur le dessin à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre près, ce qui est la limite de la précision désirable.

[1] Il faudrait se garder de croire que ces vérifications sont inutiles, surtout en ce qui concerne la valeur des angles; car nous avons constaté par nous-même que, sur 60 équerres fournies à l'École par un fabricant de Paris, il y en avait à peine 25 ou 30 sur lesquelles il n'y eût rien à dire, et, sur le reste, 20 ont été refusées comme présentant des défauts trop considérables.

Si donc il s'agit d'une équerre à fentes de 6 centimètres de diamètre, la longueur graphique des perpendiculaires ne devra pas dépasser 60 millimètres, qui représenteront 60 mètres sur le terrain à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, 120 mètres à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, etc. On ne devra pas dépasser la moitié de ces nombres, s'il s'agit de l'équerre à crins.

Bien que l'équerre à fenêtres et à crins soit d'un emploi plus commode que l'équerre à fentes, on devra donc préférer cette dernière toutes les fois que l'on visera à l'exactitude, d'autant plus que les défauts de construction sont généralement plus grands dans l'équerre à crins que dans l'équerre à fentes.

§ 2. Équerre à miroirs.

L'équerre d'arpenteur ordinaire peut être remplacée avantageusement dans la plupart des cas par l'équerre à miroirs, qui est fondée sur le principe de tous les instruments à double réflexion. Rappelons en quoi consiste ce principe.

Principe des instruments à double réflexion.

Soient deux miroirs M et N (fig. 8) dont les surfaces sont normales au plan de projection et qui font entre eux un certain angle. Un point A situé dans ce plan enverra sur le miroir M des rayons lumineux qui seront réfléchis et sembleront émaner, après la réflexion, d'un point A′ symétrique de A par rapport au plan du miroir. Ces rayons réfléchis iront frapper le miroir N, qui les réfléchira à son tour, et, en définitive, l'œil placé quelque part en O dans le plan de projection percevra les rayons doublement réfléchis, comme s'ils émanaient d'un point A″ symétrique de A′ par rapport au plan du second miroir. Ce point A″ est ce qu'on appelle l'image doublement réfléchie du point A.

Or, si nous considérons en particulier l'un des rayons émanant de A, on démontre que *l'angle* I *du rayon incident et du rayon doublement réfléchi est double de l'angle des deux miroirs.*

En effet, menons les deux normales aux surfaces réfléchissantes PC et P′C′: elles feront entre elles un angle précisément égal à celui des deux miroirs. Or, cet angle K est extérieur au triangle PP′K, de même que l'angle I est extérieur au triangle PP′I. Ces deux angles I et K sont donc égaux respectivement à la somme des deux angles en P et P′ des triangles PP′I et PP′K; mais dans le premier de ces triangles, les angles en P et P′ sont précisément doubles des mêmes angles dans le second; donc l'angle I lui-même est double de l'angle K, c'est-à-dire de l'angle des deux miroirs.

Supposons maintenant que, le miroir M étant entièrement étamé, le mi-

roir N ne le soit que sur la moitié inférieure de sa hauteur, et que le plan de projection passe précisément par la limite de l'étamage. Il résulte de la propriété précédente que, si l'on voit dans la direction de A″ et par la partie transparente du miroir N un autre point B, l'angle de A et de B sera le même que l'angle de A et de A″, c'est-à-dire double de l'angle des deux miroirs.

Mais cela exige que tout se passe dans un plan normal aux deux surfaces réfléchissantes; car, supposons l'œil placé en I, pour simplifier, et élevons l'œil en I_1 sur la normale au plan de projection en ce point : il percevra toujours l'image doublement réfléchie du point A, comme si ce point était en A″. Alors l'angle AI_1A'', étant incliné sur le plan normal aux surfaces réfléchissantes, ne sera plus double de l'angle des deux miroirs; mais les deux lignes I_1A et I_1A'', se projetant suivant IA et IA″, c'est la projection sur le plan normal aux deux miroirs de l'angle sous lequel l'œil voit A et A″ qui est double de l'angle des deux miroirs.

Il était indispensable d'appeler l'attention sur la nécessité de faire, avec les instruments à double réflexion, les observations dans un plan normal aux surfaces réfléchissantes.

Équerre à miroirs.

Voyons maintenant comment on a appliqué ce principe dans l'équerre à miroirs de Lipkens. Elle se présente sous la forme d'un tube en cuivre, de section rectangulaire; une première couple de miroirs M et N à 45 degrés, placée près de l'extrémité ouverte du tube, fait voir dans une direction OA″, perpendiculaire à OA, un jalon A situé sur la droite de l'opérateur. Si donc, profitant de ce que le miroir N n'est étamé que sur une partie de sa hauteur, et regardant par une petite fenêtre pratiquée dans l'enveloppe derrière la partie non étamée, on fait planter un jalon C dans cette direction OA″, on aura élevé une perpendiculaire sur OA.

Deux autres miroirs *m* et *n* à 90 degrés sont disposés dans le corps de la boîte et permettent de voir, au moyen de fenêtres convenablement ménagées dans l'enveloppe en avant de chacun d'eux, un point B dans une direction *n*B″ parallèle à B*m*, de telle sorte que les trois points B, K et B″ sont en ligne droite. Si donc on regarde en même temps par la partie transparente du miroir *n* et par une ouverture pratiquée par derrière dans la monture en cuivre, on pourra faire planter dans la direction *n*B″ un jalon D, et, pourvu que la distance *n*D ne diffère pas trop de BM, la ligne DB passera très-sensiblement par le même point K, milieu de *mn*, vu les petites dimensions de l'instrument par rapport aux distances des points B et D que l'on considère.

Usage de l'équerre à miroirs.

De là un moyen de se mettre, à l'aide de cet instrument, sur un alignement donné, déterminé sur le terrain par deux jalons B et D (fig. 10). Pour cela, il suffit de se déplacer latéralement en tenant l'instrument à la main et se servant de la couple de miroirs à 90 degrés, jusqu'à ce que l'on voie dans la même direction, dans la partie étamée du miroir *n*, l'image doublement réfléchie du jalon B que l'on a derrière soi, et par la partie transparente du même miroir le jalon D qui est en avant.

Puis, plaçant l'œil devant l'autre couple de miroirs à 45 degrés, on peut, en se déplaçant sur l'alignement donné, déterminer le pied d'une perpendiculaire abaissée d'un point extérieur C (fig. 11). Pour cela, on se déplace jusqu'à ce qu'on voie dans la même direction l'image doublement réfléchie du jalon B qu'on a à droite, et le point C lui-même vu directement par la partie transparente du miroir N. Mais il faut s'assurer alors qu'on n'est pas sorti de l'alignement donné; pour cela, on revient aux miroirs à 90 degrés et on rectifie, au besoin, sa position; puis on consulte de nouveau les miroirs à 45 degrés pour se remettre au pied de la perpendiculaire, et au bout de quelques tâtonnements très-simples, que l'on parvient à restreindre par l'habitude, on se trouve en même temps sur l'alignement donné et au pied de la perpendiculaire cherchée.

Avantages de l'équerre à miroirs.

Ces opérations se font beaucoup plus facilement qu'avec l'équerre d'arpenteur ordinaire, parce que l'instrument se tient à la main, tandis que, pour chaque tâtonnement, on est obligé de planter dans le sol le pied de l'équerre ordinaire, puis de l'enlever pour le planter de nouveau, sans parler des cas où le sol est tellement dur, sur les routes empierrées ou dans les rues pavées par exemple, qu'il est à peu près impossible de faire tenir le bâton d'équerre. Dans ce cas, il n'y a pas d'autre moyen que de placer l'équerre sur un pied à trois branches, qui est embarrassant et d'un emploi peu commode. Les tâtonnements sont donc beaucoup plus simples et plus courts avec l'équerre à miroirs.

Quant à la précision, elle devrait aussi être plus considérable puisque, les angles des miroirs une fois bien établis, les angles construits en sont exactement le double. Mais comme rien ne dirige le rayon visuel de l'opérateur, on n'est pas sûr de le mettre dans un plan bien normal aux surfaces réfléchissantes, et, à cause de cette incertitude, on ne peut pas compter, avec l'équerre à miroirs, sur une exactitude plus grande qu'avec l'équerre d'arpenteur ordinaire. Quoi qu'il en soit, cet instrument a au moins sur l'autre l'avantage de la rapidité et de la facilité de l'opération.

Par contre, l'équerre à miroirs présente un inconvénient assez grave : c'est que les miroirs sont susceptibles de se déranger, et, par suite, il est nécessaire de les vérifier fréquemment et de les rectifier, au besoin. Pour cela, dans chaque couple de miroirs, il y en a un qui est mobile à l'aide d'une clef jointe à l'instrument.

Inconvénient de l'équerre à miroirs.

S'il s'agit de vérifier les miroirs à 90 degrés, on fait une opération comme pour se mettre sur l'alignement de deux points A et B distants de 100 mètres au moins (fig. 12), en regardant directement le point A, par exemple, et le point B par double réflexion. Si l'angle des deux miroirs, au lieu d'être de 90 degrés, n'est que de 88 degrés, on obtiendra ainsi un certain point C, que l'on marque sur le sol en projetant, à l'aide du fil à plomb, le milieu de l'équerre, et tel que l'angle ABC soit égal à 2×88 degrés ou 176 degrés, au lieu de 180 degrés. Puis on se retourne de manière à regarder directement le point B et on se déplace jusqu'à ce qu'on voie dans la même direction le point A doublement réfléchi ; ou bien, plus simplement, sans se retourner soi-même, on recommence la même opération après avoir retourné l'équerre sens dessus dessous ; on détermine ainsi un second point C′ tel, que l'angle AC′B soit encore de 176 degrés. Donc le point qui se trouve exactement sur l'alignement de AB est précisément le milieu D de la distance CC′ ; ce qui montre qu'on peut se servir d'un instrument qui n'est pas rectifié, à la condition de faire deux opérations, comme nous venons de le dire, et d'en prendre la moyenne.

Vérification et rectification.

Mais, pour corriger l'instrument, on se transporte en D, et il faut évidemment, dans toutes ces opérations, se servir du fil à plomb pour déterminer bien exactement ces points C et C′, et pour mettre le centre de l'instrument dans la verticale de D. Puis on regarde directement l'un ou l'autre des points A et B, et on tourne la vis de rectification jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie de l'autre point soit vue dans la même direction. On fait du reste la contre-épreuve en se retournant sur place, et on complète, au besoin, la rectification.

Pour vérifier l'angle des miroirs à 45 degrés, on opère d'une manière analogue : on cherche à abaisser d'un point D une perpendiculaire sur une droite AB (fig. 13), d'abord en regardant directement le point A et se déplaçant sur l'alignement AB, que l'on a eu soin de marquer par un troisième jalon J, jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie de D coïncide avec A. On obtient ainsi un point E_1 tel, que l'angle AE_1D est double de l'angle des deux miroirs.

Puis on fait un demi-tour et on recommence la même opération en se servant cette fois des points B et D. On obtient un second point E_2 tel, que l'angle BE_2D est encore double de l'angle des deux miroirs. Donc les deux droites E_1D et E_2D sont deux obliques également inclinées par rapport à la perpendiculaire, dont le pied se trouvera par conséquent en E, milieu de E_1E_2 : ce qui prouve encore que l'on peut, en prenant la moyenne de deux opérations, se servir d'une équerre inexacte. Il sera même toujours bon de faire cette double opération, toutes les fois que l'on visera à la précision.

Pour corriger le défaut, on se placera, comme tout à l'heure, de manière que le centre de l'équerre soit dans la verticale du point E, et on tournera avec la clef la vis de rectification jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie de D corresponde au point A vu directement, puis on fera la contre-épreuve en se servant du point B.

Il est clair que, pour faire ces rectifications, on doit employer le fil à plomb afin de projeter exactement le milieu de l'équerre sur le sol.

Outre cet inconvénient d'exiger des rectifications assez fréquentes, l'équerre à miroirs a encore le désavantage de ne permettre de tracer que des angles droits sur le terrain; elle est donc, sous ce rapport, moins utile que l'équerre ordinaire, qui donne aussi des angles à 45 degrés.

Désavantage de l'équerre à miroirs en terrain accidenté.

Mais l'équerre à miroirs perd surtout tous ses avantages quand on veut opérer en terrain accidenté. Car, pour que les angles tracés soient exacts, il faut tenir la platine qui porte les miroirs horizontale; mais alors un point A et son image doublement réfléchie A″ sont vus suivant la même inclinaison par rapport à la platine. Pour que l'on puisse faire correspondre A″ et B, il faudrait donc que les rayons visuels OA et OB fussent également inclinés sur l'horizon, condition qui sera bien rarement remplie. Par exemple, s'il s'agit de tracer une perpendiculaire, l'un des points D, qui est à droite de l'opérateur, se trouve au-dessous de l'horizon, tandis que le terrain en avant, où se trouve le point A, va en montant; alors l'image doublement réfléchie du jalon D paraît aussi abaissée au-dessous de l'horizon que l'est le jalon lui-même, et, si l'inclinaison est suffisante, il pourra être impossible de voir en même temps dans la même direction le jalon A qui est en avant. Il faudra se contenter de les mettre dans la même verticale, et souvent même à une assez grande distance en hauteur, ce qui rendra l'opération infiniment plus difficile et moins précise. Dans ce cas, il faut renoncer à l'équerre à miroirs, ou, du moins, l'équerre d'arpenteur ordinaire est plus avantageuse.

§ 3. Équerres à prismes.

On remplace avantageusement l'équerre à miroirs par l'équerre à prismes, qui a sur la première l'immense avantage de ne pas exiger de rectifications; elle ne peut pas, en effet, se déranger, puisque les angles des prismes sont invariables. Avantage d'un angle invariable.

L'instrument se compose d'une boîte en cuivre dans laquelle sont fixés deux prismes de verre poli superposés l'un à l'autre. Chacun de ces prismes, de section quadrangulaire (fig. 14), présente un angle droit et un angle de 135 degrés. Alors un rayon lumineux, partant d'un point A placé à gauche et entrant sous un angle convenable dans le prisme Q, parallèlement au plan normal aux surfaces *mn* et *np*, subit sur *mn* une première réflexion totale, une seconde sur la face *np*, et sort enfin dans une direction perpendiculaire à la direction incidente; car les déviations par réfraction à l'entrée et à la sortie du prisme se compensent, et le prisme fonctionne simplement comme une couple de miroirs faisant un angle de 135 degrés. Par suite, l'œil placé en O verra l'image doublement réfléchie A″ d'un point A situé à la gauche de l'observateur dans une direction OA″ telle, que l'angle A″IA sera droit. Il en est de même pour le prisme inférieur Q′, en ce qui concerne les objets situés à droite. Principe de l'équerre à prismes.

L'enveloppe de l'instrument porte d'ailleurs une plaque percée de trois œilletons qui correspondent, l'un à la base supérieure du prisme Q, le second à la base commune aux deux prismes, et le troisième à la base inférieure du prisme Q′.

Voici l'usage que l'on peut faire de cet instrument: Son usage.

Pour trouver un point sur l'alignement de deux autres A et B, on place les épaules dans la direction AB (fig. 15), et, en regardant à la fois dans les deux prismes par l'œilleton du milieu, on voit devant soi les images doublement réfléchies A″ et B″ des points A et B. On se déplace alors, en avant ou en arrière, jusqu'à ce que ces deux images soient vues dans la même direction, et l'instrument se trouve sur l'alignement donné, car les angles AIA″ et BIB″ étant droits tous les deux, les trois points A, I et B sont en ligne droite.

Si alors on veut abaisser d'un point D une perpendiculaire sur cet alignement, on regarde par l'œilleton supérieur, par exemple, et on se déplace latéralement jusqu'à ce que l'image A″ de A, vue dans le prisme, paraisse dans la direction de D vu directement au-dessus du prisme. L'angle AIA″ étant droit, son égal AID l'est aussi.

Mais, en faisant cette opération, on a pu sortir de l'alignement AB; pour le vérifier, on revient à l'œilleton du milieu et on regarde si les deux images A″ et B″ sont encore vues dans la même direction; sinon, on avance ou on recule pour satisfaire à cette condition, puis on cherche de nouveau le pied de la perpendiculaire, comme précédemment, et on arrive au résultat par un petit nombre de tâtonnements très-simples et très-rapides.

Pour vérifier si l'on est encore sur l'alignement AB, on peut encore, au lieu de consulter les deux images A″ et B″, se servir de l'œilleton inférieur, et voir si l'image doublement réfléchie B″, vue dans le prisme, correspond au point D vu directement au-dessous du prisme.

L'équerre à prismes, avons-nous dit, ne peut pas se déranger, puisque son invariabilité repose sur celle des angles des surfaces réfléchissantes; mais ces angles peuvent être faux, ou bien les prismes peuvent être mal placés dans leur monture l'un par rapport à l'autre. Il faut, en effet, d'abord que les arêtes des deux prismes soient parallèles entre elles; ensuite que les deux faces par lesquelles on regarde soient dans un même plan, et, comme en général ces instruments n'ont pas de vis de rectification, il est essentiel de vérifier une équerre, au moment où on l'achète.

Vérification de l'équerre à prismes.

On vérifie d'abord séparément chacun des prismes, en cherchant le pied de la perpendiculaire abaissée d'un point D sur l'alignement AB (fig. 13). On se sert d'abord du prisme inférieur seulement, comme nous l'avons expliqué plus haut, et, après avoir déterminé un premier point E en faisant correspondre l'image doublement réfléchie de D avec le point A vu directement, on retourne l'instrument sens dessus dessous, et l'on se sert du même prisme pour déterminer de nouveau le pied de la perpendiculaire en faisant coïncider l'image doublement réfléchie de A avec D vu directement. Si le point E_2, que l'on obtient ainsi, diffère sensiblement de E_1, c'est que l'angle du prisme n'est pas exact.

On fait la même vérification pour le prisme supérieur.

Puis, la valeur des angles étant vérifiée, on s'occupe de vérifier si les deux prismes sont convenablement placés l'un par rapport à l'autre. En ce qui concerne le parallélisme des arêtes, on cherche à voir dans les deux prismes à la fois en regardant par l'œilleton du milieu les images doublement réfléchies de deux lignes parallèles, deux arêtes verticales par exemple; ces images doivent être également parallèles. Enfin, pour s'assurer que les deux faces par lesquelles se font les visées sont bien dans un même plan, on se place avec l'instrument sur l'alignement de deux points A et B, et, regardant par l'œilleton du mi-

lieu, on doit voir dans la même direction les images doublement réfléchies A″ et B″. Si l'une ou l'autre de ces conditions n'est pas remplie, il faut rendre l'instrument au constructeur pour le faire corriger.

Il ne faut pas espérer que ces vérifications puissent se faire à plus de 3′ près, ce qui sous-tend environ 10 centimètres à 100 mètres. Cette précision serait d'ailleurs suffisante, puisqu'elle permettrait de tracer, sans erreur appréciable, des perpendiculaires dont la longueur graphique serait de 10 centimètres, ce qui représenterait 100 mètres à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, 200 mètres à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, etc.

Dans tous les cas, les figures 12 et 13 montrent comment on peut se servir d'une équerre peu exacte, en prenant la moyenne de deux opérations distinctes, puisque les points obtenus C et C′, E_1 et E_2 sont symétriques par rapport aux points cherchés.

Avantages de l'équerre à prismes.

L'équerre à prismes, bien exécutée avec de bons prismes, donne un peu plus de précision que l'équerre à miroirs et l'équerre d'arpenteur ordinaire, ce qui tient surtout à ce que les œilletons permettent de diriger les rayons visuels. C'est donc un excellent instrument en terrain horizontal ou peu incliné; mais il perd aussi tous ses avantages en terrain accidenté, pour les mêmes raisons que nous avons données à propos de l'équerre à miroirs.

Cependant on peut encore s'en servir pour abaisser des perpendiculaires assez courtes de points extérieurs D, situés sur un terrain allant en montant légèrement, sur des droites AB de pentes à peu près uniformes. Pour cela, on donne aux bases des prismes l'inclinaison de la droite AB, et l'on se déplace latéralement sur AB pour amener l'image doublement réfléchie de B dans la direction du point du jalon D, qui est de niveau avec l'œil de l'opérateur. Alors, I étant l'instrument, l'angle DIB est droit dans l'espace; mais le côté DI de cet angle est horizontal : donc la projection de l'angle est un angle droit.

Winkelprisma et *Prismenkreuz.*

Les Allemands emploient des équerres à prismes construites d'une manière un peu différente et auxquelles ils donnent les noms de *Winkelprisma* ou de *Prismenkreuz.* Ils emploient des prismes dont la section est un triangle rectangle isoscèle, et qui présentent, par conséquent, deux angles de 45 degrés. Concevons alors un rayon lumineux émanant du point A, qui pénètre dans le prisme parallèlement à sa base par l'une des faces à angle droit *mn* (fig. 16), sous un angle convenable pour être réfléchi totalement par la seconde face *mp* de l'angle droit; après avoir subi une première réfraction suivant *ri*, il viendra se réfléchir une seconde fois sur la face hypoténuse *np*, suivant *i′r′*,

èn faisant, à l'intérieur du prisme, un angle droit avec la direction *ri* du rayon qui vient frapper la face *mp*, puisque l'angle *mpn* des deux surfaces réfléchissantes est de 45 degrés. Puis le rayon lumineux, en sortant du prisme, subira une deuxième réfraction, égale et de sens contraire à la première, de telle sorte que, ces deux réfractions se compensant, le rayon émergent fera encore un angle droit avec le rayon émanant du point A, que nous avons considéré. Par suite, l'œil de l'observateur, placé en O, verra l'image doublement réfractée et doublement réfléchie A″ du point A dans une direction O*r*′A″ perpendiculaire à A*r*. On conçoit alors qu'un prisme de ce genre puisse servir à élever ou abaisser des perpendiculaires sur une droite AB; il suffira, en effet, étant sur l'alignement donné, de se déplacer latéralement jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie A″ soit vue dans la direction du point D vu directement. Et si l'on fixe dans la même monture, dans une position convenable, deux prismes semblables mis en croix l'un au-dessus de l'autre (*Prismenkreuz*), on aura un instrument qui permettra de faire les mêmes opérations que l'équerre à prismes de l'École d'application, puisque, en regardant simultanément dans les deux prismes, on pourra se mettre sur un alignement donné par la concordance des images doublement réfléchies A″ et B″, et en se servant seulement soit du prisme inférieur, soit du prisme supérieur, on tracera les perpendiculaires, comme nous venons de le dire.

Inconvénients des équerres à prismes.

Lorsque l'on regarde dans un prisme de ce genre par l'une des faces de l'angle droit et près de l'angle aigu, ce qui est la position propre aux observations, on aperçoit deux images du point A situé à gauche, par exemple. L'une de ces images provient des rayons qui ont subi, en traversant le prisme, deux réfractions, l'une à l'entrée, l'autre à la sortie, et une seule réflexion sur la face hypoténuse; l'autre, au contraire, a subi deux réfractions et deux réflexions, comme nous l'avons expliqué plus haut. C'est de cette dernière seulement qu'il faut se servir. On les distingue l'une de l'autre en ce que d'abord la première est un peu plus brillante, puisqu'il y a eu, dans ce cas, moins de lumière absorbée par la traversée du prisme, mais surtout à ce caractère que la seconde reste fixe, tandis que l'autre se déplace lorsqu'on fait tourner le prisme entre les doigts.

Quoi qu'il en soit, cette double image est une gêne assez grande pour les opérations faites avec un instrument de ce genre; et si l'on ajoute à cela l'inconvénient de ne pas pouvoir munir l'instrument d'œilletons servant à diriger les rayons visuels, nous verrons que ces équerres allemandes sont d'un emploi

beaucoup moins commode et moins sûr que l'équerre à prismes de l'École d'application. Elles ont d'ailleurs les mêmes désavantages que nous avons déjà signalés pour les opérations en terrain accidenté.

§ 4. Instruments goniométriques proprement dits (pl. iv).

Les instruments dont nous avons parlé jusqu'à présent permettent seulement de faire et de mesurer sur le terrain des angles droits et des angles à 45 degrés. Par conséquent, ils ne peuvent pas être considérés, à proprement parler, comme destinés à mesurer les angles, bien qu'ils constituent, en réalité, une catégorie particulière d'instruments goniométriques.

On employait beaucoup autrefois, pour la mesure des angles, le grapho- Graphomètre.
mètre, qui se compose essentiellement d'un cercle ou, plus habituellement, d'un demi-cercle gradué, mobile autour d'un axe perpendiculaire à son plan, et que l'on pouvait fixer sur un trépied à l'aide d'une douille munie d'un genou à coquille.

Sur le diamètre du limbe sont fixées deux pinnules servant à donner un premier plan de visée perpendiculaire au plan du limbe, et autour du centre du cercle se meut une alidade munie de verniers qui parcourent les divisions du limbe et portant à ses extrémités deux pinnules qui déterminent un second plan de visée.

On conçoit immédiatement comment, avec un pareil instrument, on peut Son usage.
mesurer un angle; il suffit, en effet, de placer le centre du graphomètre dans la verticale du sommet de l'angle, et, après avoir dirigé le plan de visée fixe sur l'un des objets, de faire tourner l'alidade jusqu'à ce que le second plan de visée passe par le second objet. Alors l'angle parcouru par l'alidade, et dont on lit la valeur sur le vernier, donne la mesure de l'angle cherché. Avec les anciens graphomètres, on n'avait aucun moyen de placer le plan du limbe horizontal, de sorte qu'on mesurait les angles dans le plan des objets, et on était obligé, alors, de les réduire à l'horizon, ce qui nécessitait la mesure des angles de hauteur des deux objets et un calcul long et fastidieux.

On peut éviter ces ennuis et ces lenteurs en plaçant sur le limbe deux petits niveaux à bulle d'air, à angle droit, ou mieux un petit niveau sphérique, ce qui permet de mettre le plan du limbe horizontal et, par conséquent, de mesurer directement les angles réduits à l'horizon.

Mais le graphomètre, quand il est bien construit, donne une précision su- Il est

à peu près abandonné aujourd'hui.

perflue pour les opérations topographiques de détail, pour lesquelles seulement on l'employait, et, lorsqu'il est mal construit, ce qui a lieu pour la plupart des instruments qu'on trouve à bon marché dans le commerce, il n'a plus que l'inconvénient d'être embarrassant et d'un emploi peu commode. Aussi y a-t-on à peu près complétement renoncé.

Goniasmomètre. Goniomètre. Pantomètre.

On a remplacé avec avantage le graphomètre par un petit instrument beaucoup plus simple et portatif, qu'on appelle goniasmomètre, goniomètre ou pantomètre. Tous les instruments auxquels on a donné ces différents noms se ressemblent et sont fondés sur le même principe, dont l'idée est due à un sous-lieutenant élève du génie de l'École d'application, nommé Fauquier, qui avait imaginé, en 1822, un petit instrument de ce genre, pour s'aider dans un lever à vue [1].

Description sommaire.

Le goniasmomètre se compose essentiellement de deux tambours circulaires en cuivre, de même diamètre (5 à 6 centimètres), superposés l'un à l'autre. Le tambour inférieur est fixe et peut être placé sur un trépied à l'aide d'une douille munie ou non d'un genou à coquille. Il porte près de son bord supérieur une division en degrés, qui représente le limbe gradué, et est muni de deux fentes suivant deux génératrices diamétralement opposées et correspondant au diamètre $0^{\circ} - 180^{\circ}$ de la graduation. Le tambour supérieur est mobile autour de l'axe commun des deux cylindres, au moyen d'un bouton mollеté et d'un pignon qui engrène dans une roue dentée placée intérieurement. Ce second tambour sert d'alidade et est percé de quatre fentes opposées deux à deux, et suivant deux plans diamétraux perpendiculaires entre eux, de sorte que l'instrument peut, au besoin, servir d'équerre d'arpenteur. Un vernier et quelquefois deux, dans les instruments bien faits, correspondent à l'un de ces diamètres et servent à lire les angles marqués sur le tambour inférieur.

Manière de mesurer les angles.

Lorsqu'on veut mesurer un angle entre deux points donnés A et B (fig. 1), on place l'instrument dans la verticale du sommet de l'angle, en ayant soin de rendre l'axe du cylindre vertical, ce qu'on obtient en agissant sur une des branches du trépied, ou en se servant des mouvements du genou à coquille. Dans le premier cas, on juge de la verticalité à vue ou bien on emploie un fil à plomb; dans le second cas, on se sert des indications du petit niveau sphérique placé à la partie supérieure de l'instrument. Puis on dirige le plan de

[1] Il est juste de dire, toutefois, que la description d'un instrument analogue se trouve dans un ouvrage anglais publié avant 1800.

visée inférieur sur l'un des points, A par exemple, et on fait tourner le tambour supérieur jusqu'à ce que le plan de visée qui porte les verniers passe par le point B. On lit alors l'angle cherché, qui a pour mesure l'arc parcouru par le zéro du vernier sur la graduation du tambour inférieur, et on a sa valeur à 5 minutes près environ dans les instruments ordinaires. Car l'erreur de visée est la même qu'avec l'équerre d'arpenteur, puisque la visée se fait par des fentes. Si l'instrument a 6 centimètres de diamètre, comme c'est le cas ordinaire, le maximum d'erreur à craindre sera représenté par $\frac{0^{mm},1}{60}$, ou $\frac{1}{600}$, c'est-à-dire environ 5 à 6 minutes[1].

Le goniasmomètre doit être soumis, la première fois que l'on s'en sert et surtout avant de l'acheter, à diverses vérifications. Vérifications.

1° Il faut, avant tout, vérifier si les fentes opposées déterminent bien deux à deux des plans de visée, ce qui se fait, du reste, de la même manière que pour l'équerre d'arpenteur.

2° Il faut s'assurer que l'alidade marque bien zéro quand les deux plans de visée inférieur et supérieur sont dirigés simultanément sur le même point. Pour cela, on dirige le plan de visée inférieur sur un objet bien net; puis, par le mouvement du tambour supérieur, on amène le plan de visée supérieur sur le même objet; le vernier doit marquer exactement zéro; autrement, la différence serait une erreur constante, dont il faudrait corriger toutes les mesures d'angles faites avec cet instrument. C'est ce qu'on appelle une erreur de collimation.

Cette condition, d'ailleurs, n'est pas indispensable, et voici un moyen bien simple de se servir, quand même, d'un instrument qui présenterait ce défaut. Il consiste à viser successivement les deux points dont on cherche l'angle, au moyen du plan de visée du tambour mobile, la première visée étant faite lorsque les zéros du vernier et du limbe sont en coïncidence, et alors on lit directement l'arc parcouru par le zéro du vernier, lorsque le plan de visée est dirigé sur le second point. Dans ce cas, le plan de visée inférieur ne sert, pour ainsi dire, que de repère, si l'on a eu soin de le diriger sur un point remar-

[1] D'après ce que nous venons de dire sur l'erreur de visée à craindre dans les goniasmomètres, il est bon de remarquer qu'il est complétement superflu, en pareil cas, de se donner le luxe d'un vernier très-long et présentant des divisions très-nombreuses, de manière à permettre de lire directement les 2 minutes, comme quelques constructeurs ont la manie de le faire, sans doute pour faire croire que leurs instruments donnent une précision supérieure. De pareils verniers rendent la lecture plus pénible et fatiguent inutilement l'opérateur : à quoi bon lire à 2 minutes près un angle qui, par suite des seules erreurs de visée, n'est exact qu'à 5 ou 6 minutes près ?

quable de la campagne, car alors il indiquera les déplacements que le limbe aurait pu subir pendant l'opération.

Défaut de centrage.

3° Il faut s'assurer que l'instrument ne présente pas de *défaut de centrage*, c'est-à-dire que le tambour mobile tourne bien exactement autour du centre de la division du limbe. Autrement l'angle AOB (fig. 2) décrit par l'alidade n'aurait pas pour mesure l'arc parcouru par le vernier.

Quelques instruments bien construits possèdent deux verniers opposés, qui permettent de constater facilement le défaut de centrage, s'il existe. Pour cela, après avoir accordé le mieux possible, en s'aidant d'une loupe, les deux zéros de l'un des verniers et du limbe, on regarde si l'autre vernier accuse bien 180 degrés; et lorsqu'on a fait cette vérification pour un certain nombre de positions du vernier sur une demi-circonférence, s'il n'y a pas de désaccord, c'est que l'instrument est bien centré.

Mais il pourrait arriver qu'il y eût une différence constante et toujours de même signe entre les deux lectures opposées, auquel cas l'instrument pourrait très-bien servir, car cela indiquerait seulement (fig. 3) que la ligne qui joint les deux verniers $v_1 v_2$, au lieu d'être un diamètre, est une corde, embrassant par conséquent un arc constant sur la circonférence; ce qui n'empêche pas l'alidade d'être bien centrée, et, par suite, la différence des lectures faites sur un vernier, au commencement et à la fin, donne bien la mesure de l'angle décrit par la ligne de visée, en allant de l'un des points sur l'autre. Car la ligne des verniers $v_1 v_2$, tournant réellement autour du centre c de la graduation, l'un quelconque des angles $v_1 c v'_1$ ou $v_2 c v'_2$ décrit par l'un ou l'autre des verniers, étant un angle au centre, a bien pour mesure l'arc compris entre ses côtés.

Si, au contraire, la différence constatée entre les lectures faites sur les deux verniers est variable, et tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, c'est qu'il y a un défaut de centrage. La ligne des verniers $v_1 v_2$ tourne autour d'un point o différent du centre c de la graduation; par suite, l'angle décrit par la ligne des verniers n'a plus pour mesure l'un des arcs $v_1 v'_1$ ou $v_2 v'_2$, mais la demi-somme des arcs compris entre ses côtés, puisqu'il s'agit d'un angle $v_1 o v'_1$ intérieur à la circonférence. Ceci montre donc qu'on pourra très-bien se servir d'un instrument présentant un défaut de centrage, à la condition qu'il soit muni de deux verniers, puisque, pour éliminer l'erreur qui résulterait de ce défaut, il suffira, pour chaque angle, de prendre la moyenne des lectures faites sur les deux verniers.

Mais lorsque l'instrument n'a pas deux verniers, ce qui est le cas le plus général, comment constater le défaut de centrage, s'il existe ? Rien n'est plus simple : après avoir accordé les zéros du vernier unique et du limbe, on fait, en se servant d'une loupe, un petit trait de canif sur le tambour mobile, en regard du trait 180 degrés, et on fait la vérification avec ce trait comme ci-dessus. Si l'on constate un défaut de centrage, l'instrument doit être rejeté, puisqu'ici on n'aurait pas le moyen de l'éliminer.

Quand un goniasmomètre est bien fait, on peut, comme nous le disions tout à l'heure, mesurer les angles à 5 minutes près environ; mais on pourrait augmenter considérablement la précision en remplaçant la visée par des fentes par la visée au moyen d'une lunette, et alors on aura un instrument qui sera toujours un goniomètre, mais qui pourra varier de forme et de dimensions, depuis l'instrument portatif le plus simple jusqu'au théodolite le plus compliqué, et qui donnera la valeur des angles à une minute, une demi-minute et même à quelques secondes près. Contentons-nous de signaler l'existence de pareils instruments, qui sortent du cours de topographie; nous aurons pourtant occasion, dans un chapitre ultérieur, de parler d'un goniomètre d'une assez grande précision que M. le colonel Goulier a fait construire récemment pour le service de l'École d'application, et auquel il a donné le nom de *tachéomètre*. Précision des mesures.

§ 5. Construction des angles.

Nous aurons occasion plus tard, à propos des levers à la boussole, d'expliquer les précautions qu'exige la construction des angles avec le rapporteur. Cet instrument permet de construire à 5 minutes près des angles dont les côtés n'excèdent pas ses propres dimensions, c'est-à-dire 6 à 7 centimètres, en général. Mais il faudrait bien se garder de prolonger les côtés d'un angle ainsi construit de cinq ou dix fois leur longueur première, car cette erreur de 5 minutes, qui, à la distance de 6 à 7 centimètres, correspond à environ $\frac{1}{10}$ de millimètre, erreur inappréciable sur le dessin, donnerait un déplacement de 1 millimètre à une distance de 60 centimètres, erreur qui ne serait plus admissible. Le rapporteur est donc alors tout à fait insuffisant. Insuffisance du rapporteur.

Lorsque l'on a à construire sur une ligne AB un angle dont les côtés doivent avoir une grande longueur, on emploie le procédé des cordes. Pour cela, on calcule la corde correspondant à l'angle a donné, dans un cercle de rayon R, plus grand que le plus grand côté de l'angle, par la formule (fig. 4) Construction par la corde.

$$\text{corde de } a = \text{DE} = 2\text{R} \times \sin \tfrac{1}{2} a.$$

Ce calcul se fait soit à l'aide des tables de sinus, soit à l'aide de tables spéciales de cordes trigonométriques. Puis, ayant décrit la circonférence, du point A comme centre, avec le rayon R, en se servant, au besoin, pour cela d'un compas à verge, on décrit ensuite, du point D comme centre, avec la corde calculée pour rayon, un petit arc de cercle qui vient couper la circonférence en E; on joint AE, et l'angle se trouve construit avec une précision d'environ $\frac{1}{10}$ de millimètre sur la position du point E. Par suite, les points B et C que l'on viendra marquer sur les côtés de l'angle, entre les points qui ont servi à le construire et le sommet, seront établis avec beaucoup de chances d'exactitude.

Pour des angles moindres que 45 degrés, on peut aussi faire la construction par les tangentes ou les sinus, que l'on calcule aussi dans un cercle de très-grand rayon.

CHAPITRE IV.

MESURE DES ANGLES. — SEXTANT (PL. IV).

§ 1er. Son principe et son usage.

Tous les instruments goniométriques que nous avons étudiés jusqu'à présent, sauf pourtant les équerres à miroirs et à prismes, exigent une installation bien fixe, des pieds très-stables, pour fournir la précision nécessaire. Sans parler même des observations que les marins ont à faire journellement, cette stabilité ne peut plus être obtenue, si l'on doit opérer à cheval, ou bien si, ayant à faire un lever de côtes, on est obligé de faire des stations en mer dans un canot, pour mesurer des angles. Il faut alors recourir à des instruments fondés sur un autre principe, afin que la mesure des angles soit indépendante de la mobilité constante de l'observateur et de l'instrument. Avantages du sextant pour la mesure des angles.

Ce principe est celui de la double réflexion sur deux miroirs, principe que nous avons déjà rappelé, à l'occasion de l'équerre à miroirs. C'est sur ce principe qu'est fondé le sextant. Voici d'une manière sommaire en quoi il consiste : Principe.

Un limbe gradué, ayant une étendue égale au sixième de la circonférence, porte, fixé sur l'un de ses rayons extrêmes, un miroir qui est étamé seulement sur la moitié de sa hauteur, la partie supérieure étant transparente : c'est ce que l'on appelle le *petit miroir*. Un second miroir, complétement étamé, et que l'on appelle le *grand miroir*, est fixé au centre même du limbe sur une alidade mobile autour de ce centre, et se meut par conséquent avec elle. L'alidade porte à son extrémité un biseau muni d'un vernier qui parcourt les divisions du limbe gradué. Un viseur ou une lunette, fixés parallèlement au limbe, en face du petit miroir, servent à faire les observations. Description sommaire.

Lorsque l'instrument est réglé, les deux miroirs sont perpendiculaires au plan du limbe, et de plus ils sont parallèles lorsque l'alidade indique zéro; si nous faisons marcher l'alidade et, par conséquent, le grand miroir, l'arc parcouru par le zéro du vernier, et que nous lirons sur le limbe, serait précisément la mesure de l'angle des deux miroirs, si ce limbe était gradué à la manière ordinaire; mais il est divisé en demi-degrés ou en demi-grades qui

sont chiffrés comme des degrés ou des grades, de sorte que nous lisons, en réalité, le double de l'angle des deux miroirs.

Usage du sextant.

Voici l'usage que l'on fait de l'instrument, ce qui va justifier ce mode de divisions :

Supposons que l'on veuille mesurer l'angle de deux objets, A à gauche et B à droite (fig. 5). On tient l'instrument de la main droite, de manière que son plan passe par les deux points que l'on considère, car nous savons que le principe de la double réflexion n'est vrai qu'à la condition que tout se passe dans un plan normal aux surfaces réfléchissantes. Puis on regarde directement, par la partie transparente du petit miroir, le point A, par exemple, et l'on fait marcher l'alidade jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie B″ du point B soit vue dans la même direction; alors l'angle de B et de A est le même que celui de B et de B″, qui est vu précisément dans la direction de A; or, d'après le principe de la double réflexion, on sait que ce dernier angle, entre un point et son image doublement réfléchie, est double de l'angle des deux miroirs : c'est précisément l'angle que nous lirons sur le limbe, grâce à son mode de graduation.

Nous supposerons d'abord que l'instrument est réglé, et nous allons voir l'usage qu'on peut en faire et les précautions qu'exige son emploi.

Lecture des angles.

Nous commencerons par indiquer comment se fait la lecture des angles, et ce que nous allons dire à ce sujet s'appliquera, avec quelques variantes, à tout autre instrument goniométrique; nous serons amené aussi à donner, une fois pour toutes, la *pratique du vernier,* sans avoir besoin d'en rappeler la théorie, que l'on trouve, d'ailleurs, dans tous les livres de physique et autres.

Précautions à prendre.

La lecture d'un angle embrasse toute la portion du limbe comprise entre le zéro du limbe et le zéro du vernier de l'alidade, qui sert d'index. Elle se compose donc de la somme des divisions entières du limbe comprises dans cet intervalle, et généralement d'une fraction de division dont le vernier doit donner la valeur. Pour faire la lecture dans de bonnes conditions, il faut que le limbe soit éclairé directement par le ciel ou indirectement à l'aide d'un réflecteur, qui peut être simplement le front de l'opérateur ou même une feuille de papier blanc; de cette manière les divisions se détachent en noir sur un fond éclairé; il faut, de plus, que le plan du biseau de l'alidade aille en descendant, de l'opérateur vers le limbe, afin que les divisions du vernier se projettent sans lacune sur celles du limbe. Enfin il faut avoir soin de placer l'œil dans un

plan normal au plan de l'instrument, passant par les traits sur lesquels on doit lire; autrement, à cause du petit ressaut qui existe forcément entre les divisions de l'alidade et celles du limbe, on projetterait obliquement les premières sur le limbe, ce qui serait une cause d'erreur assez considérable.

Lorsqu'on cherche la précision, on doit se servir d'une loupe pour faire les lectures, loupe qui est, du reste, liée à l'alidade dans les instruments précis.

La première chose à faire, lorsqu'on a un instrument en main pour la première fois, c'est de se rendre compte de la manière dont le limbe et le vernier sont gradués. Considérons donc un sextant que nous supposerons gradué suivant la division centésimale, qui est celle de la plupart des nouveaux instruments de l'École d'application.

Nous trouvons d'abord sur la lunette (fig. 6) de grands traits chiffrés o, 10, 20,...; ce sont évidemment les dizaines de grades; puis les grands traits intermédiaires seraient chiffrés 5, 15, 25,... Les traits moyens, qui seraient chiffrés 1, 2, 3, 4,... 6, 7,... 11, 12,... expriment évidemment les unités de grades. Enfin chacune de ces divisions est partagée en deux parties égales par un petit trait qui correspond au demi-grade ou à 50 minutes centésimales. Le limbe procède donc de demi-grade en demi-grade. Chiffraison du limbe.

Le vernier doit donner les subdivisions de la plus petite division du limbe; et, en effet, il est chiffré de o à 50 minutes centésimales. Les grands traits intermédiaires, qui seraient chiffrés 10, 20, 30, 40, correspondent aux dizaines de minutes, et chacune de ces petites divisions étant partagée en deux parties égales par un petit trait, qui serait chiffré 5, ou 15, ou 25, etc., cela prouve que le vernier procède de cinq minutes en cinq minutes, ce qui revient à dire que la différence constante entre les divisions du vernier et celles du limbe est de cinq minutes. Vernier.

Nous allons voir comment, avec ce vernier, qui ne donne que les cinq minutes à la lecture, on peut avoir, à l'estime, la minute centésimale.

Nous lisons donc d'abord sur le limbe le nombre de grades et, s'il y a lieu, le demi-grade complémentaire qui sont compris dans l'angle mesuré : soit 23 grades cette lecture (fig. 6). Puis, pour évaluer la fraction de division comprise entre le trait 23 grades du limbe et le zéro du vernier, il faut chercher le trait du vernier qui paraît coïncider avec un trait du limbe, et lire le chiffre qui serait inscrit sur ce trait si la chiffraison du vernier était complétée. Supposons que la coïncidence ait lieu au trait qui serait chiffré 35, nous dirons que l'angle mesuré est de $23^{g}35'$.

Si l'angle lu sur le limbe avait été 23ᵍ50', il faudrait supposer, par la pensée, le vernier chiffré de 50 à 100 et, le trait 85 du vernier paraissant coïncider avec un trait du limbe, l'angle total serait 23ᵍ85'. Par ce petit artifice, dont on prend vite l'habitude, on évite l'oubli, très-fréquent dans l'inscription de l'angle, du demi-grade lu directement sur le limbe.

Manière de faire les lectures à l'estime sur le vernier.

Mais, en ce qui concerne la coïncidence des traits, plusieurs cas peuvent se présenter :

1° La coïncidence a bien réellement lieu au trait 35 (fig. 6), et pour s'en assurer il ne faut pas se contenter de considérer les deux traits qui paraissent coïncider; mais, tout devant être symétrique de part et d'autre de la coïncidence, les deux écarts des traits adjacents du vernier par rapport aux traits correspondants du limbe devront être égaux, chacun de ces écarts représentant 5', différence constante qui existe entre les divisions du vernier et celles du limbe. Or l'œil est beaucoup plus habile à comparer l'égalité de ces deux petits écarts voisins qu'à juger de la coïncidence de deux traits, à cause de leur épaisseur. Tel est donc le caractère auquel on reconnaîtra avec certitude la coïncidence, et alors l'angle sera bien 23ᵍ35'.

2° L'inégalité des deux écarts adjacents prouve que la coïncidence n'a pas lieu exactement au trait 35, et pourtant c'est encore, sans hésitation, celui qui paraît le mieux coïncider. Dans ce cas, si les deux écarts paraissent être, à peu près, dans le rapport de 3 à 2 ou de 6 à 4, et que le plus grand soit à droite, cela prouve que l'on n'est pas arrivé tout à fait à la coïncidence au trait 35 (fig. 7); l'écart de droite représente 6', et celui de gauche ne représente plus que 4', la somme des deux faisant toujours 10'; par conséquent, on est en retard d'une minute sur la coïncidence, et, au lieu de lire 35', on lira seulement 34'.

Si l'inégalité était en sens inverse, on lirait 36' au lieu de 35'.

Donc, en résumé, lorsqu'il n'y a pas d'hésitation sur le trait qui paraît coïncider, on peut lire 34', 35' ou 36', suivant que les écarts adjacents sont égaux ou inégaux, dans un sens ou dans l'autre.

3° Il peut arriver que, lorsqu'on cherche la coïncidence, on hésite entre deux traits consécutifs du vernier, 35 et 40 par exemple (fig. 8), qui sont franchement compris entre deux traits du limbe. Dans ce cas, on ne doit lire ni 35', ni 40', mais un chiffre intermédiaire. Pour fixer la lecture à faire, on consulte encore les écarts des deux traits contigus à ces deux-là. Si ces écarts sont franchement égaux, c'est que l'on a dépassé la coïncidence à 35' de $2'\frac{1}{2}$, tandis

qu'on est en retard de $2'\frac{1}{2}$ également sur la coïncidence à $40'$; on lira donc $37'\frac{1}{2}$. S'ils sont au contraire franchement inégaux, on lira soit $37'$ (fig. 9), soit $38'$, suivant que c'est l'écart de droite qui est le plus grand ou inversement.

Donc, lorsque deux traits du vernier sont compris entre deux traits du limbe, on peut lire soit $37'$, soit $37'\frac{1}{2}$, soit $38'$, suivant l'égalité ou l'inégalité des écarts adjacents dans un sens ou dans l'autre.

Il résulte de cette discussion que nous pourrons lire, suivant les cas : $34'$, $35'$, $36'$, $37'$, $37'\frac{1}{2}$ et $38'$; donc ce vernier, qui, à la lecture, ne donne que les cinq minutes, permet d'obtenir la minute à l'estime [1].

Telle est la manière dont nous devons faire les lectures sur les sextants de l'École d'application. Entrons maintenant dans quelques détails sur le mode d'observation des angles.

Et d'abord disons tout de suite que, pour faire les observations, on peut se servir soit d'un simple viseur, soit d'une lunette. Avec le viseur, on éprouve une gêne assez grande à amener en coïncidence les deux points des objets dont on cherche l'angle, objets qui sont vus soit directement, soit par double réflexion. En effet, pour voir l'un des objets directement (fig. 10), il faut le regarder par la partie transparente du petit miroir; mais alors on ne peut pas voir l'image doublement réfléchie de l'autre objet, laquelle semble émaner de la partie étamée. Si, au contraire, on incline le plan de l'instrument de manière à voir l'image doublement réfléchie de l'objet de droite, la partie étamée fait écran et masque l'objet de gauche lui-même, qui doit être vu dans la même direction. Ce n'est donc que par des balancements convenables de la main que l'on arrivera à voir successivement, près de la limite de l'étamage, les deux images directe et doublement réfléchie, et avec un peu d'adresse on saisira le moment où les points mêmes que l'on considère dans les deux objets se trouvent en superposition à la limite de l'étamage. A ce moment, l'angle marqué par l'alidade sur le limbe sera précisément l'angle cherché; mais l'opération demande un certain tact, qui la rend assez délicate. Observations faites avec un viseur ou avec une lunette.

Avec la lunette, le même inconvénient n'existe pas, car, grâce au diamètre Avantage de la lunette.

[1] C'est avec intention qu'on laisse une partie de la lecture à faire à l'estime. On aurait pu, en effet, en multipliant les divisions du vernier qui nous occupe, lui faire donner directement la minute à la lecture; mais alors les divisions auraient été très-fines, et, de plus, lorsqu'on aurait cherché la coïncidence d'un trait du vernier avec un trait du limbe, on aurait hésité entre quatre ou cinq traits consécutifs. Il en résulterait donc une plus grande fatigue pour l'opérateur et, en outre, moins de précision dans la lecture.

de l'objectif qui permet de recevoir les rayons lumineux émanant de points situés au-dessous comme au-dessus du plan passant par la limite de l'étamage et l'axe optique, la ligne de séparation de la partie étamée et de la partie transparente du petit miroir n'existe plus dans le champ de la lunette (fig. 11), et l'on y voit deux images complètes des deux objets, l'une directe et l'autre doublement réfléchie. Alors il est facile de combiner les mouvements de l'alidade et les balancements de la main pour faire coïncider les deux points que l'on veut de ces deux images.

Nécessité de l'égalité d'éclat des deux images.

Mais cet avantage est compensé, au moins en partie, par un autre inconvénient; car, si les deux images n'ont pas, dans le champ de la lunette, sensiblement le même éclat, la plus brillante éclipsera plus ou moins l'autre, de telle sorte que l'opération sera difficile, sinon tout à fait impossible. Il est même indispensable, pour la précision des mesures d'angles, que les deux images aient à très-peu près le même éclat. On arrive à ce résultat à l'aide de différents artifices.

Moyens d'y arriver dans les différents cas.

D'abord, comme la double réflexion absorbe de la lumière et que les objets, dans la nature, sont généralement diversement éclairés, on a soin de regarder directement l'objet le moins brillant. Si cet objet est à gauche, on tient l'instrument de la main droite, le limbe en dessus; si, au contraire, il est à droite, on renverse le plan de l'instrument sens dessus dessous.

Si cela ne suffit pas, on profite du mouvement que l'on peut imprimer à la lunette, parallèlement au plan du limbe, en l'élevant ou en l'abaissant plus ou moins, de manière à arriver à l'égalité d'éclat. On conçoit, en effet, que, lorsqu'on abaisse la lunette, on diminue le segment de l'objectif exposé aux rayons lumineux directs; par suite, on diminue l'éclat de l'image directe; par contre, on augmente le segment de l'objectif exposé aux rayons lumineux doublement réfléchis; on augmente donc l'éclat de l'image doublement réfléchie. Le mouvement inverse produit naturellement des effets inverses. Nous voyons que, dans les deux cas, on fait varier en sens contraire l'éclat des deux images; par conséquent, on doit pouvoir arriver à l'égalité d'éclat, à la condition, toutefois, que l'un des objets ne soit pas infiniment plus brillant que l'autre, comme serait, par exemple, le soleil par rapport à un objet terrestre, ou la lune par rapport à une étoile.

Verres colorés.

Dans le cas où il s'agit du soleil, on a soin d'abord de le regarder par double réflexion, et, de plus, on interpose entre les deux miroirs, sur le pas-

sage des rayons doublement réfléchis, un ou plusieurs verres colorés; il y en a généralement trois d'intensités différentes pour le soleil, suivant qu'il est plus ou moins éclatant, près de l'horizon ou près du zénith.

Si l'on a, par exemple, à mesurer la distance de la lune à une étoile, bien que l'éclat intrinsèque de l'étoile soit beaucoup plus considérable, cependant, à cause de la grande masse de lumière que la lune enverrait dans la lunette, elle éclipserait complétement l'étoile. Aussi regarde-t-on la lune par double réflexion, en ayant soin d'interposer, sur le passage des rayons lumineux doublement réfléchis, un verre coloré en vert, qui se charge d'atténuer l'éclat de cette image.

Si, pour une raison quelconque, on devait regarder directement le soleil ou la lune, les sextants bien complets possèdent encore des verres colorés, deux ou trois rouges pour le soleil et un vert pour la lune, que l'on peut placer derrière la partie transparente du petit miroir. Lorsqu'il s'agit du soleil, on a soin, en outre, de placer devant l'oculaire de la lunette un verre coloré en noir, pour ne pas se brûler les yeux.

Grâce à ces artifices, on arrivera toujours à avoir dans la lunette des images également intenses, et c'est une condition essentielle, non-seulement pour la commodité, mais encore pour l'exactitude des opérations.

Observation de la distance angulaire de deux objets.

Pour observer la distance angulaire de deux objets, nous avons déjà dit que l'on devait tenir l'instrument dans le plan des deux objets, ce que l'on fait d'abord à vue. Puis on dirige le viseur ou la lunette sur l'objet de gauche ou sur celui de droite, suivant les cas, et, faisant mouvoir l'alidade à partir de zéro, ou à peu près, on voit défiler dans la lunette les images doublement réfléchies de tous les objets que l'on a devant soi, et de gauche à droite ou de droite à gauche. On a eu soin d'ailleurs d'étudier un peu à l'avance les détails du paysage, de manière à se donner quelques points de repère que l'on puisse reconnaître dans la lunette. On modère le mouvement de l'alidade quand on arrive dans le voisinage du second objet et, lorsque son image se trouve dans le champ de la lunette, c'est en imprimant à l'instrument un mouvement de balancement, qui a pour but de mettre exactement le limbe dans le plan des deux objets, que l'on amène les deux images à la même hauteur. Alors il ne reste plus à faire que quelques légers mouvements, soit de la main, soit de l'alidade, pour faire coïncider exactement les deux points de ces objets que l'on considère, après avoir obtenu, bien entendu, l'égalité d'éclat des deux images.

Mesurer la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon, en mer.

Le sextant sert aussi, et c'est même là son principal usage, à mesurer en mer la hauteur du soleil et des autres astres au-dessus de l'horizon. Pour cela, on se sert de l'horizon de la mer; on se place dans le vertical de l'astre et on dirige la lunette vers l'horizon, puis on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'image doublement réfléchie de l'astre vienne raser l'horizon. On s'assure de l'exactitude du contact en balançant légèrement l'instrument, et voyant si dans ce mouvement le cercle décrit par l'astre est tangent à l'horizon visuel. L'alidade marquera alors la hauteur apparente de l'astre observé, hauteur qu'il faudra corriger de la dépression de l'horizon, de la réfraction et du demi-diamètre de l'astre, s'il y a lieu.

A terre.

Pour faire la même observation sur terre, on se sert d'un horizon artificiel, qui n'est autre chose qu'une glace parfaitement plane qu'on rend horizontale au moyen d'un niveau à bulle d'air, ou bien encore un bain de mercure que que l'on protége de l'action de l'air au moyen d'un système de glaces inclinées, à faces bien parallèles. On regarde alors directement dans l'horizon artificiel l'image réfléchie du soleil, par exemple, et par le mouvement de l'alidade on amène l'image doublement réfléchie du soleil en contact avec la première; l'angle indiqué par l'alidade est le double de la hauteur cherchée, à part la correction de la réfraction et du diamètre du soleil.

Mesure de la hauteur d'un objet terrestre au-dessus de l'horizon.

On pourrait, d'une manière analogue, trouver la hauteur des objets terrestres au-dessus de l'horizon (fig. 12); mais comme, le plus souvent, cette hauteur est très-faible, quand, même, elle n'est pas négative, l'opération serait assez peu commode et même, dans le second cas, complétement impossible. Voici alors comment on opère : on se sert d'une goutte de mercure enfermée dans une bouteille en buis fermée à sa partie supérieure par une glace à faces bien parallèles. On met cette bouteille à ses pieds (fig. 13) et, ayant placé derrière la partie transparente du petit miroir un écran en papier percé d'un petit trou correspondant au milieu de la limite de l'étamage, on cherche à voir dans la surface horizontale déterminée par la goutte de mercure l'image de ce trou. On détermine ainsi la direction de la verticale, puis, par le mouvement de l'alidade, on amène l'image doublement réfléchie de l'objet dans la même direction; l'angle marqué par l'alidade donne la distance *nadirale* de l'objet. En en retranchant 100 grades, on obtiendra la hauteur au-dessus de l'horizon, hauteur qui pourra être négative ou avoir des valeurs aussi faibles que l'on voudra, sans que l'opération soit plus ou moins difficile.

Si l'on n'a pas à sa disposition une goutte de mercure, on peut aussi se

servir d'un fil à plomb, que l'on attache derrière le petit miroir, à la limite de l'étamage, et que l'on fait juste assez long pour que, ayant la lunette à l'œil, on puisse, par le simple mouvement des épaules, faire toucher le plomb à terre pour arrêter ses oscillations, ou le soulever légèrement pour le laisser libre. On place sur la tête du plomb (fig. 14) un point blanc, un petit bouton de nacre par exemple, que l'on puisse viser, de manière à avoir la direction de la verticale, et c'est dans cette direction que l'on amène l'image doublement réfléchie de l'objet par le mouvement de l'alidade. On conçoit que ce second procédé est beaucoup moins sûr que le précédent, d'une part à cause des oscillations possibles du fil à plomb, de l'autre parce que la verticale sur laquelle on s'appuie a une longueur deux fois moindre.

§ 2. Vérifications et rectifications du sextant.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé l'instrument réglé, et nous avons dit qu'il fallait pour cela que les deux miroirs fussent perpendiculaires au plan du limbe et, de plus, parallèles, lorsque l'alidade indique zéro. Voyons comment nous pouvons vérifier si ces conditions sont en réalité satisfaites et comment nous pourrons, au besoin, faire les rectifications convenables. *Conditions que doit remplir le sextant.*

Occupons-nous d'abord du grand miroir. Pour vérifier s'il est perpendiculaire au plan du limbe, on tient l'instrument de la main gauche, le miroir vers le corps, le limbe en avant et un peu incliné, et on fait marcher l'alidade jusqu'à une position telle que le plan du grand miroir prolongé vienne rencontrer le limbe sensiblement en son milieu. Dans cette position, qui est la plus avantageuse pour le but que nous nous proposons, si l'on dirige son rayon visuel de manière que, passant par le bord antérieur du miroir, il aille rencontrer le limbe près de son extrémité gauche, on pourra voir directement, à côté du miroir, toute la partie du limbe située à gauche du point de rencontre avec le plan prolongé du miroir, et en même temps, dans le miroir, toute la partie droite par réflexion. Or, comme un objet et son image sont symétriques par rapport à la surface réfléchissante, si le miroir est réellement perpendiculaire au plan du limbe, l'image de la partie droite se confondra avec la partie gauche et semblera, par conséquent, dans le miroir, en faire le prolongement. *Perpendicularité du grand miroir.*

Si, au contraire, le miroir n'est pas perpendiculaire au plan du limbe, et qu'il soit penché en avant, par exemple, il se produira une brisure au point de rencontre du plan du miroir prolongé avec le limbe, et l'image de la partie

droite paraîtra au-dessus de la partie gauche; si le miroir était penché en arrière, l'effet inverse se produirait, et l'image paraîtrait au-dessous de la partie du limbe vue directement.

C'est précisément par l'accord ou le désaccord de ces deux objets que nous constaterons la perpendicularité ou la non-perpendicularité du miroir par rapport au plan du limbe, et, dans le cas d'un désaccord, l'écart sera d'autant plus grand qu'on cherchera à le constater plus loin de la brisure, plus près, par conséquent, de l'extrémité gauche du limbe, ce qui explique la direction que nous avons indiquée pour le rayon visuel.

Il convient aussi que ce rayon visuel soit aussi rasant que possible par rapport au plan du limbe, parce qu'autrement un petit désaccord pourrait passer inaperçu; enfin, pour faciliter l'opération, il faut se placer de manière que le dessus du limbe soit éclairé par le ciel, la tranche inférieure étant dans l'ombre, afin que l'on ait à considérer une ligne de séparation d'ombre et de lumière, ce qui permet de faire la correction avec beaucoup de précision.

Pour corriger le défaut constaté, il suffit d'agir avec la clef de rectification sur la vis à tête saillante qui est située derrière le miroir et dont l'effet est de le déverser en avant ou en arrière, suivant que l'on tourne dans un sens ou dans l'autre. Il est inutile, d'ailleurs, de chercher à se rendre compte d'avance dans quel sens il faut faire tourner la vis; on a soin de continuer à regarder, comme nous l'avons indiqué pour constater le défaut, tout en agissant sur la vis de rectification; on voit alors l'effet produit, et l'on continue à agir dans le sens convenable, jusqu'à ce que tout désaccord ait disparu. Alors *le grand miroir sera perpendiculaire au plan du limbe.*

Parallélisme des deux miroirs.

Il faudrait maintenant rendre le petit miroir perpendiculaire au plan du limbe, puis le rendre parallèle au grand, lorsque l'alidade marque zéro. Mais nous allons faire simultanément ces deux rectifications, bien que l'opération se décompose réellement en deux parties distinctes : nous rendrons d'abord la trace du petit miroir, sur le plan du limbe, parallèle à celle du grand miroir; pour cela, nous agirons sur une vis latérale dont l'effet est de faire tourner le petit miroir autour d'un axe perpendiculaire au plan du limbe, puis nous agirons sur une vis située derrière le petit miroir pour le redresser d'avant en arrière ou d'arrière en avant, en le faisant tourner autour de sa trace jusqu'à ce qu'il soit parallèle au grand.

Coïncidence des zéros

La première chose à faire est d'accorder les zéros du vernier et du limbe, ce que nous ferons avec le plus grand soin en nous servant d'une loupe et de

la vis de rappel, si l'instrument en est muni. De plus, pour assurer la coïncidence, nous aurons recours au caractère que nous avons indiqué à propos de la manière de faire les lectures, c'est-à-dire à l'égalité des écarts des traits adjacents au zéro du vernier, par rapport aux traits correspondants du limbe. A cet effet, dans les instruments bien faits, il y a toujours à gauche du zéro du vernier un ou deux traits supplémentaires, qui n'ont pas d'autre but que de permettre la comparaison de ces écarts. du vernier et du limbe.

Caractère auquel on reconnaît le parallélisme des deux miroirs.

La coïncidence des zéros étant établie, à quel caractère reconnaîtrons-nous que les deux miroirs sont parallèles? Si le parallélisme existe, l'angle des deux miroirs est nul; par conséquent nous devrons voir dans la même direction un point et son image doublement réfléchie, à la condition, bien entendu, que le point soit assez éloigné pour que les rayons qui tombent sur le grand et sur le petit miroir puissent être considérés comme parallèles. Mais cette vérification ne serait pas très-commode à faire, surtout si l'instrument n'est muni que d'un viseur, auquel cas on ne peut pas voir simultanément le point lui-même et son image doublement réfléchie.

On tourne la difficulté en regardant une droite horizontale (en mer, ce sera la ligne d'horizon), et alors on tient le plan de l'instrument vertical, ou bien une droite verticale, et alors on tient le plan de l'instrument horizontal. On dirige le plan de l'instrument de telle sorte que la limite de l'étamage coupe la droite considérée, que nous supposons aussi suffisamment éloignée pour que l'on puisse négliger les dimensions de l'instrument, et, dans cette position, on agit sur la vis de rectification latérale du petit miroir, pour faire en sorte que la portion de la droite vue par double réflexion fasse exactement le prolongement de la partie vue directement. Cela prouve uniquement que les traces des deux miroirs sur le plan du limbe sont parallèles; mais les deux miroirs peuvent encore faire entre eux un certain angle ouvert au-dessus ou au-dessous du limbe, et on n'en est pas averti, puisqu'il en résulte seulement un déplacement des images doublement réfléchies par rapport aux points eux-mêmes, déplacement qui se fait dans un plan normal au plan du limbe, c'est-à-dire précisément dans la direction de la droite elle-même; alors le point A fait son image doublement réfléchie en A″, le point B en B″, etc. (fig. 15 et 16), et, comme il n'existe point sur cette droite de points de repère qui puissent faire constater ce désaccord, on ne peut rien dire tant que l'on tient le plan de l'instrument perpendiculaire à la droite considérée.

Mais si nous venons à pencher la main (fig. 17), tout en continuant à re- Comment

on constate le défaut de parallélisme, et comment on le corrige.

garder la même ligne, que nous faisons toujours couper par la limite de l'étamage, le désaccord devient immédiatement sensible, car, le déplacement se faisant toujours normalement au plan du limbe, le point A vient en A″, B en B″, etc. Si l'image doublement réfléchie s'abaisse par rapport à l'image directe, c'est que le petit miroir est déversé en arrière. L'exhaussement de l'image doublement réfléchie prouverait, au contraire, que le petit miroir est déversé en avant. On agit alors dans le sens convenable sur la vis de rectification postérieure, jusqu'à ce que le désaccord ait disparu.

Comme, dans ce mouvement de bascule autour de sa trace comme charnière, le petit miroir a pu éprouver en même temps un léger mouvement de rotation autour de l'axe perpendiculaire au plan du limbe, il faut revenir à la première position, accorder de nouveau les deux images en agissant sur la vis latérale, puis pencher la main, mais cette fois beaucoup plus que tout à l'heure, car, s'il subsiste un défaut, il sera beaucoup plus faible, et on agira de nouveau, pour le faire disparaître, sur la vis postérieure.

Au bout de quelques tâtonnements de ce genre, il arrivera un moment où l'on ne pourra plus constater de désaccord entre les deux images, quelque forte que soit l'inclinaison que l'on donne à l'instrument, et pourtant il pourra subsister un petit défaut de parallélisme.

Pour compléter l'opération, on tient le plan de l'instrument parallèlement à la ligne considérée, et de telle sorte que la limite de l'étamage se confonde presque avec elle. Alors, en imprimant à l'instrument un léger mouvement de balancement, assez rapide, autour d'un axe parallèle à la droite, nous verrons alternativement, tout près de la limite de l'étamage, la droite elle-même et son image doublement réfléchie, et, à cause de la persistance des impressions sur la rétine, nous jugerons parfaitement si les deux images se superposent bien exactement dans l'espace, ou s'il se produit un léger ressaut en passant de l'une à l'autre. Ce caractère est beaucoup plus sensible que celui qui consiste à incliner l'instrument et à juger si les deux images font bien exactement le prolongement l'une de l'autre[1]. Si donc on constate un désaccord, on continuera à agir sur la vis postérieure, jusqu'à ce qu'il ait complétement disparu.

Erreur de collimation.

Quelque soin que nous prenions pour faire cette dernière rectification, il

[1] Cela tient, d'une part, à ce que la limite de l'étamage rencontre alors la droite considérée sous un angle très-aigu, et, d'autre part, à ce que les images ne sont jamais bien nettes dans le voisinage de cette ligne de séparation entre la partie transparente et la partie étamée.

est certain, et c'est même un fait d'expérience, que nous arriverons bien rarement à un parallélisme parfait, soit que les deux zéros n'aient pas été mis bien exactement en coïncidence, soit que l'on ne puisse pas juger suffisamment de la coïncidence des deux images. On conçoit pourtant combien cette rectification est importante; car, si l'alidade, au lieu de marquer zéro, marquait 1', par exemple, lorsque les deux miroirs sont bien réellement parallèles, tous les angles mesurés avec l'instrument devraient partir de 1' et non de zéro; il faudrait donc retrancher 1' de tous ces angles. Cette erreur constante, que l'on appelle *erreur de collimation,* est donc très-importante, si minime qu'elle soit en elle-même, parce qu'elle affecte toutes les mesures d'angles faites avec l'instrument. Aussi vaut-il mieux faire comme les marins, qui, ayant à se servir journellement du sextant, préfèrent déterminer chaque fois la valeur de l'erreur de collimation plutôt que de chercher à la rectifier. Voici alors comment on opère.

Son importance. Comment on en tient compte.

On se sert de visées faites sur le soleil, qui est l'objet le plus net et le plus éloigné que l'on puisse trouver; c'est d'ailleurs, pour les marins, le seul qu'ils aient à leur disposition. On pourrait chercher à superposer l'image doublement réfléchie du soleil à l'image directe, et, dans cette position, les miroirs étant réellement parallèles, on lirait l'angle marqué par l'alidade, ce qui donnerait la valeur de l'erreur de collimation; mais l'opération par superposition n'est pas assez précise, car, à cause du grand éclat des images de ces deux soleils superposés, l'une des images pourrait déborder l'autre d'une petite quantité sans qu'on en soit averti. On n'opère donc pas par superposition, mais bien par contact, ce qui a encore d'autres avantages, que nous signalerons tout à l'heure.

Comment on détermine sa valeur.

Dans une première épreuve, on amène l'image doublement réfléchie du soleil (c'est celle qui se déplace lorsqu'on fait mouvoir l'alidade) en contact avec l'image directe, la première étant, par exemple, à gauche (fig. 18). Alors, nous voyons dans la même direction le bord gauche du soleil vu directement et son bord droit doublement réfléchi; l'angle des deux miroirs est donc égal à la moitié de l'angle du bord droit et du bord gauche, c'est-à-dire au demi-diamètre du soleil. On lit l'angle marqué par l'alidade. Soit d cette première lecture.

On fait ensuite passer l'image doublement réfléchie du soleil sur le soleil lui-même, de manière à amener le contact de l'autre côté. Alors on voit dans la même direction le bord droit du soleil vu directement et son bord gauche

doublement réfléchi; l'angle des deux miroirs est encore égal à la moitié de l'angle du bord droit et du bord gauche, c'est-à-dire au demi-diamètre du soleil, mais cette fois il est tourné en sens contraire. On fait sur le limbe une seconde lecture d'.

Dans ces deux opérations (fig. 19), le grand miroir a occupé, par rapport au petit, deux positions symétriques, et, pour passer de l'une des positions à l'autre, il a certainement passé par le parallélisme, qui est la position moyenne, correspondant au moment idéal où les deux images du soleil se superposaient exactement. Si donc nous faisons la moyenne $\frac{d+d'}{2}$ des deux lectures, nous aurons l'angle qui eût été marqué par l'alidade au moment précis du parallélisme des deux miroirs, c'est-à-dire la valeur de l'erreur de collimation $e=\frac{d+d'}{2}$. Ces deux lectures d et d' seront généralement faites l'une à droite et l'autre à gauche du zéro du limbe; nous conviendrons de la considérer comme positive dans le premier cas et comme négative dans le second, et il faudra tenir compte de ces signes en prenant la moyenne, de sorte que l'erreur de collimation pourra être elle-même affectée du signe + ou du signe —. Il faudra aussi naturellement avoir égard à ces signes, pour savoir dans quel sens on doit faire subir la correction aux angles mesurés; il faudra retrancher algébriquement l'erreur de collimation.

Avantages de cette manière d'opérer : au point de vue de la précision.

Nous obtenons ainsi la valeur de l'erreur de collimation avec une très-grande précision. En effet, nous remarquerons d'abord que l'opération par contact est extrêmement précise; car, dès que l'une des images du soleil mord sur l'autre, il se produit une petite lentille qui a un éclat sensiblement double de celui des deux masses voisines, et si petite que soit cette lentille, on l'aperçoit immédiatement. Si au contraire les deux images ne se touchent pas, il se produit un petit filet noir entre les deux images brillantes, et on le voit aussi, quelque mince qu'il soit. De plus, nous faisons dépendre le résultat de deux opérations distinctes, dont nous prenons la moyenne; par conséquent, nous avons chance de compenser, dans une certaine mesure, les erreurs inévitables qui affectent chacune d'elles.

Au point de vue de la sécurité de cette détermination.

Enfin, et c'est là surtout le principal avantage de la méthode, nous avons un contrôle efficace de nos opérations. En effet, le grand miroir, dans les deux positions symétriques qu'il occupe successivement par rapport au petit, fait avec lui un angle égal au demi-diamètre du soleil (fig. 19). Donc, pour passer d'une position à l'autre, il a décrit un angle égal précisément au diamètre du

soleil; et, comme les angles lus sur le limbe sont doubles des angles des deux miroirs, la différence des deux lectures faites $d-d'$ donnera précisément deux fois le diamètre D du soleil:

$$d-d'=2D,$$

d'où
$$\frac{d-d'}{4}=r, \text{ rayon du soleil.}$$

Or le rayon du soleil est donné pour chaque jour de l'année dans la *Connaissance des temps;* en comparant donc à ce chiffre celui qui résulte des observations et des calculs, nous aurons une vérification sûre. Si l'on constatait une différence trop considérable, qui ne fût pas explicable par les inexactitudes inévitables des opérations, cela prouverait qu'il y a eu des fautes commises, et il faudrait recommencer.

Ces vérifications et rectifications une fois faites, et il faut les faire chaque fois que l'on veut se servir du sextant, l'instrument sera prêt pour faire des observations d'angles; seulement, il ne faudra pas oublier de corriger les lectures de l'erreur de collimation.

§ 3. Conditions que doit remplir le sextant par construction.

Nous venons de voir les vérifications et rectifications auxquelles l'opérateur doit soumettre un sextant, chaque fois qu'il doit s'en servir; mais il est d'autres conditions que l'instrument doit remplir par construction, parce qu'il n'est pas au pouvoir de l'observateur d'y satisfaire au moyen de rectifications. Il est donc indispensable, avant d'acheter un sextant, de vérifier si ces conditions sont bien remplies.

Conditions d'achat d'un sextant.

Ainsi, il faut que les faces des miroirs soient parallèles; sans quoi, par suite des réfractions différentes qui se produiraient à l'entrée et à la sortie des rayons lumineux, le principe de l'instrument ne serait plus exact. Il faut également que les verres colorés que l'on interpose sur le passage des rayons doublement réfléchis ou des rayons directs ne produisent sur eux aucune déviation : il faut donc aussi qu'ils aient leurs faces bien parallèles. Enfin, les observations devant être faites dans un plan normal aux surfaces réfléchissantes, pour que le principe soit vrai, il faut que l'axe de la lunette soit placé parallèlement au plan du limbe. Nous allons étudier successivement, d'une manière succincte, comment se font ces diverses vérifications.

Parallélisme des faces des miroirs.

Avant qu'une glace soit étamée, rien n'est plus simple que de s'assurer du parallélisme de ses faces. Il suffit de pointer une lunette sur un objet éloigné,

Comment on le constate.

de façon que la croisée des fils corresponde à un point bien net de cet objet; puis on place en avant de l'objectif le verre que l'on veut éprouver. Si l'interposition de ce verre ne produit aucune déviation dans l'image par rapport à la croisée des fils, c'est que le verre n'est pas prismatique et qu'il a ses faces parallèles. C'est là une vérification bien simple, que le constructeur doit faire subir à ses glaces avant de les étamer.

Mais il est toujours prudent, néanmoins, de s'assurer que cette condition est satisfaite dans un sextant que l'on veut acheter. En ce qui concerne le petit miroir, dont la moitié est transparente, on peut le soumettre à l'épreuve que nous venons d'indiquer[1]; mais, pour le grand miroir, l'opération est plus délicate; voici en quoi elle consiste :

Après avoir parfaitement rectifié l'instrument, on observe l'angle compris entre deux objets éloignés et parfaitement distincts, comprenant entre eux une distance angulaire de 100 à 120 degrés. Puis on démonte le grand miroir; on enlève la glace et on la retourne dans sa monture, de manière que la partie qui était la plus éloignée du plan du limbe s'en trouve maintenant la plus rapprochée. Après cette opération, on rectifie de nouveau soigneusement l'instrument, et l'on observe une seconde fois l'angle des deux mêmes objets. Si l'on retombe sur le résultat déjà obtenu, c'est une preuve de la bonté du grand miroir; mais, si le second angle diffère du premier d'une quantité notable, la différence ne peut tenir qu'à l'imperfection du grand miroir. Dans ce cas, la demi-somme des deux mesures donne la valeur exacte de l'angle cherché; et leur demi-différence donne la valeur de l'erreur produite par le défaut de parallélisme, car les deux angles obtenus seront affectés d'erreurs égales et de signes contraires. On pourra alors, au moyen de tables calculées d'avance, connaître la correction qu'il faut faire subir à chaque angle, par suite de ce défaut, ce qui permettra, avec un instrument défectueux, de faire des observations aussi bonnes qu'avec le meilleur instrument.

Parallélisme des faces des verres colorés.

Pour la vérification des verres colorés, on se sert de visées faites sur le soleil, et on les éprouve l'un après l'autre. Pour cela, on place en avant du petit

[1] Du reste, un défaut de ce genre dans le petit miroir serait sans influence sur l'exactitude des observations; car le petit miroir, occupant toujours la même position par rapport à la lunette, est rencontré sous un angle constant par les rayons lumineux qui traversent sa partie transparente ou qui sont réfléchis par sa partie étamée. Par conséquent, l'erreur résultant de l'inégalité des réfractions à l'entrée et à la sortie des rayons lumineux est constante et, par suite, sans influence sur les mesures d'angles; elle fait partie des constantes de l'instrument et se trouve englobée dans l'erreur de collimation.

miroir un verre noir quelconque, que l'on fixera invariablement, de manière à pouvoir regarder le soleil directement. Puis on abattra un des verres colorés entre les deux miroirs, et l'on amènera le contact de l'image doublement réfléchie du soleil et de l'image directe. L'alidade étant fixée dans cette position, on substituera un nouveau verre coloré au premier abattu, et l'on examinera si l'interposition de ce nouveau verre n'a pas détruit le contact des deux images du soleil. Si le contact n'a plus lieu, c'est que l'un des verres est prismatique, et peut-être même tous les deux. Par conséquent, au moyen d'un premier verre de l'exactitude duquel on est certain, on peut éprouver successivement tous les verres colorés.

Mais, si l'on n'a pas à sa disposition de verre coloré à faces bien sûrement parallèles, ou si l'on tient à faire l'épreuve directement pour chaque verre, il faut pouvoir les retourner chacun dans leurs montures, comme on l'a fait pour le grand miroir. Mais cette opération ne peut pas se faire commodément avec le sextant, vu que les verres sont fixés à l'instrument et ne peuvent pas facilement s'enlever et encore moins se retourner. Il faut alors démonter les pièces qui portent les verres et faire le retournement nécessaire, en les fixant d'une manière quelconque dans la nouvelle position.

Position de la lunette par rapport au plan de l'instrument.

Les angles doivent être observés dans un plan parallèle au plan du limbe, lequel est lui-même perpendiculaire aux plans des deux miroirs. Pour obtenir ce résultat, on a placé au foyer de la lunette deux fils parallèles à ce plan, et c'est dans le milieu de leur intervalle que l'on doit observer le contact des images. Il faut donc disposer *a priori* ces fils de façon que les objets très-éloignés, situés dans le plan du limbe, viennent faire leur image au milieu de l'intervalle des fils.

Pour le vérifier, on dispose l'instrument bien stable sur une table, et on place sur le limbe deux pièces en équerre, de même dimension, que l'on nomme *viseurs*, et dont la partie supérieure soit à même hauteur que l'axe de la lunette. En visant par-dessus ces deux petites pièces, on trace sur un mur éloigné de quelques mètres un trait noir, qui devra être aperçu suivant l'axe de la lunette et à égale distance des deux fils. Si cette condition n'était point remplie, on déplacerait les fils jusqu'à ce qu'elle soit satisfaite. Alors on sera assuré que les observations de contact faites à égale distance des fils seront faites dans un plan parallèle au limbe.

Mais, comme le moindre déplacement de la main dérange le plan du limbe, il en résulte aussi un déplacement des images par rapport aux fils, et les

angles obtenus sont d'autant plus différents des angles réels que le contact a été observé plus loin du milieu des fils. Les angles lus sont toujours moindres que les angles réels, et ils en sont, en quelque sorte, la réduction au plan du limbe. On pourrait, il est vrai, tenir compte de cette cause d'erreur, en estimant, comme quelques auteurs le conseillent, à quelle fraction de l'intervalle des fils l'observation de contact a été faite; et alors, connaissant l'angle sous-tendu par les fils, on pourrait réduire l'angle lu à l'angle réel, par un calcul analogue à celui de la réduction à l'horizon. Mais c'est là une complication inutile, car avec du soin et de l'exercice on arrive très-bien à faire les observations de contact au milieu des fils avec une précision suffisante.

Écartement des fils.

On sait, d'ailleurs, que la projection sur un plan d'un angle présentant une obliquité de 45 minutes environ ne diffère que d'une minute de l'angle lui-même. Par conséquent, suivant le degré de précision que donne l'instrument ou que l'on désire obtenir, on pourra se contenter d'établir le contact sur l'un ou sur l'autre fil, ou dans leur intervalle à une distance convenable, d'après la distance angulaire qu'ils comprennent. En général, même, on donne précisément aux fils un écartement égal à $2 \times 45'$ ou $1^{\circ}30'$, de telle sorte qu'en s'astreignant à observer toujours le contact des images entre les deux fils, on n'aura jamais à craindre, de ce fait, sur la valeur des angles, une erreur supérieure à 1 minute. Si l'on désire une précision plus grande, on s'astreindra à observer le contact de plus en plus près du milieu de l'intervalle.

Le plus souvent, dans les sextants, au lieu de deux fils, on en met quatre formant un carré dont les côtés sous-tendent précisément un angle de $1^{\circ}30'$, et c'est dans l'intérieur de ce carré, dont le centre correspond d'ailleurs avec l'axe de la lunette, que l'on observe le contact des images.

CHAPITRE V.

PROCÉDÉS GÉNÉRAUX DE LA PLANIMÉTRIE (PL. V).

§ 1er. Arpentage.

Arpenter un terrain, un champ, une propriété, c'est déterminer la superficie de sa projection horizontale et quelquefois aussi mesurer les éléments nécessaires pour en faire le plan détaillé. But de l'arpentage.

S'il s'agit, par exemple, d'avoir la superficie d'un champ ayant une forme polygonale (fig. 1), on le décompose par des diagonales en triangles dont on mesure les bases et les hauteurs, en se servant de la chaîne et de l'équerre d'arpenteur, et on peut, à l'aide de ces données, calculer la surface considérée. Mais, à moins de mesurer en outre les segments interceptés par les hauteurs sur les bases, on n'aura pas les éléments nécessaires pour faire un plan de la propriété. Décomposition en triangles.

En général, du reste, et à moins qu'il ne s'agisse d'une toute petite propriété, on ne procède pas de cette manière, mais bien par abscisses et par ordonnées tracées à l'aide de l'équerre d'arpenteur, qui, avec la chaîne et quelques jalons, constitue pour ainsi dire tout le bagage des géomètres du cadastre.

Pour cela, on choisit la plus grande diagonale du terrain pour *base* ou *axe* des opérations (fig. 2), et sur cette ligne AX on abaisse, des différents angles du contour polygonal ABCD..., des perpendiculaires, que l'on mesure, ainsi que les parties qu'elles interceptent sur AX. On connaît ainsi les bases et les hauteurs des triangles et des trapèzes dans lesquels la partie supérieure de la figure est décomposée, ce qui permet non-seulement de calculer la superficie, mais encore de faire le plan du terrain que l'on considère. Procédé des abscisses et des ordonnées.

En ce qui concerne la limite courbe qui entoure la partie inférieure de la propriété, dans la même figure, on commence par inscrire à l'intérieur une ligne polygonale APQR..., qui la serre de près, sans cependant trop multiplier les côtés, et on traite cette ligne polygonale comme la première, c'est-à-dire que l'on décompose la surface ainsi limitée en triangles et en trapèzes, dont on mesure les bases et les hauteurs. Quant à l'intervalle qui sépare la ligne polygonale du contour curviligne, on l'obtient en abaissant, de points de Cas d'une surface limitée par une courbe.

la courbe aussi multipliés qu'on le juge convenable, des perpendiculaires sur les différents côtés du polygone inscrit, côtés qui servent ainsi de bases secondaires.

On voit facilement qu'en opérant de cette façon, on va plus vite que si l'on avait voulu déterminer directement les mêmes points de la courbe au moyen de perpendiculaires abaissées sur l'axe principal AX, car on aurait eu alors un bien plus grand nombre de lignes très-longues à mesurer. On gagne donc du temps, d'autant plus même que, lorsqu'on a affaire à des perpendiculaires très-courtes, ne dépassant pas 2 ou 3 mètres, on peut se dispenser d'employer l'équerre d'arpenteur; alors, en effet, on détermine très-suffisamment leurs pieds à vue. Ce procédé donne donc plus de rapidité et au moins autant de précision, vu que, par cette décomposition simple du travail, on est moins exposé à commettre des fautes.

Précision de la méthode.

Avec quelques soins, on arrive facilement à déterminer ainsi les superficies, en terrain plat, à $\frac{1}{400}$ ou $\frac{1}{500}$ près.

Il peut arriver qu'il s'agisse d'une propriété que l'on ne peut pas parcourir, comme un étang ou un bois impénétrable. On emploie alors les procédés suivants :

Divers cas particuliers.

1° Si le sol est libre tout autour de la surface à arpenter (fig. 3), on l'enveloppe d'un polygone à angles droits, ABCDEFGH, construit uniquement avec l'équerre d'arpenteur, et dont on mesure successivement tous les côtés. L'opération donne lieu à diverses vérifications, que l'on ne doit pas manquer de faire. D'abord, après avoir élevé en H, sur GH, la dernière perpendiculaire HA, on s'assure, en plaçant l'équerre en A, que l'angle BAH est bien droit. Puis les longueurs mesurées doivent donner les vérifications :

$$AB + CD = HG + EF,$$

et

$$AH + FG = BC + DE.$$

Si ces diverses conditions n'étaient pas remplies, il faudrait recommencer les opérations pour rechercher les fautes, puis compenser les erreurs, lorsqu'il ne s'agit plus que d'inexactitudes inévitables.

La surface de ce polygone s'obtient facilement, et on en retranche toute la surface extérieure au terrain à arpenter, en la décomposant, comme précédemment, en trapèzes par des perpendiculaires abaissées sur les différents côtés du polygone enveloppe.

On obtient ainsi les surfaces à $\frac{1}{300}$ près environ.

2° S'il est impossible de faire le tour de la propriété, lorsqu'il s'agit, par exemple, d'un étang bordé d'un côté par une prairie et de l'autre par un bois impénétrable (fig. 4), on profite alors de la digue de l'étang et de la prairie pour y établir deux axes rectangulaires AB et AC, auxquels on rapporte par abscisses et ordonnées les contours de l'étang. Seulement, les ordonnées abaissées des points de la rive inabordable ne pouvant pas être mesurées directement, on les projette avec l'équerre sur l'axe AC, et on y mesure leurs longueurs.

Dans ce cas, il y a plus d'incertitude sur la mesure de la superficie, qu'on n'obtient guère qu'à $\frac{1}{200}$ près.

3° Si le terrain n'est libre que d'un seul côté, on ne peut prendre qu'une seule base d'opération AB (fig. 5), et on obtient alors les longueurs des ordonnées inaccessibles au moyen de l'angle à 45 degrés de l'équerre d'arpenteur.

Dans ce cas, l'exactitude atteint à peine $\frac{1}{150}$.

Cas d'une propriété plus étendue.

Lorsque la propriété est très-étendue et plus compliquée, les procédés simples que nous venons d'indiquer ne sont plus applicables. Il est nécessaire alors d'en faire, par des procédés que nous indiquerons plus loin, un plan détaillé à grande échelle ($\frac{1}{200}$ ou $\frac{1}{500}$), sur lequel on fait la décomposition la plus convenable pour obtenir la superficie cherchée. Dans ce cas, toutes les mesures sont prises sur le dessin à l'aide de l'échelle, et l'on conçoit que l'erreur à craindre alors est d'autant plus grande que l'échelle est plus petite et le dessin moins correct.

Planimètres.

Avant de quitter ce sujet, nous signalerons l'existence d'instruments qui donnent la superficie d'une figure, dont on suit le contour avec une pointe. Le plus simple et le plus élégant est le planimètre polaire d'Amsler, qui permet de mesurer commodément les surfaces, avec une approximation égale à celle des meilleurs procédés de calcul[1].

§ 2. Planimétrie. — Méthode générale.

Lever d'une propriété assez étendue.

Nous avons dit tout à l'heure que, lorsque la propriété était importante et compliquée de détails, les procédés simples de l'arpentage étaient insuffisants, et qu'il devenait nécessaire de faire un lever plus complet du terrain par des moyens un peu différents.

[1] Voir, dans le numéro 22 du *Mémorial de l'officier du génie*, une note de M. Peaucellier, aujourd'hui lieutenant-colonel du génie, sur l'emploi du planimètre polaire.

Voici alors, d'une manière générale, comment on opère :

Établissement d'un canevas.

On choisit et on piquète sur le terrain (fig. 6) un certain nombre de points, 1, 2, 3, 4,... dont on détermine d'abord les positions relatives. Puis les droites qui joignent ces piquets deux à deux servent d'axes d'opérations, et on y rattache tous les détails voisins, soit par abscisses et ordonnées, soit par d'autres moyens simples. L'ensemble de ces lignes, formant une espèce de réseau polygonal, constitue ce qu'on appelle le *canevas du lever*. Voici les conditions générales auxquelles il doit satisfaire :

Conditions qu'il doit remplir.

Le canevas doit serrer d'aussi près que possible tous les détails qu'on y rapporte, afin d'en faciliter le lever; il doit d'ailleurs être tracé dans les conditions les plus favorables à l'exactitude de son lever.

Si cela a lieu, on trouvera dans cette décomposition du travail en deux opérations distinctes : *lever du canevas* et *lever des détails*, tout avantage, tant sous le rapport de la rapidité que sous le rapport de l'exactitude.

Nécessité et avantages d'un canevas. Plus de rapidité et plus d'exactitude.

D'abord, les points du canevas étant relativement peu nombreux, les erreurs de chacune des opérations qui concourent à leur détermination s'accumuleront moins que si l'on cherchait à lever successivement tous les détails en les appuyant les uns sur les autres. D'ailleurs on pourra, sans y dépenser trop de temps, accorder beaucoup de soin au lever du canevas, en choisissant les instruments et les procédés les plus favorables à l'exactitude, et on obtiendra ainsi un ensemble de lignes bien assurées de position, auxquelles on rattachera ensuite les détails, au moyen d'opérations simples, expéditives et indépendantes les unes des autres, ce qui fait que l'on pourra prendre moins de précautions et, par suite, employer moins de temps pour leur lever, sans craindre pourtant de voir les erreurs s'accumuler d'une manière fâcheuse.

Si l'on voulait, au contraire, aller de proche en proche, en faisant tout d'abord le lever complet, il faudrait accorder le même soin à toutes les opérations de détail, sous peine d'arriver à des inexactitudes considérables, et, comme ces opérations seraient extrêmement nombreuses, il en résulterait une bien plus grande dépense de temps, sans arriver pourtant à une exactitude comparable. En effet, un point de détail tel que B, fort éloigné du point de départ A, se trouvant alors relié à ce point par un très-grand nombre d'opérations, les inexactitudes inévitables de chacune d'elles s'accumuleront forcément, de manière à produire sur le point B un déplacement considérable, tandis que, si ces deux points sont rattachés directement et indépendamment l'un de l'autre aux lignes voisines du canevas, lesquelles sont elles-mêmes fixées

de position par un petit nombre d'opérations bien sûres, on aura beaucoup plus de chances d'exactitude, en même temps que l'on gagnera du temps.

Donc tout lever, quel qu'il soit, comprendra toujours deux parties distinctes : le *lever du canevas* et le *lever des détails*.

Nous allons nous occuper successivement des procédés qui conviennent à ces deux genres de lever, en nous attachant plus particulièrement au lever du canevas, qui offre de beaucoup le plus d'intérêt, puisque le résultat définitif dépend avant tout de son exactitude.

§ 3. Lever du canevas.

Procédés applicables au lever du canevas.

Les divers procédés que l'on peut employer pour faire le lever d'un canevas sont : 1° le cheminement; 2° les intersections; 3° les recoupements; 4° les relèvements. Nous allons étudier chacun de ces procédés en les comparant entre eux, pour en faire ressortir les avantages et les inconvénients.

1° *Cheminement.*

Procédé de cheminement.

Supposons que l'on ait à déterminer les positions relatives d'un certain nombre de points, A, B, C, D, E, F, formant les sommets d'un polygone fermé (fig. 7). Le procédé de *cheminement* consiste à se transporter successivement d'un sommet à l'autre de ce polygone, en en mesurant tous les angles et tous les côtés. On obtient ainsi trois éléments de plus qu'il n'en faut strictement pour construire sur le papier une figure semblable à celle du terrain. Car, arrivé dans la construction au point f (fig. 8), il suffirait, pour achever le polygone, de joindre le point f au point a; par suite, l'angle F, la longueur FA et l'angle A paraissent superflus. Mais ces quantités servent de vérifications, comme nous allons le voir.

Ses vérifications diverses.

La première chose à faire, avant même de commencer la construction, c'est de vérifier la somme des angles intérieurs du polygone, laquelle doit être égale à autant de fois deux angles droits qu'il y a de côtés moins deux[1]. Si la différence trouvée n'est pas explicable par les inexactitudes inévitables des opérations, il faut immédiatement rechercher la faute ou les fautes, en recommençant la mesure des angles.

Lorsque le désaccord constaté est admissible, on le répartit également entre

[1] Lorsqu'il s'agit d'un canevas levé par cheminement avec la boussole, la vérification par la somme des angles intérieurs du polygone est remplacée par la vérification qui résulte, pour chaque orientement, de la comparaison des observations directe et inverse faites sur chaque côté.

tous les angles, et on peut alors faire la construction avec les angles ainsi *compensés.*

Erreur de fermeture.

Mais il peut arriver, et il arrivera même toujours, qu'après avoir construit en *f* l'angle voulu et porté la longueur FA à l'échelle, on ne retombera pas au point *a*, mais en un point *a'*, plus ou moins différent. La longueur *aa'* est ce qu'on appelle *l'erreur de fermeture,* laquelle peut être admissible ou non.

Vérification de la construction des angles.

Supposons d'abord qu'on arrive à une erreur de fermeture considérable. Comme les angles ont été vérifiés, cette erreur ne peut tenir qu'à une ou plusieurs fautes sur la longueur des côtés, à moins pourtant que l'on ne se soit trompé dans la construction des angles, ce que l'on doit vérifier avant tout. Pour cela, on vérifie si la direction *fa'* fait bien avec *ab* un angle *fa''b* égal à la valeur trouvée pour l'angle A du polygone. Si la différence n'est pas explicable par les inexactitudes de construction des angles successifs, c'est que l'un d'eux a été mal construit.

Recherche des fautes : 1° dans la construction des côtés;

Si l'erreur sur l'angle *a* est admissible, le défaut de fermeture indique une ou plusieurs fautes dans le lever ou la construction des longueurs des côtés, et il faut les rechercher, en commençant par vérifier la construction. Si l'on soupçonne, d'après la valeur de la longueur *aa'*, qu'il n'y a qu'une grosse faute, il est présumable qu'elle a été commise sur le côté *bc*, qui est sensiblement parallèle à *aa'*, car en augmentant de *aa'* ce côté *bc*, on transporterait tous les points ultérieurs parallèlement à eux-mêmes, et *a'* viendrait en *a*. On devra donc d'abord rechercher les fautes sur la construction des côtés à peu près parallèles à la direction de l'erreur de fermeture. Mais si l'on ne trouve rien de cette façon, c'est que le défaut provient peut-être de la combinaison de plusieurs petites fautes accumulées, et on ne peut plus rien dire; il faut alors recommencer toute la construction, en vérifiant bien exactement les longueurs des côtés.

2° Dans la mesure des longueurs sur le terrain.

Si enfin la construction est trouvée exacte, c'est que la faute ou les fautes ont été faites dans les mesures elles-mêmes, et il faut retourner sur le terrain vérifier les longueurs, en commençant par les côtés parallèles à l'erreur de fermeture.

Répartition de l'erreur de fermeture admissible.

Les fautes étant retrouvées et corrigées, il existe encore généralement une erreur de fermeture résultant de l'accumulation des inexactitudes inévitables du lever et de la construction. Il faut répartir cette erreur sur les différents sommets, en modifiant progressivement les longueurs et les angles de quantités presque insensibles. Théoriquement, il faudrait, par les différents points

b, c, d,..., mener des parallèles à aa' et déplacer successivement les points suivant ces parallèles des quantités $\frac{aa'}{n}$, $\frac{2aa'}{n}$,..., n étant le nombre des côtés du polygone. Mais comme, dans les opérations topographiques, on s'arrange toujours de manière à avoir des erreurs de fermeture très-faibles, il serait absolument impossible d'opérer d'une manière aussi rigoureuse.

Le meilleur moyen de faire cette répartition est de reprendre la construction du polygone en sens inverse à partir de a et en suivant $af'e'$... Instinctivement, on forcera légèrement les longueurs et les angles dans le sens convenable pour faire disparaître l'erreur de fermeture. **Manière pratique de répartir l'erreur de fermeture.**

La vérification par fermeture, dont nous venons de parler, n'est qu'une vérification *indirecte*, que l'on ne doit jamais considérer comme suffisante, car il n'est pas rare de voir deux ou plusieurs fautes, souvent tout à fait indépendantes et très-éloignées l'une de l'autre, soit dans la construction, soit dans les opérations mêmes du lever, se compenser presque complétement. Il en résulte qu'on obtient à la fermeture une erreur très-admissible, alors pourtant qu'il existe de grosses fautes que l'on est tout surpris de retrouver plus tard, souvent après de longs tâtonnements qui font perdre un temps considérable. **Vérification indirecte.**

Aussi, quelle que soit la valeur de l'erreur de fermeture à laquelle on arrive dans la construction d'un cheminement, et alors même que cette fermeture serait très-admissible, doit-on toujours recommencer la construction en sens inverse, en comparant deux à deux, comme longueur et comme direction, les côtés obtenus par cette double opération. Cette comparaison fera retrouver presque certainement toutes les fautes. Cette double construction constitue une vérification *directe*, beaucoup plus sûre que la vérification par fermeture. **Vérification directe.**

Le procédé de cheminement, employé avec les précautions que nous venons de dire, et grâce surtout aux moyens de vérification qu'il fournit, peut donner de bons résultats pour le lever d'un canevas avec un instrument goniométrique, mais à la condition qu'on évitera à tout prix des côtés trop courts. Voyons, en effet, quelles sont les erreurs qui sont à craindre avec ce procédé. **Emploi du cheminement avec un instrument goniométrique.**

Considérons un cheminement ABCDE... (fig. 9); lorsqu'il s'agira de mesurer l'angle BCD, par exemple, le centre de l'instrument goniométrique ne sera jamais établi bien exactement dans la verticale du point considéré C; il en différera toujours d'une petite quantité CC'. De plus, les jalons placés en B **Erreurs à craindre dans la mesure des angles.**

et D, sur lesquels on vise pour mesurer l'angle, ne seront pas non plus exactement aux points voulus, ou bien ils ne seront pas verticaux et on en visera le sommet et non le pied. Il résulte de toutes ces considérations qu'au lieu de mesurer l'angle BCD, on mesurera en réalité un angle tel que B'C'D', et si nous ne considérons que l'erreur CC' de mise en station de l'instrument goniométrique, parce que ce sera certainement la plus considérable et par suite la plus à craindre (on évitera difficilement qu'elle soit inférieure à 1 ou 2 centimètres), nous voyons que l'erreur angulaire qui affectera la mesure de l'angle sera précisément la somme des angles sous-tendus des deux points B et D par ce défaut CC' de mise au point. Or, plus les côtés BC et CD seront courts, plus les angles sous-tendus par cette quantité constante CC' seront considérables. Il faut donc, avant tout, éviter les côtés courts.

Influence d'une erreur commise dans la mesure d'un angle.

Voyons maintenant quelle serait l'influence d'une erreur de ce genre commise sur la mesure d'un angle du cheminement. Cet angle erroné B'C'D' sera construit sur le côté *bc* (fig. 10) et aura pour effet de déplacer le point *d* en *d'*, et comme les angles suivants, que nous supposons, pour plus de simplicité, non entachés d'erreur, seront construits successivement sur les côtés *cd'*, *d'e'*,..., nous voyons que cette erreur unique aura pour effet de faire tourner tout le reste du cheminement d'un angle précisément égal à l'erreur qui affecte l'angle BCD, de sorte que tous les sommets suivants *e*, *f*,... seront déplacés en *e'*, *f'*,... de quantités proportionnelles à leur distance au point *c*.

Il est vrai que les erreurs du même genre, commises sur les autres angles, pourront se compenser en partie, mais elles pourront aussi s'ajouter et, en tous cas, on voit que l'effet de ces erreurs angulaires, presque inévitables dans un cheminement fait avec un instrument goniométrique, sera de produire une espèce de rotation d'autant plus sensible que les côtés seront plus courts.

Influence d'une faute commise dans la mesure d'un angle.

Une faute commise dans la mesure d'un angle aurait des conséquences analogues, quoique sur une échelle en général plus considérable, et déplacerait tous les sommets ultérieurs du cheminement dans le même sens, de quantités proportionnelles à leur distance au point où la faute aurait été faite.

Organisation d'un canevas levé par cheminement. Polygones.

Lorsque le terrain à lever présente une grande étendue, on forme le canevas d'une série de polygones accolés les uns aux autres (fig. 11). On lève et on construit tous ces polygones de la même manière, en prenant les précautions que nous avons indiquées et en ayant soin de se vérifier toujours par fermeture, soit que partant d'un point 1 on vienne se fermer au même point, soit

que partant d'un point connu 1 on vienne se fermer sur un autre point également connu 5.

Puis chacun des polygones est subdivisé par un nombre plus ou moins grand de traverses, qui s'appuient sur deux points appartenant soit aux polygones, soit à des traverses déjà vérifiées elles-mêmes par fermeture. On couvre ainsi tout le terrain à lever d'un réseau à mailles de plus en plus serrées, de manière à faciliter le plus possible le lever des détails. Traverses.

Nous verrons plus tard à quelles conditions de détail est assujettie l'organisation d'un pareil canevas, pour qu'il soit susceptible de la plus grande exactitude possible, suivant l'instrument qu'on emploie.

2° *Intersections.*

Pour déterminer par intersections les positions relatives de points tels que A, B, C, D, E, F (fig. 12), on fait choix d'une base AB, que l'on mesure, et, à l'aide de stations faites, en A et B, aux extrémités de cette base, avec un instrument goniométrique, on mesure les angles que font avec cette base les directions aboutissant aux points extérieurs, qui se trouvent, par suite, déterminés sur le plan par l'intersection de deux lignes (fig. 13). Procédé d'intersection.

Mais pour avoir une vérification, on fait une troisième station sur la base, par exemple en son milieu M, et on y mesure de même les angles que font avec la base les directions aboutissant aux mêmes points. Par la construction de ces angles sur le plan, on obtient, pour chaque point, une troisième direction qui devra passer exactement par le point de concours des deux premières. Sa vérification. Troisième station prise sur la base.

Au lieu de faire la troisième station sur la base mesurée AB, on peut encore mesurer la longueur BC, de manière à assurer sur le plan la position du point *c*, déjà déterminé par l'intersection de deux lignes, et alors, transportant l'instrument goniométrique au point C, on mesure les angles que font les directions aboutissant aux autres points, non pas avec CB, comme on serait tenté de le faire, mais avec la ligne CA. Il y a, pour opérer de cette façon, deux motifs très-sérieux : Troisième station prise en dehors de la base.

1° Nous avons intérêt à appuyer la mesure des angles sur des lignes aussi longues que possible, afin d'atténuer le mieux possible l'erreur angulaire résultant d'un défaut de mise en station, absolument comme pour le cheminement. Nécessité de s'appuyer sur des lignes longues et passant par le point de départ.

2° Nous devons chercher autant que possible à nous appuyer, pour la cons-

truction, sur le point de départ des opérations ou la première station faite, qui est évidemment la plus sûre, puisque déjà la position de la seconde station sera entachée forcément des erreurs inévitables des opérations, c'est-à-dire de la mesure et de la construction de la longueur AB.

Nous aurons encore de cette manière, sur le plan, trois directions pour déterminer chaque point, et ces trois lignes devront concourir au même point.

Base brisée. La ligne brisée ABC prend encore, dans ce cas, le nom de *base*.

Conditions que doivent remplir les trois lignes qui déterminent un même point. Les trois directions qui servent à déterminer un point par intersection ne peuvent pas être quelconques. Supposons, en effet, que sur les trois directions nous en ayons deux faisant entre elles un angle très-aigu, comme les lignes AI et BI (fig. 12), et que la troisième vienne les couper sous un bon angle. Comme les incertitudes inévitables des opérations laissent forcément une certaine tolérance pour le concours sur le plan des trois directions, qui ne peuvent pas se couper en un point mathématique, la troisième direction venant du point *c* pourra couper les deux premières en i' ou en i'' (fig. 13), c'est-à-dire assez loin du véritable point *i*, sans qu'on puisse pourtant rejeter les opérations comme mauvaises, puisque le concours paraîtra se faire d'une manière suffisante, alors pourtant qu'il y aura une erreur très-notable commise sur l'angle mesuré en C. Cela vient de ce que les deux premières directions *ai* et *bi* semblent se confondre l'une avec l'autre sur une assez grande longueur, et qu'il y a par conséquent incertitude sur leur véritable point de rencontre. Dans ce cas, ces deux directions équivalent à une seule, et le point ne sera bien déterminé que par une quatrième direction coupant les autres sous des angles convenables.

De là cette règle : *Pour que la position d'un point déterminé par intersections soit bien assurée, il faut que les trois directions qui concourent à sa détermination se coupent deux à deux sous des angles d'au moins 30 degrés.*

Extension du canevas levé par intersections. Le procédé par intersections est, comme celui de cheminement, susceptible de s'étendre, autant que l'on voudra, loin de la base primitive. En effet, les points tels que D, F (fig. 12 et 13) étant bien déterminés par trois bonnes directions, on peut s'y mettre en station avec l'instrument goniométrique, et déterminer d'une manière analogue d'autres points intérieurs tels que G, H, J,..., en ayant soin de mesurer les angles que font les directions aboutissant à ces points, avec des lignes très-longues et passant, autant que possible, par la première station, et cela pour les raisons déjà indiquées plus haut.

Ces points étant déterminés, on pourra s'y transporter pour en déterminer de nouveaux d'une manière analogue, et ainsi de suite.

Les points appartenant à la base s'appellent points ou stations du premier ordre; ceux qui sont déterminés directement de la base sont des points du deuxième ordre, et parmi eux sont choisies les stations du deuxième ordre; les points suivants sont du troisième ordre, etc. Il est clair que les points du deuxième ordre sont moins exacts que ceux du premier, que ceux du troisième ordre sont moins exacts que ceux du deuxième, et ainsi de suite, puisque les inexactitudes inévitables des opérations tendent à s'accumuler, à mesure que le nombre de ces opérations augmente. L'expérience prouve que l'incertitude qui affecte la position d'un point croît à peu près comme le carré de l'ordre de ce point. **Points de divers ordres.**

On doit donc conclure de là qu'il ne faudrait pas étendre indéfiniment ce procédé d'intersections par des stations d'un ordre de plus en plus élevé, sous peine d'arriver à des inexactitudes tout à fait inacceptables. *Il convient, en général, de ne pas dépasser les stations du troisième ordre.*

Pour peu que le lever soit étendu, cette limitation dans l'ordre des stations exige, pour la détermination des points, l'emploi de lignes passablement longues. Le procédé d'intersections exige donc l'emploi de moyens assez précis pour la mesure des angles et leur construction. **Conditions auxquelles est soumis le procédé d'intersections.**

De plus, comme nous l'avons déjà dit, pour éviter les erreurs de désorientement analogues à celles que nous avons signalées dans les cheminements, on doit, à chaque station, mesurer les angles avec une ligne assez longue, antérieurement déterminée, et, autant que possible, avec une ligne partant de la première station.

Employé avec des instruments convenables pour la mesure et la construction des angles, le procédé d'intersections est excellent pour rattacher à une base des points qui en sont *très-éloignés,* puisqu'il faudra pour cela un petit nombre d'opérations. Chacune de ces opérations est entachée d'erreurs inévitables; mais, vu leur petit nombre, l'*erreur absolue* qui affectera la position d'un point ne sera pas très-considérable, et surtout l'*erreur relative,* c'est-à-dire le rapport qui existe entre le déplacement absolu du point et sa distance à la base, peut être assez faible. En tous cas, elle sera presque toujours moindre que par le procédé de cheminement, avec lequel on ne rattache un point à la base que par de nombreuses opérations successives, toutes entachées d'erreurs qui tendront à s'accumuler, de sorte que la position relative de deux points un peu éloignés l'un de l'autre pourra être considérablement erronée. **Sa comparaison avec le procédé de cheminement.**

D'un autre côté, si nous voulions déterminer de loin par intersections des

points très-voisins les uns des autres, tels que seraient, par exemple, les quatre angles d'une maison rectangulaire *abcd* (fig. 14), comme la position de chaque point peut être affectée d'une erreur absolue assez sensible et surtout indépendante d'un point au point voisin, il pourrait en résulter une déformation considérable pour la figure de la maison, soit comme angles, soit comme longueurs de côtés; au lieu d'un rectangle, nous pourrions obtenir un quadrilatère bizarre, tel que *a'b'c'd'* : chaque point, pris isolément, est assez bien en place, mais, son déplacement étant tout à fait indépendant de celui du point voisin, la forme est altérée d'une manière grossière, qui choque d'autant plus qu'il s'agit de points plus rapprochés les uns des autres.

Le même inconvénient n'existerait pas avec le procédé par cheminement, car alors chaque point est relié au précédent par des mesures directes de longueurs et d'angles; par suite, la forme sera conservée beaucoup plus fidèlement.

Les deux procédés se complètent l'un l'autre. Il résulte de cette discussion que les deux procédés que nous venons d'étudier ont des qualités et des défauts pour ainsi dire complémentaires, c'est-à-dire qu'ils sont faits pour se prêter un mutuel concours et se compléter l'un par l'autre.

Le procédé d'intersections, étant bon surtout pour déterminer des points à grande distance et éloignés les uns des autres, servira à établir un canevas d'ensemble, et le procédé de cheminement sera employé surtout pour lever le canevas de détail, en s'appuyant sur les points déterminés par intersections.

3° *Recoupements.*

Procédé de recoupement. Le procédé par *recoupement* consiste à déterminer la position d'un point situé sur une direction prise d'un point connu, en la *recoupant* par une ou mieux deux directions (pour vérification) prises du point à déterminer sur deux autres points connus.

Son usage. Il peut arriver, en effet, qu'un point X (fig. 15) ait été visé d'une station B, où l'on a mesuré l'angle ABX, ce qui donne la direction BX; mais ce point n'a pu être vu des autres stations faites ultérieurement, tandis qu'il serait visible de deux points tels que D et E, auxquels on ne peut pas ou on ne doit pas stationner. **Son avantage.** D'ailleurs le procédé de recoupement va permettre de compléter la détermination du point avec vérification au moyen d'une seule station, tandis que le procédé d'intersections en exigerait deux.

Pour cela, on se transporte directement au point X et on y mesure les

angles que les directions XD et XE font avec la direction connue XB. On a alors les éléments nécessaires pour construire le point x sur le papier, puisque dans chacun des triangles BDX et BEX on connaît un côté BD ou BE, un angle adjacent et un angle opposé à ce côté.

Il faut, bien entendu, comme pour les intersections, que les trois directions qui doivent concourir au point X fassent, prises deux à deux, des angles d'au moins 30 degrés. Condition que doivent remplir les trois directions.

Le recoupement peut encore être employé pour vérifier un point auquel on est arrivé par un cheminement partant d'un point connu, ou bien encore un point déterminé par l'intersection de deux lignes partant de points connus.

Le procédé de recoupement est moins direct que le procédé d'intersections, et, par suite, il est aussi un peu moins précis, parce que l'erreur existant sur la direction BX se reporte sur les lignes DX et EX. On ne doit, du reste, l'employer qu'accidentellement. Danger de ce procédé au point de vue de la précision.

4° Relèvement.

Le procédé de relèvement consiste à déterminer la position d'un point sur le terrain, au moyen des directions allant de ce point sur trois points déjà connus. Procédé de relèvement.

Pour cela, on se met en station au point à déterminer X (fig. 16), et, avec un instrument goniométrique, on y mesure les deux angles CXE et EXF sous-tendus par les lignes CE et EF. Puis on construit sur les lignes *ce* et *ef* du plan (fig. 17) des segments capables des deux angles observés. Le point cherché doit se trouver à la fois sur les deux circonférences; il est donc en x, à leur point de rencontre. Son usage.

Pour avoir une vérification, on mesure un troisième angle DXE, correspondant à une troisième ligne DE; la circonférence décrite sur *de* et capable de l'angle mesuré doit couper les deux autres au même point. Sa vérification.

On pourrait croire que les trois premiers points considérés C, E, F suffisent pour fournir la vérification, à la condition de mesurer directement l'angle CXF qui doit reproduire la somme des deux premiers et de construire sur *cf* un segment capable de ce troisième angle. Mais, en visant l'un des points C, par exemple, on a pu le confondre sur le terrain avec un autre, K, et la même confusion ayant lieu pour l'angle CXE et pour l'angle CXF, la vérification KXF = KXE + EXF se fera, et, par suite, lorsqu'on viendra construire les

trois segments capables sur les droites *ce*, *ef* et *cf* du plan, les trois circonférences se couperaient en un même point. La vérification serait donc illusoire, puisqu'il y aurait eu, en réalité, une faute grossière commise.

Nécessité de prendre quatre points différents.

Pour éviter cet inconvénient, qui ne se présente que trop souvent, de se tromper dans la désignation des points visés, il faut donc prendre un quatrième point, de manière à avoir un nouveau segment capable tout à fait indépendant des deux premiers, ce qui ferait reconnaître sûrement l'erreur qu'on aurait pu commettre dans une visée.

Condition d'intersection des circonférences.

Dans ce procédé, comme dans les précédents, un point ne peut être considéré comme bien déterminé que si les trois circonférences, prises deux à deux, se coupent sous des angles plus grands que 30 degrés.

Cas particulier qui peut se présenter.

Il peut arriver que les quatre points dont on dispose se trouvent à peu près sur une même circonférence, et en même temps que le point à déterminer soit lui-même voisin de cette circonférence (fig. 18). Dans ce cas, les trois segments capables se confondraient sensiblement avec la circonférence circonscrite aux quatre points, et, par suite, le point Y ne pourrait pas être déterminé d'une manière suffisante, puisque les arcs se couperaient sous des angles très-aigus.

Il faut alors commencer par déterminer, au moyen des points connus, un point auxiliaire Z (fig. 19), choisi de manière que sa position soit bien assurée; puis on complète la détermination du point cherché Y, soit par l'intersection avec les circonférences passant par Y de la direction ZY obtenue en mesurant l'angle AZY, par exemple, soit en cheminant depuis Z jusqu'à Y.

Danger de ce procédé au point de vue de l'exactitude.

Le procédé de relèvement, encore plus indirect que le procédé de recoupement, donne encore moins d'exactitude, à cause des erreurs qui affectent déjà les positions des points connus. Aussi ne l'emploie-t-on dans un lever que tout à fait accidentellement, par exemple pour déterminer un point qu'on a intérêt à avoir, et qui a été oublié dans les stations faites aux points d'où il est visible.

Son avantage au point de vue de la rapidité.

Au lieu de recommencer trois stations, on n'en fait qu'une au point cherché, que l'on détermine par relèvement, comme nous venons de le dire, ce qui fait, par conséquent, gagner beaucoup de temps.

§ 4. Lever des détails.

Procédés applicables au lever des détails.

Le canevas étant levé et construit sur le plan par les procédés décrits dans le paragraphe précédent, nous allons passer rapidement en revue les divers moyens que l'on peut employer pour y rattacher les détails.

1° Abscisses et ordonnées.

Procédé par abscisses et ordonnées.

Ce procédé, dont nous avons vu des exemples à propos de l'arpentage, est le plus usité. Il consiste à abaisser de tous les points de détail des perpendiculaires sur les différents côtés du canevas, pris comme lignes d'abscisses, et à mesurer la longueur de ces différentes ordonnées ainsi que les segments que leurs pieds interceptent sur les côtés du canevas.

Deux manières de faire les mesures.

Le mesurage des abscisses peut se faire de deux manières différentes : ou bien on mesure successivement les intervalles qui séparent les pieds des diverses ordonnées, et alors, comme vérification, la somme de toutes ces mesures partielles doit reproduire la longueur déjà connue du côté du canevas que l'on considère ; ou bien on fait un second chaînage complet de chacun des côtés du canevas, en lisant successivement sur la chaîne tendue les longueurs qui correspondent aux pieds des diverses ordonnées, longueurs qui sont ainsi toutes comptées à partir d'une des extrémités de chaque côté, et, dans ce cas, la vérification consiste dans la comparaison des deux chaînages.

La seconde manière d'opérer est la plus expéditive ; elle a l'avantage de rendre les mesures et les constructions sur le plan indépendantes l'une de l'autre ; enfin elle présente plus de commodité pour la facilité soit de l'inscription des différentes mesures sur un croquis coté, soit de leur construction immédiate à l'aide des divisions d'un double décimètre, dont on ferait correspondre le zéro avec le point de départ des abscisses. Aussi est-ce cette marche que l'on préfère généralement (fig. 20).

Les longueurs des ordonnées (il peut y avoir plusieurs points de détail sur chacune d'elles) se mesurent d'une manière analogue, et sont comptées à partir de leur pied sur la ligne des abscisses.

Lignes de canevas auxiliaires.

Outre les côtés du canevas, on peut aussi quelquefois prendre pour axes des abscisses des lignes auxiliaires, diagonales ou transversales, que l'on obtient en joignant deux points connus du canevas, de manière à avoir des lignes rasant de plus près les détails à lever (fig. 20).

Avantages de ce procédé. Conditions que doit remplir le canevas.

Le procédé des abscisses et des ordonnées est surtout très-avantageux lorsque le canevas est tracé de telle sorte que les perpendiculaires à abaisser des différents points de détail à lever soient suffisamment courtes ; car, dès qu'elles ne dépassent pas 2 ou 3 mètres, on peut, sans inconvénient, estimer leur pied à vue, ce qui évite les lenteurs de l'emploi de l'équerre.

2° *Décomposition en triangles.*

Procédé de la décomposition en triangles. Ses avantages.

Il est des cas où l'emploi de l'équerre ne serait pas commode, dans les cours et les rues pavées ou macadamisées, par exemple, vu l'impossibilité d'enfoncer le pied de l'équerre dans le sol; il faudrait alors placer l'équerre sur un trépied, ce qui complique singulièrement sa manœuvre; aussi, à moins que l'on n'ait à sa disposition une équerre à prismes, vaut-il mieux, dans ce cas, employer le procédé de la *décomposition en triangles.*

On rattache les points principaux du détail aux côtés du canevas par des triangles dont on mesure les trois côtés, comme nous le dirons au paragraphe 5, traitant du lever au mètre.

3° *Rayonnement.*

Procédé du rayonnement.

Quelquefois on se place au centre O (fig. 21) de la surface dont on veut lever les contours, et, avec un instrument goniométrique, on mesure les angles que font entre elles les directions aboutissant à tous les sommets A, B, C, D, E du contour polygonal. On mesure, de plus, la longueur de tous ces rayons, et on a ainsi, par *rayonnement,* les éléments nécessaires pour construire le polygone que l'on considère. Pour vérification on mesure, en outre, tous les côtés de ce polygone.

Lenteur de ce procédé.

Ce procédé est très-long et demande un très-grand nombre d'opérations, mesures d'angles ou de longueurs. Aussi ne convient-il que pour les petites surfaces, comme une cour intérieure.

4° *Demi-cheminement.*

Procédé de demi-cheminement. Son usage.

Quand la ligne polygonale à lever s'y prête, on peut opérer d'une manière plus simple. Soit à lever la ligne brisée ABCDEF (fig. 22), dont les extrémités A et F sont déjà déterminées. On se place en A et on y mesure les angles formés par les directions aboutissant aux points intermédiaires avec la ligne AF; puis on mesure successivement chacun des éléments AB, BC, CD,..... de la ligne polygonale. C'est ce qu'on appelle opérer par *demi-cheminement.*

Il est évident que l'on possède alors les éléments nécessaires pour construire une figure *abcdef* (fig. 23), semblable à celle du terrain, chaque point tel que *d* se trouvant déterminé par l'intersection d'une direction *ad* et d'un arc de cercle décrit, du point précédent *c* comme centre, avec un rayon égal à la longueur *cd* du côté qui les joint.

Comme vérification, on devra, par la construction faite à partir du point *a*, retomber sur le point *f* déjà placé sur le plan. Sa vérification.

Mais ce procédé présente deux dangers sur lesquels il est bon d'appeler l'attention : Dangers qu'il présente.

1° Il peut arriver que l'un des rayons visuels *ac* (fig. 24) soit à peu près perpendiculaire au côté *bc* du polygone; il y aura alors indétermination dans la position du point *c* et, par suite, dans celle de tous les points suivants, parce que l'arc de cercle décrit du point *b* comme centre, avec *bc* pour rayon, devant être tangent à la direction *ac*, semblera se confondre avec elle sur une longueur plus ou moins grande *cc'*; on pourra donc obtenir dans la construction soit la ligne *cdef*, soit la ligne *c'd'e'f* ou toutes les positions intermédiaires.

2° On peut commettre sur un angle mesuré en A une faute grossière donnant la direction *ad'*, par exemple (fig. 25), au lieu de la véritable direction *ad*, sans qu'on en soit averti par la fermeture; il suffit pour cela que les deux points *d* et *d'* soient à peu près symétriquement placés par rapport à *ce*, car alors les points suivants ne seront pas sensiblement déplacés; on retombera donc à peu près sur le point *f* déjà connu, et cette faute grossière, commise sur le point *d*, passera inaperçue.

Il résulte de ces deux observations que le procédé de demi-cheminement ne doit être employé qu'avec la plus grande réserve, et seulement pour des lignes polygonales très-tendues. Son emploi doit être assez restreint.

§ 5. Lever au mètre.

Pour le lever d'un canevas peu étendu, on peut se passer d'instrument goniométrique et déterminer les angles au moyen de triangles auxiliaires dont on mesure les trois côtés. C'est ce qui constitue le *lever au mètre*, parce que tout se borne à des mesures de longueur. Lever d'un canevas peu étendu.

Quand on veut, par exemple, déterminer un angle BAC par les méthodes du lever au mètre (fig. 26), on mesure sur les côtés deux longueurs AB' et AC' égales ou inégales, et aussi la distance B'C'. On obtient ainsi un triangle B'AC' dans lequel les trois côtés sont connus et qu'il est facile de construire. Usage du lever au mètre.

Si l'intérieur de l'angle BAC n'est pas libre, on détermine soit l'angle opposé au sommet par le triangle B_1AC_1, soit l'un des angles adjacents par les triangles $B'AC_1$ ou B_1AC'.

Pour construire l'angle BAC sur la direction *ab* connue, il ne faudra pas se Précautions

que nécessite la construction sur le papier.

contenter, en général, de rapporter le triangle B′AC′ en *b′ac′* à l'échelle du dessin. Car, en faisant cette construction, et sans parler même des erreurs de mesures faites sur le terrain, nous commettrons forcément des inexactitudes, et il en résultera sur la position du point *c′* un déplacement de $0^{mm},1$ au moins et peut-être même $0^{mm},2$, qui se traduira par une erreur correspondante dans la valeur de l'angle; or, si le point *c* que nous avons à placer sur la direction ainsi obtenue se trouve au delà du point *c′*, le déplacement à craindre, allant en croissant proportionnellement à la distance au point *a*, pourrait atteindre 1 ou 2 millimètres pour $ac = 10$ fois ac', erreur tout à fait inacceptable.

Il faudra donc, au contraire, construire un triangle *b″ac″* avec des côtés cinq ou dix fois plus grands que ceux du triangle *b′ac′*, et tels surtout que le point *c″* se trouve au delà du point *c* que l'on veut mettre en place; car alors l'erreur qui affectera la position de ce point *c* sera moindre que celle du point *c″* lui-même, et par conséquent, en général, tout à fait inappréciable.

Il faut aussi, bien entendu, que les deux arcs de cercle dont l'intersection détermine le point *c″* ne se coupent pas sous un angle trop aigu; autrement il y aurait trop d'incertitude sur la position du sommet du triangle.

Cas d'un angle très-obtus.

Si donc l'angle BAC est très-obtus, auquel cas l'intersection serait trop indécise, et si l'on ne peut pas déterminer l'un des angles adjacents, qui, naturellement, seraient aigus (fig. 27), on décompose l'angle BAC en deux autres, que l'on détermine et que l'on construit successivement par les triangles B′AD′ et D′AC′.

Longueurs qu'il convient de donner aux côtés des triangles sur le terrain.

Il importe aussi de savoir si l'on a intérêt à mesurer les côtés de ces triangles plus ou moins longs sur le terrain. Or, quelque soin que l'on prenne, les points B′ et C′ du terrain ne sont pas rigoureusement sur l'alignement des deux côtés de l'angle, et les longueurs mesurées AB′, AC′ et B′C′ ne sont pas rigoureusement exactes. Pour restreindre l'erreur que ces inexactitudes causeront sur l'angle A, il faut prendre AB′ et AC′ aussi grands que possible, tendre des cordeaux dans les alignements AB et AC et mesurer AB′, AC′ et B′C avec des quintuples mètres.

Malgré ces précautions minutieuses, si, après avoir effacé la trace des opérations sur le terrain, on voulait y construire le point C′ en se servant d'arcs de cercles décrits des points A et B′ comme centres, avec les longueurs AC′ et B′C′ pour rayons, on conçoit que le point C′ obtenu pourrait bien s'écarter de 2 centimètres au moins de la ligne AC. La quantité $\frac{0,02}{AC'}$ représentera donc le maximum de l'erreur possible sur la valeur de l'angle BAC. Pour que le

déplacement causé par cette erreur angulaire sur la position graphique du point c n'excède pas $0^{mm},1$, il faudra que l'on ait :

$$\frac{0^m,02}{AC'} = \frac{0^{mm},1}{ac},$$

ac étant la grandeur qui représente AC sur le dessin. On conclura de là, pour chaque longueur de ac, la plus petite longueur que l'on devra donner à AC'. Par exemple, pour $ac = 0^m,1$, on devrait avoir $AC' = \frac{0^m,02}{0,0001} \times 0^m,1 = 20$ mètres.

Le lever au mètre est excellent pour des levers peu étendus de massifs de bâtiments, d'ouvrages d'art qui doivent être rapportés aux échelles de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{500}$. On l'emploie encore dans les levers de bâtiments et de machines. Dans ces derniers cas, pour peu que l'objet à lever soit compliqué, on doit toujours commencer par la détermination d'un canevas, dont les côtés sont donnés soit par les faces des murs, soit par les côtés ou les axes du bâti ou des divers organes de la machine. Ce canevas assure l'exactitude de l'ensemble et facilite singulièrement le lever et la construction des détails.

Cas pour lesquels ce procédé convient.

CHAPITRE VI.

BOUSSOLE (PL. VI).

§ 1er. Son principe et son usage.

Propriétés de l'aiguille aimantée.

Une aiguille aimantée, suspendue librement par son centre de gravité, prend une position d'équilibre, à laquelle elle revient toujours, après un certain nombre d'oscillations, quand on l'en écarte. Le plan vertical passant par cette direction se nomme le *méridien magnétique*, et l'angle que ce plan fait avec le méridien vrai du lieu est ce qu'on appelle la *déclinaison de l'aiguille aimantée*. Elle est *orientale* ou *occidentale*, suivant que la pointe nord de l'aiguille (celle qui est bleue) se trouve à l'est ou à l'ouest du méridien vrai.

Méridien magnétique. Déclinaison.

Inclinaison.

Dans la position d'équilibre de l'aiguille aimantée, l'une des pointes plonge en outre au-dessous de l'horizon d'un cèrtain angle, que l'on nomme l'*inclinaison* de l'aiguille aimantée; dans nos climats, c'est la pointe nord qui plonge au-dessous de l'horizon. Pour l'usage de la boussole, on détruit cette inclinaison en suspendant l'aiguille par un point plus élevé que son centre de gravité et en diminuant le poids de la pointe qui tend à plonger, de telle sorte que l'aiguille reste horizontale. Sa direction est alors celle de la *méridienne magnétique*.

Méridienne magnétique.

La direction de la méridienne magnétique n'est pas absolument invariable, mais l'expérience prouve que, dans nos latitudes, la déclinaison de l'aiguille aimantée n'est soumise qu'à des variations assez faibles, soit dans un même lieu pendant plusieurs mois consécutifs, soit lorsqu'on se transporte sur les différents points d'un terrain de quelques kilomètres carrés. Nous étudierons plus loin l'influence de ces diverses causes déviatrices, et, pour le moment, nous admettrons que, dans les conditions de temps et de lieu indiquées ci-dessus, l'aiguille aimantée reste sensiblement parallèle à elle-même. C'est précisément sur la permanence de cette direction qu'est fondé l'emploi de la boussole dans les opérations topographiques.

Éléments de la boussole.

Concevons, en effet, un limbe divisé en degrés ou en grades, au centre duquel est un pivot en acier sur lequel repose, à l'aide d'une chape, une aiguille aimantée d'une longueur un peu moindre que le diamètre du limbe; le

tout est enfermé dans une boîte carrée portant, au centre de sa face inférieure, un axe de rotation que l'on peut rendre vertical au moyen d'un *genou à coquilles*, dont la douille peut être fixée sur un trépied; enfin, sur le côté de cette boîte, parallèle au diamètre 0^c-200^c du limbe, est fixé un viseur ou une lunette tournant autour d'un axe qui est horizontal quand celui de la boîte est lui-même vertical, de telle sorte que la ligne de visée décrit alors un plan vertical parallèle au diamètre 0^c-200^c.

Tels sont, d'une manière succincte, les éléments qui constituent la *boussole topographique*.

La verticalité de l'axe de l'instrument s'estime souvent à vue, ou plutôt se conclut de l'horizontalité du limbe, conclue elle-même des oscillations de l'aiguille, laquelle, étant supposée équilibrée, doit affleurer constamment le limbe dans le mouvement de rotation qu'on donne à l'instrument autour de son axe. Mais il est plus avantageux de se servir des indications d'un *niveau sphérique* fixé sur la boussole, et dont on doit amener la bulle au milieu du petit cercle gravé sur la partie supérieure du verre.

Emploi de la boussole pour la mesure des angles.

On conçoit qu'avec un pareil instrument on puisse mesurer les angles des côtés d'un canevas soit entre eux, soit plutôt avec la direction, supposée fixe, du méridien magnétique.

En effet, si, le viseur étant à droite de la boussole, nous le dirigeons de telle sorte que l'aiguille corresponde au diamètre 0^c-200^c du limbe, c'est que nous visons alors dans le plan même du méridien magnétique (fig. 1). Si, maintenant, nous faisons tourner l'instrument de manière que la ligne de visée fasse avec ce méridien un certain angle de 20^c, 40^c,... vers la gauche, le diamètre 0^c-200^c, qui est parallèle au viseur, aura tourné précisément du même angle, et, l'aiguille aimantée étant restée fixe, nous lirons en regard de la pointe nord l'angle dont l'instrument aura tourné (fig. 2), et cela de 0^c-400^c.

Orientements magnétiques.

Les angles ainsi obtenus pour les différentes directions visées sont ce qu'on appelle les *orientements magnétiques* de ces directions, et ils se comptent de 0^c-400^c, en partant du nord et passant par l'ouest, le sud et l'est (fig. 3); cela résulte du sens de la chiffraison du limbe.

Dans ce qui précède, nous faisons abstraction des causes déviatrices qui peuvent influer sur l'aiguille aimantée aussi bien que des défauts que peut présenter l'instrument; nous allons, en effet, supposer d'abord la boussole bien exécutée et indiquer les précautions qu'exige son emploi.

Viseur à droite.

Pour mesurer l'orientement magnétique d'un côté du canevas AB (fig. 2), on place l'axe de l'instrument dans la verticale du point A, marqué sur le sol par un piquet, ce dont on juge soit avec un fil à plomb, soit, ce qui est suffisant, en laissant tomber librement une petite pierre de dessous le centre du trépied; on cale l'instrument, c'est-à-dire que l'on rend son axe vertical à l'aide du mouvement du genou, et l'on vise le point B en tenant la lunette ou le viseur à la droite de la boussole. L'angle *n*, lu sur le limbe en regard de la pointe nord, donne la valeur de l'orientement cherché.

Viseur à gauche.

Au lieu de tenir le viseur à droite, comme nous l'avons supposé, on aurait pu le tenir à la gauche de l'instrument. Alors, pour la visée dans le méridien magnétique (fig. 4), la pointe sud aurait indiqué zéro et la pointe nord 200^c. Les valeurs des orientements iraient d'ailleurs en augmentant par la rotation de la boussole de droite à gauche, comme tout à l'heure. Les lectures sur la pointe sud donneraient donc, dans ce cas, les véritables orientements comptés à partir du nord, et les lectures sur la pointe nord (fig. 5) différeraient alors des véritables orientements de 200^c, soit en plus, soit en moins, suivant la valeur de l'orientement, en supposant du moins que l'aiguille est bien toujours un diamètre du limbe divisé, ce que nous apprendrons plus loin à constater.

Manière de faire la lecture des angles.

Disons tout de suite que, dans les opérations ordinaires, on tient le viseur à droite, et que d'ailleurs on est convenu, que le viseur soit à droite ou à gauche, de faire toujours les lectures en regard de la pointe nord de l'aiguille, sauf à faire, s'il y a lieu, la correction de 200^c. Outre qu'on serait exposé à se tromper en lisant les angles tantôt sur une pointe, tantôt sur l'autre, puisqu'on pourrait oublier quels sont, parmi tous les angles inscrits, ceux que l'on doit corriger de 200^c, il résulte de divers défauts que peut présenter l'instrument, et que nous étudierons plus loin, que les orientements lus ainsi indifféremment sur les pointes et corrigés au besoin de 200^c donneraient des résultats qui ne seraient pas concordants. Il vaut donc mieux, pour la facilité comme pour l'exactitude des opérations, lire toujours les angles sur la pointe nord.

Pour éviter les fautes dans cette lecture, l'opérateur doit se placer dans le plan vertical qui passe par l'axe de l'aiguille, de telle sorte que la pointe sud soit de son côté; dans cette position, il lit la chiffraison dans le sens où elle est écrite, et il voit les nombres croître dans l'ordre habituel, c'est-à-dire en allant de sa gauche à sa droite (fig. 6). Si l'opérateur se plaçait en sens in-

verse, il verrait les chiffres à l'envers (fig. 7), et si l'aiguille était voisine d'un trait chiffré, par exemple si elle marquait 128°, tout près de 130°, l'opérateur serait très-exposé à lire 132°, parce que, si sa vue ne se portait pas sur le chiffre 120, il supposerait que les chiffres vont en croissant de sa gauche vers sa droite, comme c'est l'habitude. Cette faute est assez fréquente pour qu'il ait paru utile d'attirer l'attention sur elle.

En outre, si l'opérateur prend ainsi l'habitude de se placer toujours de la même manière pour faire les lectures, le fer qu'il peut porter sur lui agit toujours de la même manière et par conséquent sera sans influence sur les orientements relatifs. Il va sans dire, du reste, que l'on doit éviter les causes de déviation qui pourraient tenir à la présence accidentelle d'une pièce de fer, un canif, par exemple, que l'on tiendrait à la main au moment d'une lecture; il faut aussi éviter l'emploi des pince-nez en acier.

Influence de l'excentricité du viseur.

En opérant avec la boussole, comme nous venons de l'indiquer, nous n'avons pas égard à l'*excentricité* du plan de visée par rapport à la verticale du point A, sur laquelle nous avons établi le centre de l'instrument. Il résulte de ce défaut, inhérent à la construction même de la boussole, que nous avons mesuré en réalité l'angle BDN = *o*AN, orientement de DB, au lieu de l'angle BAN, orientement cherché de AB (fig. 8). La différence ABD entre ces deux angles, différence qui n'est autre chose que l'angle sous-tendu par l'excentricité du viseur à une distance égale à la longueur du côté considéré, est souvent négligeable dans la pratique; mais, si l'on doit y avoir égard, on peut opérer de deux manières :

Moyens d'en corriger les effets. Jalon à taquet. Voyant excentrique.

1° On fait placer le jalon que l'on vise en *b*, à une distance de B égale à l'excentricité A*a* du viseur, distance qui peut être indiquée par un tasseau T (fig. 9) cloué sur le pied du jalon, ou bien on arme le jalon planté en B d'un petit voyant excentrique V (fig. 10), portant une bande noire sur fond blanc ou blanche sur fond rouge, dont l'axe est précisément à une distance de l'axe du jalon égale à l'excentricité du viseur; c'est alors sur l'axe de cette bande que l'on doit viser. Dans ces deux cas, on mesure l'orientement de la ligne *ab* parallèle à AB.

Visées à droite et à gauche.

2° Après avoir fait une première visée sur le jalon B (fig. 8), en tenant la lunette à droite suivant *a*B, on en fait une seconde en tenant la lunette à gauche suivant *a'*B, et l'on prend la moyenne des deux lectures *faites sur la pointe nord,* après avoir augmenté ou diminué la seconde de 200°; cette

moyenne donne l'orientement cherché de AB. En effet, la figure 8 montre suffisamment que les deux orientements mesurés BDN et BGN sont l'un plus grand, l'autre plus petit que l'orientement de AB, des angles *a*BA et *a'*BA, qui sont égaux entre eux. Donc la moyenne est exacte.

Emploi de la boussole avec les différents procédés de lever.

La boussole donnant, comme nous venons de le voir, les orientements successifs des différentes lignes visées, on conçoit facilement que l'on puisse appliquer cet instrument aux levers exécutés par les divers procédés de cheminement, d'intersections, de recoupements, de relèvement, de rayonnement, de demi-cheminement.

Recoupement et relèvement.

Il est à remarquer seulement qu'avec la boussole les deux procédés de recoupement et de relèvement rentrent complétement dans le procédé d'intersections et, par conséquent, qu'ils ont la même valeur que ce dernier au point de vue de l'exactitude. En effet, pour déterminer, par exemple, un point X par relèvement, à l'aide des trois points connus A, B, C (fig. 11), on se place en X et on y mesure les orientements magnétiques XA, XB, XC. Or, les orientements que l'on aurait pris des points A, B, C, pour déterminer le point X par intersection, différeraient précisément des premiers de 200°. Si donc, par les points *a*, *b*, *c* du plan (fig. 12), on construit les orientements inverses, c'est-à-dire les orientements mesurés en X modifiés de 200°, on aura trois lignes qui devront se couper en un même point *x*, représentation graphique de X.

Nous étudierons plus loin les avantages et les inconvénients de la boussole avec les divers procédés de lever.

§ 2. Causes extérieures qui agissent sur l'aiguille aimantée.

La déclinaison de l'aiguille aimantée n'est pas constante.

Nous avons supposé, dans tout ce qui précède, que la déclinaison de l'aiguille aimantée était constante; mais, en réalité, il n'en est rien. Elle varie d'abord quand on se transporte d'un lieu dans un autre; mais l'expérience prouve que cette variation ne peut pas avoir d'influence dans les limites d'un lever ordinaire de plusieurs kilomètres de côté, car, en France par exemple, la déclinaison ne varie guère que d'un demi-degré par degré de longitude, dont l'étendue est de 15 lieues environ; la variation n'est donc que de 2′ à peu près par lieue carrée.

La déclinaison de l'aiguille aimantée est soumise en outre à des variations périodiques de deux sortes : l'une est la *variation diurne*, qui se fait sentir chaque jour pendant la durée de la présence du soleil sur l'horizon, et dont l'amplitude est peu considérable; l'autre est la *variation séculaire*, qui ne se fait sentir

qu'à la longue, mais qui amène des changements très-considérables dans la position du méridien magnétique, puisqu'elle le fait osciller de part et d'autre du méridien terrestre.

En ce qui concerne la variation séculaire, il résulte d'observations faites à Paris depuis 1580, époque à laquelle la déclinaison était orientale, et de 11° 30', qu'elle a diminué à partir de cette époque jusqu'en 1663, moment où elle a été nulle; puis qu'elle a augmenté progressivement, vers l'ouest cette fois, jusqu'en 1820, époque à laquelle elle a atteint son maximum d'amplitude vers l'ouest, 22° 30' environ, et que, depuis cette date, elle a pris un mouvement rétrograde vers l'orient. Elle est actuellement, en 1875, et à Fontainebleau[1], de 17° 30' ou 19° 40' environ, et toujours occidentale. En résumé, nous pouvons conclure des observations faites jusqu'ici que la variation annuelle atteint à peine 7 à 8 minutes sexagésimales en moyenne, mais elle est loin d'être régulière, car, parfois, elle est de près d'un demi-degré, tandis qu'elle n'est souvent que de 2 ou 3 minutes. Il résulte de là que cette cause d'erreur, qui serait tout à fait négligeable pour un lever ordinaire de peu de durée, cesse de l'être pour un lever qui devrait durer plusieurs mois; aussi, dans ce cas, est-il nécessaire de décliner la boussole à peu près tous les mois. Nous verrons plus tard en quoi consiste cette opération. Variation séculaire.

Quant à la variation diurne, elle est la plus importante et peut avoir de l'influence sur l'exactitude des levers ordinaires, parce qu'elle peut aller à 20 minutes et plus entre 7 ou 8 heures du matin, heure du minimum, et 1 heure du soir, heure du maximum. Voici, du reste, comment elle se produit : au lever du soleil, l'aiguille aimantée se met en mouvement, et sa pointe nord marche à l'ouest jusque vers 1 heure de l'après-midi, moment où elle atteint son maximum de déviation occidentale; puis, par un mouvement contraire, elle revient vers l'orient jusqu'à 9 ou 10 heures du soir et reste à peu près immobile pendant toute la nuit. Variation diurne.

L'amplitude de la variation diurne est l'angle que parcourt l'aiguille depuis la station du matin jusqu'au maximum de déviation occidentale; cet angle varie d'un jour à l'autre et est généralement plus grand en été qu'en hiver; de plus, il augmente à mesure qu'on s'approche du pôle et diminue vers l'équateur.

Quoi qu'il en soit, cette déviation, qui n'est à certains jours que de 5 à 6 minutes, peut atteindre 25 et 30 minutes et, par conséquent, elle est assez Moyen d'en atténuer les effets.

[1] La déclinaison de l'aiguille aimantée est sensiblement la même à Paris et à Fontainebleau.

considérable pour qu'on en tienne compte dans un lever, puisque les orientements d'un même côté pris vers 7 heures du matin et vers 1 heure de l'après-midi pourraient différer de 25 à 30 minutes. Le seul moyen de se mettre à l'abri de cette cause d'erreur, c'est de s'astreindre à mesurer les orientements entre 11 heures du matin et 3 ou 4 heures de l'après-midi, c'est-à-dire pendant les heures de la journée où, la variation étant voisine de son maximum, la déclinaison reste à peu près constante. Dans cet intervalle, en effet, la variation n'est plus que de 3 ou 4 minutes et son influence est négligeable. On utilise les autres heures de la journée pour les autres opérations du lever.

Perturbations accidentelles. La direction de l'aiguille aimantée est encore soumise à des perturbations accidentelles, qui ont pour effet de la déranger brusquement de sa position d'équilibre ou, du moins, de troubler la régularité de ses variations diurnes.

Entre toutes ces causes perturbatrices, l'aurore boréale paraît la plus efficace et la plus infaillible; son action se fait sentir à de très-grandes distances, et il n'est pas rare que la boussole de l'Observatoire de Paris éprouve une déviation subite, qui s'élève parfois à plus de 1 degré, sans qu'on en puisse découvrir la cause; on apprend ensuite qu'au même instant les boussoles de Londres et de Saint-Pétersbourg ont éprouvé des mouvements analogues et que, dans les contrées du Nord, on a observé quelque brillante aurore boréale.

Les tremblements de terre et les éruptions volcaniques paraissent agir sur l'aiguille aimantée, et quelquefois ces phénomènes la dérangent d'une manière permanente. Il en est de même des orages, et quand la foudre tombe sur des corps aimantés ou seulement dans leur voisinage, elle change, détruit ou renverse leur magnétisme.

Déviations locales. Mais nous n'avons pas à nous préoccuper de ces déviations tout à fait accidentelles, dont on sera généralement prévenu d'une manière ou d'une autre; il suffisait d'en signaler l'existence possible. Les influences locales ont pour nous beaucoup plus d'importance. En effet, lorsque l'instrument se trouve dans le voisinage de masses de fer, cachées ou même apparentes, mais auxquelles on ne fait pas attention, l'aiguille peut être déviée de sa véritable position d'équilibre d'une quantité quelquefois très-considérable.

Moyen de les constater. Orientement direct et orientement inverse. Quand on opère par cheminement on constate ces fautes, en prenant toujours, pour chaque direction AB (fig. 8), non-seulement l'*orientement direct*, en visant de A sur B, mais encore l'*orientement inverse*, en visant de B sur A. Dans les deux observations, on tient la lunette à droite de l'instrument et on fait les lectures sur la pointe nord de l'aiguille.

Si l'instrument est bon et s'il a été mis en station exactement au-dessus des points A et B, les deux angles doivent différer de 200ᵍ, et cela lors même qu'on n'aurait pas eu égard à l'excentricité de la lunette, car les deux lignes de visée *a*B et *b'*A (fig. 8) sont parallèles. Cette double observation fournit, en outre, pour les lectures, une vérification très-sûre, et laisse difficilement une faute passer inaperçue. Enfin, comme nous le verrons plus loin, en prenant la moyenne des orientements direct et inverse, on a l'avantage de compenser les erreurs principales provenant des défauts de construction ou de rectification de l'instrument.

En réalité, donc, lorsqu'on fait cette double visée, on trouve entre les deux lectures une discordance résultant soit des défauts de l'instrument, soit aussi des inexactitudes inévitables des opérations. Ces dernières comprennent : 1° *l'erreur de pointé,* qui, avec une lunette, n'est que d'une fraction de minute centésimale, mais qui, avec un viseur, peut sous-tendre $\frac{1}{10}$ de millimètre dans un cercle de rayon égal à la longueur du viseur, ce qui correspond à une valeur possible de 3 ou 4 minutes pour une boussole de dimensions ordinaires; 2° *l'erreur de lecture,* qui, suivant la perfection de l'instrument et l'habileté de l'opérateur, peut varier de 5 à 10 minutes; 3° *l'erreur de mise en station,* tenant à ce que l'axe de la boussole n'est pas rigoureusement dans la verticale du point de station A, mais bien en *a* (fig. 13), et de ce que le point du jalon visé est en *b* au lieu d'être dans la verticale de B, de sorte que l'on mesure l'orientement de *ab* et non celui de AB. En admettant 3 centimètres pour la somme des écarts $Aa+Bb$, l'erreur à craindre serait l'angle dont le sinus est $\frac{0^m,03}{AB}$, ce qui nous fournit le tableau suivant :

Pour AB =	100ᵐ	50ᵐ	40ᵐ	20ᵐ	10ᵐ	5ᵐ
e =	2'	4'	5'	10'	20'	38'

On voit d'après cela qu'avec une bonne boussole à lunette, et pour des côtés plus grands que 50 mètres, la somme des erreurs à craindre, par suite des inexactitudes inévitables des opérations, dépassera rarement une dizaine de minutes centésimales, mais que, pour des côtés plus courts, l'erreur admissible pourra dépasser considérablement ce chiffre.

En nous mettant donc dans de bonnes conditions moyennes, nous admettrons que le désaccord entre les orientements direct et inverse d'un même côté ne devra pas dépasser 15 à 20 minutes centésimales, de manière à tenir compte aussi des défauts de l'instrument, défauts que nous apprendrons plus loin à constater et à rectifier. Il importe d'ailleurs que le désaccord admissible ne

soit pas trop considérable, sans quoi il pourrait masquer des fautes assez grossières, et, par suite, on doit toujours avoir soin d'opérer avec un instrument sensiblement rectifié.

Manière de corriger les effets des déviations locales.

Supposons alors que, dans un cheminement ABCD..... (fig. 14), après avoir trouvé un accord convenable sur un certain nombre de côtés, nous constations, en faisant la station C, une discordance inadmissible entre les orientements direct et inverse du côté BC. Il faut d'abord recommencer la station B, pour s'assurer qu'il n'y a pas eu de faute commise; et si le désaccord persiste, il accuse probablement une déviation locale de l'aiguille aimantée au point C. Pour que cette probabilité se change en certitude, il faut continuer les opérations, et s'il n'existe de cause déviatrice qu'en un seul point, ce que l'on doit toujours chercher à obtenir, en choisissant convenablement les stations, on devra constater un désaccord analogue sur les orientements direct et inverse du côté CD. Car la cause déviatrice en C, donnant à l'aiguille aimantée la direction CN' au lieu de CN, l'orientement inverse de CB et l'orientement direct de CD seront affectés de la même manière, c'est-à-dire tous les deux diminués ou augmentés du même angle N'CN. C'est à l'égalité ou à la presque égalité de ces discordances, en même temps qu'à l'accord suffisant des orientements directs et inverses des deux côtés adjacents à BC et CD, que l'on reconnaîtra que la déviation n'a lieu qu'en C. On obtiendra alors les véritables orientements en C, en augmentant ou en diminuant les deux angles qui y ont été observés de la *moyenne des erreurs constatées sur les deux côtés* BC *et* CD *qui y aboutissent.*

Si l'on ne pouvait pas éviter d'avoir des déviations locales à plusieurs stations consécutives, ce dont on serait averti, parce que les orientements directs et inverses présenteraient des désaccords variables d'un côté au suivant, la correction pourrait encore se faire, quoique d'une manière un peu moins simple. En effet, quelle que soit la déviation subie par l'aiguille aimantée en un point tel que C (fig. 14), la différence des deux orientements CB et CD, mesurés en ce point, n'en donne pas moins la valeur de l'angle formé par ces deux côtés, à part, bien entendu, les erreurs tenant aux défauts de l'instrument et aux inexactitudes inévitables des opérations. A l'aide des angles ainsi obtenus par différence, on peut, en fonction de l'orientement moyen du côté AB, non entaché d'erreur, calculer de proche en proche les orientements successifs des autres côtés, jusqu'à ce qu'on arrive à un côté EF, dont les orientements direct et inverse ne présentent plus de discordance. On arrivera natu-

rellement, par ce calcul, à un orientement de EF qui différera plus ou moins de l'orientement moyen résultant des observations; cette différence sera répartie sur tous les angles douteux, et nous aurons ainsi compensé les erreurs tenant aux incertitudes des observations.

Les déviations locales tiennent à ce que chaque barre de fer doux prend, sous l'influence du globe, une aimantation temporaire d'autant plus puissante que sa direction est plus voisine de celle de l'aiguille d'inclinaison. Un barreau de fer agit donc sur l'aiguille aimantée comme un véritable aimant; les pôles de même nom se repoussent, et les pôles de noms contraires s'attirent, de sorte que l'aiguille n'est déviée de sa direction que par la différence d'action des deux pôles du barreau. Causes des déviations locales.

Il est facile de comprendre, d'après cela, pourquoi une voie de fer continue n'a plus d'action sur une boussole à une distance de 4 ou 5 mètres, tandis qu'une grille verticale agit encore à 30 mètres et plus sur une boussole située à hauteur de son pied. Dans le chemin de fer, en effet, les pôles des extrémités contiguës des rails sont de noms contraires, et leurs actions tendent par conséquent à se détruire; dans la grille verticale, au contraire, tous les pôles nord situés à la partie inférieure des fuseaux sont beaucoup plus près de la boussole que les pôles sud situés à la partie supérieure, et ont, par conséquent, beaucoup plus d'action sur l'aiguille.

Mais ce qu'il y a de plus à craindre encore, c'est l'action de masses ferrugineuses et magnétiques cachées dans l'intérieur du sol et dont il est souvent impossible de soupçonner l'existence. La plupart des roches éruptives et volcaniques contiennent, disséminées dans leur masse, des parcelles d'oxydule magnétique de fer, qui ont quelquefois plus d'action sur l'aiguille aimantée qu'une masse compacte du même minerai. L'existence de ces terrains magnétiques est encore plus fréquente qu'on ne pourrait le supposer : ainsi, sur les bords de la rivière d'Oust, dans le Morbihan, près de Bône en Algérie, à Sainte-Marie de Madagascar, il existe des terrains qui ont sur l'aiguille aimantée une action déviatrice de 7 degrés et plus, dans une étendue de 1 ou 2 kilomètres. Dans des cas pareils, il faut renoncer d'une manière absolue à l'emploi de la boussole pour faire des levers. Terrains magnétiques; leur action.

Pour reconnaître si l'on se trouve sur un terrain de cette nature, ce que l'on peut d'abord soupçonner par les désaccords notables trouvés sur les orientements directs et inverses d'un grand nombre de côtés, on jalonne plusieurs Manière de les reconnaître.

lignes droites traversant tout le terrain à lever, et, la boussole étant portée en différents points de ces droites, on en mesure les orientements entre midi et 2 heures, de manière à se mettre à l'abri des erreurs provenant de la variation diurne. Si les angles observés dans la même heure, en opérant très-vite sur une de ces droites, diffèrent d'une quantité notable, c'est que le terrain est magnétique, et la boussole ne peut pas servir pour y faire des levers.

Variation de l'inclinaison.

Quant à l'inclinaison de l'aiguille aimantée, elle est également soumise à des variations, qui ont pour effet de détruire l'horizontalité de l'aiguille en équilibre sur son pivot. Ces variations n'ont pour nous qu'une importance tout à fait secondaire : car il suffira, pour rétablir l'équilibre, de donner quelques coups de lime à la pointe qui plonge, ou d'ajouter un léger contre-poids à la pointe la plus haute.

Le même effet pourrait provenir de ce que l'aiguille aurait perdu de son magnétisme; on y remédierait de la même manière.

§ 3. Vérifications et rectifications d'une boussole.

Conditions que doit remplir une boussole.

Nous avons appris, jusqu'ici, l'usage d'une boussole supposée bien construite, et nous avons étudié les principales précautions qu'exige son emploi, eu égard surtout aux causes extérieures qui peuvent agir sur l'aiguille aimantée. Nous allons examiner maintenant à quels caractères nous pourrons reconnaître qu'une boussole est bien faite.

Les défauts qui peuvent affecter une boussole sont très-nombreux. L'opérateur doit les étudier pour savoir négliger ceux qui n'influent pas sur l'exactitude d'un lever, pour corriger les autres ou, au moins, les compenser par le mode d'observation. Nous allons les examiner à ces divers points de vue et dans l'ordre des vérifications que l'on doit faire subir à l'instrument avant de s'en servir.

Niveau sphérique.

Nous avons dit que l'instrument porte un petit niveau à bulle d'air pour permettre de rendre son axe de rotation vertical. C'est une petite boîte circulaire en cuivre, fermée hermétiquement à sa partie supérieure par un verre serti sur le cuivre (fig. 15) et dont la capacité intérieure est remplie d'alcool, sauf une petite bulle formée d'air et de vapeur d'alcool mélangés. Le verre a été rodé intérieurement de manière à présenter la forme d'une calotte sphérique; alors la bulle tend à se placer toujours au point le plus haut de cette calotte sphérique, et le rayon de courbure correspondant au centre de la bulle est toujours vertical. Le niveau a été fixé sur la boîte de la boussole,

de manière que le plan tangent moyen à la courbure intérieure du verre soit bien exactement parallèle au dessous de la boîte, ou mieux, si l'on veut, de manière que le rayon de courbure moyen soit parallèle à l'axe de l'instrument. Le point moyen de la calotte sphérique est d'ailleurs indiqué par un petit cercle gravé sur le verre. Si donc on agit sur le genou à coquilles de l'instrument jusqu'à ce que la bulle du niveau soit au milieu de ce petit cercle, le rayon de courbure moyen étant alors vertical, l'axe qui lui est parallèle est aussi vertical. C'est ce qu'on appelle *caler* l'instrument.

Vérification et rectification du niveau sphérique.

Mais le niveau étant fixé sur la boîte de la boussole à l'aide de vis qui peuvent se déranger, et la boîte elle-même, qui est en bois, pouvant se déformer par les alternatives de sécheresse et d'humidité et par les variations de température, il est nécessaire de vérifier le parallélisme de l'axe et du rayon de courbure vertical du niveau. Pour cela, après avoir *calé* l'instrument, comme nous venons de le dire, on le retourne de 180 degrés autour de son axe, et, si la bulle se déplace, la quantité dont elle a marché indique le double du défaut de parallélisme.

Pour le montrer, faisons une projection sur un plan vertical passant par la normale au centre du niveau et parallèle à l'axe de rotation de l'instrument (fig. 16). Si l'axe n'est pas vertical, mais s'il a une direction AX, après le retournement, le niveau NI et le rayon de courbure NV auront pris, par rapport à cet axe, des positions N'I' et N'V' symétriques des premières, de telle sorte que l'inclinaison de N'I' sur l'horizon, ou celle de N'V' sur la verticale, sera le double du défaut de perpendicularité du niveau à l'axe ou de parallélisme du rayon de courbure moyen et de l'axe. On agira alors sur les vis du niveau pour ramener la bulle de la moitié de son déplacement, et le niveau N'I' prendra la position AP perpendiculaire à l'axe AX, en même temps que le rayon de courbure N'V' sera venu prendre la position $N'V'_1$ parallèle à AX. Puis on recommencera le calage de l'instrument, comme tout à l'heure, en se servant du mouvement de genou, et on vérifiera de nouveau, en faisant un retournement de 180 degrés, si la rectification a été bien faite du premier coup, ce qui aura rarement lieu. Alors on corrigera encore le niveau de la moitié du déplacement constaté, et ainsi de suite jusqu'à satisfaction.

Conditions que doit remplir l'aiguille. Mobilité.

Le niveau étant vérifié et rectifié, nous allons examiner d'abord les conditions que doit remplir l'aiguille de la boussole.

1° *L'aiguille doit être bien mobile sur son pivot.*

Cette condition est essentielle, car, autrement, l'aiguille pourrait s'arrêter

en dehors de sa véritable position d'équilibre, et, par suite, les angles fournis par la boussole seraient erronés. Pour s'assurer qu'elle est satisfaite, on dévie l'aiguille tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, en approchant un morceau de fer, la pointe d'un canif, par exemple, d'une de ses extrémités, et il faut que l'aiguille revienne toujours exactement à la même position après un certain nombre d'oscillations régulièrement décroissantes. Si, au contraire, elle s'arrêtait brusquement après deux ou trois oscillations d'une amplitude notable, c'est que la mobilité ne serait pas suffisante par suite de frottements anomaux de la chape sur le pivot.

Le défaut de mobilité peut tenir, en effet, soit au défaut d'acuïté du pivot, dont la pointe aura été cassée ou seulement émoussée, soit à ce que la chape est *piquée*, c'est-à-dire que sa surface intérieure, au lieu d'être polie, présente une ou plusieurs cavités dans lesquelles s'engage le pivot. On doit s'attacher, autant que possible, à éviter ces deux inconvénients, qui résultent ordinairement des secousses imprimées à l'instrument dans le transport, et pour cela il faut avoir soin, toutes les fois que l'on change de station, de soulever l'aiguille de dessus son pivot, en agissant sur le mécanisme disposé à cet effet; certains instruments perfectionnés possèdent même un système de bascule automotrice qui soulève d'elle-même l'aiguille dès qu'on enlève la boussole pour changer de station.

On constate, d'ailleurs, l'existence de ces deux défauts en regardant à l'aide d'une loupe, et on les corrige, le premier en affûtant le pivot, le second en changeant la chape piquée.

Sensibilité.

2° *L'aiguille doit être suffisamment sensible.*

Cette condition rentre un peu dans la précédente et donnerait lieu aux mêmes inconvénients, si elle n'était pas remplie. Un défaut de sensibilité indiquerait une aimantation insuffisante, que l'on constate en déviant, comme tout à l'heure, l'aiguille de sa position d'équilibre; il faut qu'elle fasse environ une trentaine d'oscillations par minute; sinon, il faudrait aimanter de nouveau l'aiguille, ce que l'on peut obtenir en frottant alternativement les deux pointes, depuis le milieu jusqu'à l'extrémité, avec les deux pôles d'un aimant en fer à cheval qui porte 200 à 300 grammes.

Horizontalité du limbe.

3° *Quand l'axe de la boussole est vertical, le limbe doit être horizontal.*

On le reconnaît en examinant si, pendant la rotation de l'instrument autour de son axe, les pointes de l'aiguille restent toujours à la même distance du plan du limbe. Si l'écart devenait assez grand pour rendre les lectures dou-

teuses, il faudrait changer la direction de l'axe, par rapport au dessous de la boîte.

4° *Il faut que l'aiguille soit bien équilibrée,* c'est-à-dire que, lorsque le limbe est horizontal, les deux pointes de l'aiguille doivent affleurer le limbe gradué, ou mieux dépasser un peu son plan. Aiguille équilibrée.

On remplit cette condition en infléchissant les pointes de l'aiguille et en lestant la plus légère avec de la cire jaune ou de la cire à cacheter, ou bien encore en usant sur une meule la pointe la plus lourde.

Les quatre conditions que nous venons d'examiner sont essentielles pour obtenir de bons résultats avec la boussole, et il n'y a pas d'autre moyen pour y satisfaire que de corriger les défauts, s'ils existent, puisqu'on ne pourrait pas les compenser par le mode d'observation. Il n'en est plus de même des conditions suivantes: il serait souvent difficile, ou même quelquefois impossible, de corriger les défauts correspondants qu'on n'a même pas toujours le moyen de constater; mais, ou bien ils produisent des erreurs constantes et, par suite, peuvent être négligés, ou bien on peut les compenser par le mode d'observation.

5° *Il faut que la ligne des pôles magnétiques de l'aiguille coïncide avec la ligne des pointes* (fig. 17). Coïncidence de la ligne des pôles et de la ligne des pointes.

On conçoit en effet que, si cette condition n'est pas remplie, comme c'est la ligne des pôles qui s'oriente suivant le méridien magnétique, et comme on lit les angles sur la ligne des pointes, il en résultera sur les orientements une erreur; mais cette erreur sera constante et égale précisément à l'angle de ces deux lignes. Par suite, tous les côtés du canevas seront déviés du même angle et il n'y aura pas par conséquent de déformation, mais une simple désorientation générale, qui n'influera pas sur l'exactitude du lever; l'erreur résultant de ce défaut peut donc être négligée.

On ne pourrait pas d'ailleurs constater l'existence de ce défaut à l'aide des retournements ordinaires de la boussole; il faudrait, en effet, pouvoir retourner l'aiguille sens dessus dessous sur son pivot, de manière à faire prendre à la ligne des pôles deux positions symétriques par rapport à la ligne des pointes, ce qui exige que l'aiguille présente une disposition particulière, c'est-à-dire que la chape soit mobile dans l'ouverture pratiquée au centre de l'aiguille, comme cela a lieu pour certaines boussoles destinées à déterminer la déclinaison absolue de l'aiguille aimantée.

Rectitude de l'aiguille.

6° *Il faut que l'aiguille soit bien droite, c'est-à-dire que les deux pointes soient dans un même plan vertical avec le pivot* (fig. 18).

Si cela n'a pas lieu, il est clair que les orientements lus sur la pointe nord seront erronés de l'angle que fait cette pointe avec la parallèle à la ligne des pointes menée par le pivot. Il s'agit donc ici d'une erreur du même genre que la précédente et que, par conséquent, on peut négliger au même titre.

On constate la présence de ce défaut en faisant des lectures sur les deux pointes dans diverses orientations; la différence ne sera pas de 200^c juste, mais le désaccord devra être constant, en supposant le pivot bien au centre du limbe, car alors la ligne qui joint les deux pointes, au lieu d'être un diamètre de la circonférence, sera une corde qui embrassera toujours le même arc sur le limbe.

Centrage du pivot.

7° *Il faut que le pivot soit bien au centre du limbe ou dans la verticale de ce centre* (fig. 19, 20 et 21).

Si cela n'a pas lieu, l'orientement lu sur la pointe nord sera encore erroné, comme tout à l'heure, mais d'un angle essentiellement variable suivant l'orientation du côté que l'on considère. Il importe donc d'y avoir égard.

On constate l'existence de ce défaut en faisant encore plusieurs lectures sur les deux pointes, dans diverses orientations; ces lectures ne différeront pas de 200^c, et le désaccord, cette fois, sera essentiellement variable, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, puisque, dans le mouvement de rotation que l'on donne à l'instrument autour de son axe, le pivot décrira un cercle autour du centre du limbe. On peut, avec un peu d'industrie et d'adresse, corriger ce défaut de centrage en infléchissant avec une pince le pivot, dont la pointe seule est trempée; mais beaucoup d'opérateurs n'oseront pas entreprendre cette correction, toujours un peu délicate, et devront se contenter de compenser l'erreur qui en résulte, comme nous allons apprendre à le faire.

Manière de compenser les défauts de rectitude et de centrage.

D'abord on compense les deux erreurs du défaut de centrage et du défaut de rectitude de l'aiguille en prenant la moyenne des lectures faites sur les deux pointes, après avoir, bien entendu, corrigé de 200^c la lecture faite sur la pointe sud. Imaginons, en effet, par le centre C (fig. 18 et 19), une aiguille idéale parallèle à la ligne des pointes p et p' de la véritable. Cette aiguille idéale donnerait des indications exactes. Mais, à cause du sens de la chiffraison, les lectures faites en p et p' sont affectées, relativement à ces indications, d'erreurs e égales et de signes contraires; donc leur moyenne est exacte. Ce

mode de compensation n'est employé qu'accidentellement, et en particulier dans certaine rectification de l'instrument, que nous verrons plus tard.

Mais nous avons déjà dit que le défaut de rectitude de l'aiguille donne lieu à une erreur constante qui est sans influence sur l'exactitude d'un lever, et que l'on peut, par suite, négliger, *pourvu qu'on fasse toujours les lectures sur la pointe nord,* et nous pouvons même nous rendre compte maintenant du danger qu'il y aurait à faire les lectures indifféremment sur l'une ou sur l'autre pointe, puisqu'on aurait ainsi des angles tantôt trop grands, tantôt trop petits. Le défaut de rectitude est négligeable.

Les défauts de rectitude de l'aiguille et de coïncidence de la ligne des pôles avec la ligne des pointes étant donc négligés, comme produisant des erreurs constantes, on doit chercher seulement à compenser le défaut de centrage du pivot, ce que l'on fait, dans la pratique, de deux manières différentes : Compensation du défaut de centrage.

1. On fait, en une même station, sur chaque côté, deux observations, en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche, et on prend la moyenne des angles lus sur la pointe nord, le second étant préalablement corrigé de 200^g. Visées à droite et à gauche.

En effet, lorsque la lunette est à droite (fig. 22), l'angle lu sur la pointe nord est

$$p = n + e.$$

Lorsque l'on fait tourner l'instrument pour viser de nouveau le même point, la lunette étant à gauche, on a fait juste une demi-révolution, si l'on élimine le défaut d'excentricité du viseur, et le pivot P est venu prendre, par rapport au centre C, une position symétrique P', de telle sorte que l'angle $p'n$ est égal à pn. Par suite, l'angle lu sur la pointe nord dans cette seconde observation sera

$$p' = 200^g + n - e.$$

Donc, dans la moyenne, l'erreur disparaît.

2. On prend pour chaque côté l'orientement direct et l'orientement inverse, en tenant toujours la lunette à droite, et on en fait la moyenne, le second orientement étant préalablement corrigé de 200^g. Visées directe et inverse.

En effet, dans ces deux opérations, le pivot P (fig. 23) prend encore des positions symétriques par rapport au centre C du limbe, et l'erreur disparaît comme précédemment dans la moyenne.

Le second procédé est celui qu'on emploiera lorsqu'on fera le lever d'un canevas par cheminement, et le premier servira pour les intersections, les rayonnements, etc.

Égalité des divisions du limbe et absence de fer dans l'instrument.

8° *Enfin, il faut s'assurer que les divisions du limbe sont bien égales, et surtout que les diverses pièces de cuivre de l'instrument ne contiennent pas de fer.*

Les erreurs à craindre proviendront surtout de la présence du fer dans certaines parties de l'instrument, car les machines qui servent à tracer les divisions sont très-précises; mais il n'est pas rare, au contraire, que les boussoles du commerce contiennent des parcelles de fer, parce que les pièces en cuivre qui les composent sont obtenues, au moins en partie, par la fonte de rognures et de limailles de cuivre, qui contiennent presque toujours des particules d'acier provenant des limes. Or, ces parcelles de fer, réparties inégalement dans la boussole, peuvent produire sur l'aiguille aimantée des déviations variables, qui, dans certains orientements, peuvent atteindre 1 ou 2°, ou même plus. Une boussole qui présenterait cet inconvénient devrait être refusée ou, du moins, corrigée, s'il est possible, en changeant les pièces renfermant du fer, ce que l'on reconnaîtrait en les présentant toutes successivement à une aiguille aimantée très-sensible. C'est d'ailleurs là l'épreuve à laquelle le constructeur doit soumettre successivement toutes les pièces d'une boussole, avant de la monter.

Manière de constater la présence du fer dans une boussole.

Voici comment on peut constater ce défaut : on installe la boussole au milieu d'une cour ou d'une plaine sensiblement horizontale, de manière à pouvoir viser toujours à peu près horizontalement (fig. 24). Un piquet marque la station, et à ce piquet on attache une des extrémités d'un cordeau de 20 mètres; puis on fait marquer successivement en moyenne par les deux pointes de l'aiguille 0°, 20°, 40°, 60°... et ainsi de suite de 20° en 20°, et on fait planter un jalon dans chacun de ces orientements, et à 20 mètres de distance (longueur du cordeau) du centre de l'instrument. En prenant la précaution de faire la lecture sur les deux pointes et de prendre la moyenne, on corrige le défaut de centrage du pivot. Tous les jalons étant placés à la même distance de l'instrument, le défaut d'excentricité du viseur agit de la même manière sur tous les orientements, ainsi que l'erreur de pointé. Enfin, en visant horizontalement, on se met à l'abri des erreurs provenant des défauts que peut présenter le viseur, comme nous le verrons plus loin.

On substitue alors bien exactement à la boussole un instrument goniométrique à lunette, permettant de mesurer les angles avec une grande précision, et on mesure tous les angles sous-tendus par deux jalons consécutifs; si l'on trouve des désaccords plus grands que 5 ou 10 minutes avec les orientements donnés par la boussole, c'est qu'il y a du fer dans l'instrument, et il faut le rejeter ou, du moins, le démonter pour le vérifier pièce à pièce.

A défaut d'instrument goniométrique, on peut mesurer successivement tous les côtés 1-2, 2-3, 3-4, etc., lesquels doivent former un polygone régulier.

Telles sont les conditions que doit remplir une boussole en ce qui concerne l'aiguille aimantée; voyons maintenant celles que doit remplir le viseur. Conditions que doit remplir le viseur.

Quand l'axe de la boussole est vertical, l'axe optique de la lunette doit décrire un plan vertical et parallèle au diamètre 0-200° du limbe.

Cette condition multiple en implique trois autres, que nous allons étudier successivement :

1° *L'axe optique de la lunette doit être perpendiculaire à son axe de rotation.*

2° *Cet axe de rotation doit être perpendiculaire à celui de la boussole.*

3° *Ce même axe de rotation doit être perpendiculaire au diamètre 0-200° du limbe.*

Perpendicularité de l'axe de rotation au diamètre 0 — 200° du limbe. Cette condition n'est pas indispensable.

Disons tout de suite que cette troisième condition n'est pas indispensable : en supposant les deux premières remplies, elle revient à dire que *la ligne de visée doit être parallèle au diamètre 0-200° du limbe.* Or, si cela n'a pas lieu, il en résultera que tous les orientements donnés par la boussole seront erronés d'un angle constant, égal précisément à l'angle BCD (fig. 25) que fait avec le diamètre 0-200° la parallèle à la ligne de visée menée par le centre C, ce qui fait seulement tourner de cet angle tout l'ensemble du lever, sans nuire à son exactitude.

Pour constater ce défaut de parallélisme, il faudrait pouvoir retourner la boussole sens dessus dessous autour de la ligne de visée. Si on avait la possibilité de soutenir l'aiguille dans cette position, elle marquerait alors sur le limbe des angles présentant, par rapport à ceux de la première position, une erreur égale et de signe contraire, ce qui permettrait à la fois de reconnaître le défaut et de le compenser en prenant la moyenne des deux observations. Mais cette épreuve n'étant pas possible, et les retournements ordinaires ne permettant pas de constater le défaut, on ne peut pas non plus le compenser, contrairement à ce qu'ont écrit certains auteurs. On n'a pas alors d'autre moyen de vérification que le procédé mécanique qui consiste à prendre la distance du trait zéro de la chiffraison à un point de la lunette, et du trait 200° à ce même point, après avoir fait basculer le viseur. Il faut pour cela que l'instrument présente une disposition particulière, comme cela a lieu pour certaines boussoles destinées à mesurer la déclinaison absolue de l'aiguille aimantée.

Quant à l'erreur résultant de ce défaut, puisqu'elle est constante, elle n'aurait pour effet que de produire une désorientation générale du dessin, sans nuire à sa forme; on peut donc la négliger.

Conditions essentielles.

Occupons-nous maintenant des deux premières conditions, qui seules sont essentielles, car, si elles ne sont pas satisfaites, la ligne de visée, ne décrivant pas un plan vertical, se projettera horizontalement suivant une ligne qui différera plus ou moins, et tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, de la perpendiculaire à l'axe de rotation; par suite, l'erreur qui affectera la valeur des orientements sera essentiellement variable et ne pourra plus être négligée. C'est ce que nous comprendrons mieux en étudiant séparément ces deux conditions.

Perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation.

1° *Perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation de la lunette.*

Supposons que cette condition ne soit pas remplie, la seconde l'étant, et représentons en projections horizontale et latérale ce qui va en résulter (fig. 26). L'axe de rotation AX, étant, par hypothèse, perpendiculaire à l'axe de la boussole, sera horizontal lorsque l'instrument sera calé, et l'axe optique prendra, pour une visée horizontale, une certaine position AH faisant avec la perpendiculaire AP à l'axe un certain angle $PAH = e$, qui sera précisément l'erreur affectant les orientements pour les visées horizontales. Car l'instrument se trouvera disposé absolument comme si, au lieu de viser le point B, on voulait viser avec un instrument rectifié le point P situé plus à gauche; on lira donc en réalité, sur le limbe de la boussole, l'orientement de la direction AP, qui diffère de l'orientement cherché précisément de l'angle e.

Influence d'un défaut de perpendicularité sur les visées horizontales. Erreur constante.

On voit donc que, si l'on ne devait faire que des visées horizontales, l'erreur à craindre, étant constante, n'aurait pas d'influence sur l'exactitude du lever, à la condition, toutefois, que l'on tienne toujours la lunette à droite; car la figure montre que, si on la tient à gauche, l'erreur e change de signe en conservant la même valeur, puisque l'axe de rotation AX et l'axe optique AH viennent prendre des positions A_1X_1 et A_1H_1, symétriques des premières par rapport à la ligne CB, et alors l'instrument est dirigé comme pour viser un point P′ situé plus à droite du même angle e, dont le point P était tout à l'heure trop à gauche. L'orientement lu dans ce second cas sera donc trop grand de l'angle e, tandis que tout à l'heure il était trop petit du même angle; par suite, dans la moyenne, l'erreur disparaît.

Mais si nous ne faisions qu'une seule observation pour chaque côté du canevas, et en tenant indifféremment la lunette tantôt à droite, tantôt à gauche,

les angles lus seraient tantôt trop petits, tantôt trop grands du défaut de perpendicularité, et il en résulterait des désorientations accidentelles et, par suite, des déformations du canevas. Il est donc essentiel de tenir toujours la lunette du même côté, et c'est pour cela que nous avons dit, dans le paragraphe relatif à l'usage de la boussole, que *l'on doit tenir toujours la lunette à droite.*

Sur les visées inclinées.

Mais nous n'aurons pas seulement à faire des visées horizontales. L'axe optique, en tournant autour de l'axe AX, décrira un cône qui se projettera horizontalement en HAH', et dont la base se rabattra latéralement suivant un cercle décrit avec *ah* pour rayon. Si alors nous visons, suivant des inclinaisons égales I au-dessus ou au-dessous de l'horizon, l'axe optique prendra la position de deux génératrices de ce cône *ao'* et *ao''*, qui se projetteront horizontalement suivant une seule et même droite AO. On voit que, dans ce cas, l'erreur à craindre E se composera de deux parties : l'erreur constante *e* et une erreur variable ε, qui dépendra de l'inclinaison du point visé au-dessus de l'horizon. Notons, en passant, que cette partie variable ε de l'erreur sera la même pour des inclinaisons égales au-dessus ou au-dessous de l'horizon.

Partie variable de l'erreur.

Nous voyons en même temps, par la figure, que, à moins que le défaut de perpendicularité ne soit très-considérable, ce qui n'aura pas lieu généralement, cette erreur variable ε sera très-faible pour des inclinaisons assez considérables, allant jusqu'à 40^c ou 45^c, ce qui est le maximum des inclinaisons que l'on rencontrera dans la nature. Par suite, cette partie variable de l'erreur pourra être négligée, et l'on pourra considérer l'erreur résultant du défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation comme constante, à la condition de tenir toujours la lunette à droite, comme nous le disions tout à l'heure.

Compensation de ces erreurs par les visées à droite et à gauche.

D'ailleurs cette partie variable de l'erreur se trouverait compensée, en même temps que l'erreur constante des visées horizontales, par la moyenne des observations faites en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche. Cela résulte de la figure et on le montrerait par des considérations analogues.

Les visées directe et inverse ne les compensent pas.

Mais l'erreur provenant du défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation ne sera pas compensée par la moyenne des observations directe et inverse. En effet, dans les deux opérations, l'erreur commise aura le même signe, puisque l'instrument sera disposé, dans les deux cas, comme pour viser un point plus à gauche en supposant le défaut dans le sens de la figure (fig. 27). L'erreur aura, du reste, la même valeur dans les deux cas, puisque,

en dehors de la partie constante, la partie variable sera la même, les deux inclinaisons directe et inverse étant elles-mêmes égales et de signes contraires. Par suite, les deux orientements n'en devraient pas moins différer de 200° juste.

Horizontalité de l'axe de rotation de la lunette.

2° *Perpendicularité de l'axe de rotation de la lunette à celui de la boussole.*

Supposons maintenant que l'axe optique soit perpendiculaire à l'axe de rotation de la lunette, mais que ce dernier ne soit pas perpendiculaire à l'axe de rotation de la boussole; par suite, il ne sera pas horizontal quand l'instrument sera calé. La ligne de visée décrira bien un plan perpendiculaire à l'axe AX, mais ce plan ne sera pas vertical, et le cercle décrit dans l'espace par le centre optique de l'objectif se projettera horizontalement suivant une ellipse (fig. 28).

Erreur provenant d'un défaut de ce genre.

Pour une visée horizontale, l'axe optique se projetant horizontalement suivant AH perpendiculaire à la projection AX de l'axe de rotation, l'orientement lu sur le limbe sera exact. Mais, suivant que l'on visera des points situés au-dessus ou au-dessous de l'horizon, l'axe optique se projetant suivant des directions telles que AO et AO′, à droite ou à gauche de la perpendiculaire AH, les erreurs qui en résulteront seront tantôt positives, tantôt négatives, et prendront des valeurs très-diverses suivant l'inclinaison des points visés. Notons, en passant, que, pour des inclinaisons égales au-dessus et au-dessous de l'horizon, les erreurs seront égales et de signes contraires.

Il résulte, du reste, de ce que l'erreur peut être nulle, positive ou négative, que c'est une erreur essentiellement *variable*, dont on doit, par conséquent, toujours tenir compte.

Compensation de l'erreur par la moyenne des visées à droite et à gauche.

Nous avons deux moyens de compenser l'erreur provenant de ce défaut:

1° *Par la moyenne des observations à droite et à gauche.* En effet, comme le montre la figure, l'axe de rotation AX et l'axe optique AO prennent des positions symétriques A_1X_1 et A_1O_1 par rapport à la ligne CB qui joint le centre de l'instrument au point visé; par suite, les erreurs qui affectent les deux orientements obtenus sont égales et de signes contraires; elles disparaissent donc dans la moyenne.

Par la moyenne des visées directe et inverse.

2° *Par la moyenne des observations directe et inverse.* En effet, si, dans une des observations, le rayon visuel est incliné au-dessus de l'horizon, dans l'autre il le sera au-dessous de la même quantité, et, par suite, les deux erreurs seront égales et de signes contraires; elles disparaîtront donc encore dans la moyenne.

Mais, au lieu de chercher à compenser ces défauts par le mode d'observation, on peut avoir intérêt à les constater et à les corriger, d'autant plus qu'il est bon de n'employer un instrument que lorsqu'il est rectifié, ou à peu près. Voici comment on opère : **Manière de constater les défauts ci-dessus.**

La boussole étant mise en station, on vise avec la lunette un point assez éloigné pour qu'on puisse négliger l'effet de l'excentricité de la lunette, et, de plus, à peu près de niveau avec l'instrument. On fait les lectures sur les deux pointes de l'aiguille et on en prend la moyenne afin de compenser les défauts inhérents à la boussole elle-même. Puis on fait la même visée la lunette étant à gauche, et on prend encore la moyenne des lectures faites sur les deux pointes. La différence des deux orientements moyens ainsi obtenus donne précisément le double des défauts que l'on veut constater, puisque leur moyenne les éliminerait. Comme, de plus, nous avons pris la précaution d'avoir une ligne de visée horizontale, ou à peu près, l'erreur provenant du défaut d'horizontalité de l'axe de rotation est nulle ou négligeable, et il ne reste plus que le double du défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation. **Défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation.**

Pour le corriger, on fait marquer en moyenne aux deux pointes l'un des orientements, corrigé de la moitié du désaccord constaté, la lunette étant à droite, par exemple, et alors l'axe optique, au lieu d'être dirigé sur le point visé, fait avec cette direction un angle précisément égal au défaut. Il faut ramener l'axe optique sur l'objet, et, pour cela, il y a trois moyens. 1° On agit sur le réticule, quand la lunette est munie de vis qui permettent de le déplacer (avec un viseur, il suffit d'infléchir convenablement la pointe objective). 2° A défaut de ce moyen, on fait tourner l'objectif avec sa virole dans le tube qui le porte; et, comme il est rare que l'objectif soit centré, c'est-à-dire comme en général le centre optique ne coïncide pas avec le centre de figure, dans ce mouvement, le centre optique décrira un cercle, et, par conséquent, l'axe optique un cône, et il pourra se trouver une génératrice de ce cône qui remplisse la condition voulue. Puis, après avoir fait un trait de repère pour retrouver cette position convenable de l'objectif, on lime le bout du tube de manière que l'objectif, étant vissé à fond, s'arrête précisément à ce trait de repère. 3° Enfin, à défaut de ces deux moyens, on pourra mettre des cales de papier sous la platine de cuivre qui lie la lunette à l'axe et, par tâtonnements, on arrivera encore au résultat. **Manière de le corriger.**

Il reste alors à vérifier si l'axe de rotation de la lunette est horizontal, ce **Défaut**

d'horizontalité de l'axe de rotation de la lunette.

que l'on reconnaîtra si l'axe optique décrit un plan vertical. Pour s'en assurer, on suspend devant une fenêtre un fil à plomb dont on fait plonger la masse dans un vase plein d'eau pour amortir les oscillations, et on se place à 2 ou 3 mètres avec la boussole, que l'on cale. On vise alors sur le fil à plomb à une certaine inclinaison au-dessus et au-dessous de l'horizon et suivant l'horizontale; si l'axe optique peut coïncider avec le fil à plomb, dans ces trois positions, sans que l'on soit obligé de faire tourner l'instrument, le plan décrit sera bien réellement vertical, et l'axe sera horizontal.

Si l'on n'avait pas commencé par rendre l'axe optique de la lunette perpendiculaire à son axe de rotation, la ligne de visée pourrait sembler se confondre d'une manière suffisante avec le fil à plomb dans les trois positions indiquées, pourvu que le défaut de perpendicularité ne soit pas trop considérable, sans que l'on puisse dire que l'axe optique décrit réellement un plan vertical. Nous avons vu, en effet, que, pour des inclinaisons assez fortes au-dessus et au-dessous de l'horizon, la surface décrite par l'axe optique ne s'écarte pas sensiblement du plan vertical tangent au cône suivant la génératrice horizontale, et, dans tous les cas, si l'on vise suivant des inclinaisons égales au-dessus et au-dessous de l'horizon, comme cela aura toujours lieu à peu près dans l'épreuve précédente, les deux plans de visée se confondront complétement entre eux et sensiblement avec le plan de visée correspondant à la lunette horizontale.

Cette vérification au moyen du fil à plomb, qui consiste à s'assurer que l'axe optique *semble* décrire un plan vertical, est d'ailleurs suffisante pour faire des opérations exactes avec la boussole, quand on opère par cheminement, en prenant pour chaque côté la moyenne des orientements direct et inverse et en tenant toujours la lunette à droite, puisque nous avons vu qu'alors le défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation peut être considéré comme donnant lieu à une erreur constante que l'on peut négliger.

Si l'on voulait corriger le défaut d'horizontalité de l'axe de rotation de la lunette, on pourrait introduire des cales en papier sous les pièces qui lient à la boussole soit l'axe vertical, soit l'axe horizontal, ou mieux raboter tout simplement le dessous de la boîte pour le rendre parallèle à l'axe, et on arriverait au résultat par des tâtonnements assez délicats.

Résumé.

En résumant la longue discussion que nous venons de faire des conditions auxquelles une boussole doit satisfaire, nous voyons que les défauts inhérents soit à l'aiguille, soit à la lunette, causent deux sortes d'erreurs : les erreurs constantes et les erreurs variables.

Les premières tiennent : 1° au défaut de rectitude de l'aiguille; 2° au défaut de coïncidence de la ligne des pointes et de la ligne des pôles magnétiques; 3° au défaut de perpendicularité de l'axe de rotation de la lunette au diamètre $0-200^g$ du limbe; 4° au défaut de perpendicularité de la ligne de visée à l'axe de rotation de la lunette. (Quand on tient toujours la lunette à droite, l'erreur provenant de ce dernier défaut est très-peu variable et peut être considérée comme constante.) Erreurs constantes de la boussole.

Les erreurs variables tiennent : 1° au défaut de centrage du pivot de l'aiguille; 2° au défaut d'horizontalité de l'axe de rotation de la lunette; 3° (mais seulement quand on tient alternativement la lunette à droite et à gauche) au défaut de perpendicularité de l'axe optique de la lunette à son axe de rotation. Erreurs variables.

Les erreurs constantes n'influent que sur l'orientation générale du dessin et peuvent être négligées; mais les erreurs variables peuvent donner lieu à des déformations, et il est nécessaire de les compenser, ce que l'on obtient par une double observation : Les premières sont négligeables. Compensation des erreurs variables.

1° Quand on opère par cheminement, en prenant la moyenne des orientements direct et inverse pour chaque côté;

2° Quand on vise des objets inaccessibles, en prenant la moyenne des orientements obtenus en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche.

Le second procédé compense tous les défauts de l'instrument, tandis que le premier ne compense ni le défaut de perpendicularité de l'axe optique de la lunette à son axe de rotation, ni le défaut d'excentricité de la lunette, ce qui fait qu'on ne pourra pas employer simultanément ces deux procédés dans un même lever, puisque les orientements qu'ils donnent ne sont pas comparables, ou, du moins, il faudra avoir égard à ce désaccord. Comparaison des deux modes de compensation.

Malgré l'infériorité du premier procédé, au point de vue des compensations des erreurs, c'est pourtant, comme nous venons de le dire, celui qu'on emploie de préférence dans un lever par cheminement, parce qu'il a l'immense avantage de faire constater les déviations locales, comme nous l'avons déjà expliqué au paragraphe 2. Nous avons vu aussi, au paragraphe 1er, comment on tient compte de l'excentricité du plan de visée, laquelle est d'ailleurs négligeable à l'échelle de $\frac{1}{2000}$ et aux échelles plus petites, et, d'un autre côté, le défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation donne lieu à une erreur sensiblement constante.

Quoi qu'il en soit, ces deux modes de compensation permettront donc de faire des levers exacts, quels que soient les défauts de rectification. Cependant, il ne faudrait pas croire que l'on pourrait opérer sans danger avec une boussole très-fausse; car, si les erreurs variables que l'on compense ainsi étaient trop considérables, les lectures des observations simples de chaque groupe seraient trop différentes pour que l'on pût constater, par leur comparaison, les fautes de visée ou de lecture et les déviations locales. Cette vérification exige que les erreurs soient assez faibles pour que les lectures soient toujours peu différentes; par suite, il importe à la sécurité des observations que la boussole soit à peu près rectifiée.

Nous avons dit que les erreurs constantes sont sans importance, mais c'est à la condition qu'on n'emploiera pas simultanément plusieurs boussoles pour un même lever. Ces erreurs constantes peuvent, en effet, être très-différentes d'un instrument à l'autre, et, par suite, il est rare que deux boussoles donnent le même orientement pour une même direction. On ne doit donc pas employer deux instruments différents pour un même lever sans constater, par la moyenne de plusieurs épreuves, la différence de leurs indications, et sans y avoir égard.

Déclin r une boussole.

Pour certaines boussoles, le limbe est susceptible de tourner dans la boîte, à l'aide d'un pignon qui engrène dans un arc denté porté par ce limbe. On peut profiter de ce mouvement pour accorder plusieurs boussoles, ou mieux pour leur faire indiquer les angles avec le méridien vrai. Pour cela, la méridienne étant préalablement tracée sur le terrain, on fait successivement avec chaque boussole une double visée dans sa direction, la première du sud au nord, et la deuxième du nord au sud (lorsque, du moins, on doit employer dans le lever le procédé des visées directes et inverses), et on fait tourner le limbe de manière que, dans cette double observation, la pointe nord marque zéro en moyenne. On dit alors que la boussole est *déclinée*. Par ce mouvement, le zéro de la graduation s'est écarté d'un index fixe qui correspond au parallélisme supposé du diamètre 0-200° et du plan de visée, et l'arc compris entre ce zéro et l'index donne la *déclinaison propre à la boussole*. Dans le cas où l'on devrait employer, pour le lever, le mode de compensation par visées à droite et à gauche, on emploierait également ce procédé pour décliner la boussole.

§ 4. Exécution et construction des levers à la boussole.

Canevas

Nous verrons, au paragraphe suivant, quelles sont les conditions que doit

remplir le canevas d'un lever à la boussole. Supposons, pour le moment, ce canevas arrêté et piqueté sur le terrain, et indiquons la pratique des opérations du lever. d'un lever à la boussole.

Pratique du lever.

On commence par mesurer avec le plus grand soin la longueur de tous les côtés d'un premier polygone. Puis on met la boussole en station successivement sur chacun des sommets, pour prendre l'orientement inverse du côté qui précède et l'orientement direct du côté qui suit; pour cela, on tient toujours le viseur à droite et l'on vise, comme nous l'avons dit, sur un petit voyant excentrique, afin de corriger l'erreur tenant au défaut d'excentricité du viseur. On inscrit le résultat des observations dans un carnet spécial (voir le modèle page 120, ci-contre), et on compare immédiatement les deux orientements, pour voir s'ils diffèrent de 200° à 15' ou 20' près. Un plus grand désaccord accuserait soit une faute, qu'il faudrait rechercher avant d'aller plus loin, soit une déviation locale, que l'on corrigerait, comme cela est indiqué dans le modèle de carnet.

Carreaux modules.

Pour construire un canevas levé à la boussole, on commence par tracer sur le papier des carreaux formés de lignes fines, les unes parallèles et les autres perpendiculaires à la méridienne de la boussole, à moins que l'instrument n'ait été décliné sur une méridienne vraie, auquel cas les carreaux sont orientés au nord vrai; de plus, on leur donne bien exactement 5 ou 10 centimètres de côté, pour qu'ils puissent servir de *carreaux modules*. Toute l'exactitude de la construction reposant sur celle de ce carroyage, il importe de faire ce tracé avec tout le soin possible.

Construction du carroyage.

Nous n'entrerons pas ici dans tous les détails de la construction de ces carreaux, et nous renvoyons pour cela à l'instruction spéciale relative à l'*exercice de construction d'un lever à la boussole*. Nous dirons seulement que les deux lignes à angle droit qui doivent servir d'axes à la construction des carreaux ne doivent pas être tracées à l'aide du compas, mais bien avec la règle et l'équerre, en employant pour ces deux instruments tous les retournements qui servent à compenser leurs défauts et en prenant toutes les précautions pratiques indiquées dans l'instruction précitée. Le compas, même le compas à verge, ne permet pas pratiquement d'élever une perpendiculaire un peu longue avec une sécurité suffisante, et cela tant à cause de la flexibilité de ses branches que de la pénétration inégale de sa pointe dans le papier.

Les lignes d'axe étant ainsi tracées avec les plus grandes chances d'exacti-

Modèle du carnet des opérations du lever à la boussole.

NUMÉROS DES POINTS.	ORIENTEMENTS DES CÔTÉS — DIRECTS.	ORIENTEMENTS DES CÔTÉS — INVERSES.	LONGUEURS DES CÔTÉS — PREMIÈRE FOIS.	LONGUEURS DES CÔTÉS — DEUXIÈME FOIS.	LONGUEURS DES CÔTÉS — DOUBLES PAS.	ORIENTEMENTS PRIS SUR LES POINTS — ORIENTEMENTS.	ORIENTEMENTS PRIS SUR LES POINTS — POINTS.	REMARQUES.	REPÈREMENTS DES POINTS DU CANEVAS.
POLYGONE A, PARTANT DU POINT 1 ET SE FERMANT AU MÊME POINT.									
1	299° 15′	119° 25′	37m,25	37m,20	23p,5				
2	317 35	138 20 (137 40)	48 ,30	48 ,30	30 ,7	......	....	Déviation moyenne de + 40′ au point 3.	
3	302 55 (302 15)	122 20	43 ,85	43 ,90	27 ,5				
4	″	″	″	″	″				
″	″	″	″	″	″				
16	38 10	218 10	41 ,65	41 ,65	26 ,4				
1									
	Sommes......		635 ,45	635 ,55	400 ,6	......	....	Longueur moyenne du double pas = 1m,588.	
POLYGONE B, DU POINT 5 AU POINT 1 DU POLYGONE A.									
5A	339° 40′	159° 35	48m,50	48m,50	30p,3	70° 30′	a	Le point a est le sommet du colombier de la ferme.	
17	355 10	175 10	45 ,00	45 ,05	28 ,5	97 15	a		
18	″	″	″	″	″				
″	″	″	″	″	″				
25	186 45	6 40	47 ,20	47 ,25	″				
1A									
	Sommes......		447 ,25	447 ,45	280 ,2	......	....	Longueur moyenne du double pas = 1m,596.	

tude, on marque sur elles, à partir de leur point de rencontre et sur deux parallèles à chacune d'elles, menées simplement à l'équerre vers les limites de la feuille de papier, des points distants de 5 ou de 10 centimètres, en les piquant bien exactement en regard des divisions d'un double décimètre ou d'un mètre étalon, lorsqu'il s'agit d'une feuille de grande dimension, et non pas en portant une ouverture de compas à la suite d'elle-même, ce qui aurait l'inconvénient d'accumuler les erreurs. Chacune des parallèles qui doivent concourir à la formation des carreaux est ainsi déterminée par trois points, qui doivent se trouver exactement en ligne droite, ce qui fournit une vérification. D'ailleurs toutes ces constructions doivent être faites directement au tire-ligne et à l'encre, afin d'éviter les erreurs qui pourraient résulter de l'épaisseur du trait de crayon.

Construction des orientements. Rapporteur complémentaire.

On construit les orientements des différents côtés du canevas avec la moyenne des orientements direct et inverse de chacun d'eux, ce dernier étant préalablement corrigé de 200°. Pour faire cette construction, on emploie un rapporteur en corne, que l'on nomme complémentaire, parce que, outre les deux chiffraisons ordinaires portant 0 et 200° à l'extrémité gauche du diamètre pour aboutir à 200 et 400° à l'extrémité droite, il porte deux autres chiffraisons marchant dans le même sens et présentant 0 et 200° sur le rayon perpendiculaire au diamètre. La tranche du rapporteur qui est voisine du diamètre est parfaitement rectiligne et parallèle à ce diamètre, de sorte qu'elle peut servir de règle.

Pratique de l'emploi du rapporteur.

Pour construire un orientement sans hésitation et pour éviter des fautes avec le rapporteur complémentaire, il faut suivre scrupuleusement les prescriptions suivantes : on jette d'abord un coup d'œil sur la rose des orientements, qui doit être préalablement tracée et chiffrée, et l'on examine, d'après la valeur de l'orientement donné, quelle sera à peu près la direction de la ligne à tracer; puis on place la règle du rapporteur dans cette direction approximative (fig. 29 et 30), et contre le point que l'on considère, en mettant le centre soit sur une méridienne, soit sur une perpendiculaire, suivant qu'il sera plus avantageux, d'après la valeur de l'orientement. On cherche alors à lire l'angle à construire sur l'une quelconque des quatre chiffraisons, et dans le voisinage de la ligne du carroyage qui passe par le centre; puis, par de petits mouvements, on fait coïncider avec cette ligne le rayon correspondant à la lecture, en même temps que l'on fait passer exactement la règle par le point, et l'on trace la ligne dans le sens indiqué par la rose des orientements.

En opérant ainsi, il est impossible de se tromper, puisque les quatre chiffraisons différant entre elles de 100 ou 200° sur le même rayon, et la règle du rapporteur étant orientée approximativement, il n'y aura certainement dans le voisinage de la ligne sur laquelle on a mis le centre qu'une seule chiffraison sur laquelle on pourra lire l'angle donné. Il n'y aura donc pas d'hésitation possible; les fautes seront évitées, et les tâtonnements abrégés d'une façon très-notable.

Le défaut de planitude des cornes, les variations hygrométriques auxquelles elles sont soumises, font que l'exactitude d'un rapporteur ne croît pas avec ses dimensions. On obtient tout ce que l'on peut désirer, sous ce rapport, d'un rapporteur de 14 à 15 centimètres de diamètre.

Vérification du rapporteur.

Avant d'employer un rapporteur, il faut d'ailleurs le vérifier. Pour cela, avec un compas à pointes sèches très-fines, dont une pointe est placée au centre du rapporteur, on trace trois petits arcs en *a*, *b*, *c* (fig. 31), vers les extrémités du diamètre et du rayon perpendiculaire. De *a* et *c*, comme centres, on décrit deux arcs de cercle, qui, par leur intersection en *d*, montrent si le rayon *ob* est bien perpendiculaire au diamètre. Puis de *b*, de *a* et de *c* comme centres, on décrit d'autres arcs de cercle, qui, par leurs intersections vers les extrémités des traits 50 et 150°, en *e* et *e'*, montrent si ces traits bissectent bien les angles droits. C'est dans cette épreuve, surtout, que l'on trouve des désaccords, tenant à ce que la corne est fibreuse comme le bois et, par suite, varie moins, sous l'action de l'humidité et de la sécheresse, dans le sens des fibres que dans le sens perpendiculaire.

Enfin, à l'aide de deux arcs de cercle décrits de *a* et *c* comme centres, avec un rayon un peu plus court que la distance de ces points à la règle, on constate si elle est parallèle au diamètre *ab*. Une légère inexactitude dans ce parallélisme causerait une erreur constante, qui dévierait de la même quantité et dans le même sens toutes les lignes construites, ce qui n'aurait d'inconvénient que dans le cas où l'on emploierait deux rapporteurs différents pour la construction d'un même lever, ou bien encore si l'on opérait avec une boussole déclinée, car alors les méridiennes du dessin ne représenteraient plus des méridiennes vraies.

Vérification des cheminements. Erreur de fermeture.

Quand on rapporte un cheminement levé à la boussole, on doit toujours pousser la construction jusqu'au bout; mais les inexactitudes inévitables du lever et de la construction font que l'on ne peut jamais arriver à se fermer juste; on trouvera donc toujours une erreur de fermeture 1 — 1' (fig. 32),

dont la valeur admissible variera suivant les cas particuliers. Cependant il arrive souvent que, dans la construction, plusieurs fautes grossières peuvent se compenser plus ou moins, de manière à donner pourtant à la fermeture une erreur acceptable. Aussi ne doit-on pas considérer comme suffisant ce mode de vérification trop indirect, et, quelle que soit la valeur de l'erreur 1 — 1′ à laquelle on arrive après une première épreuve, doit-on toujours recommencer toute la construction en sens inverse, et comparer les côtés deux à deux comme direction et comme longueur. Autrement dit, l'erreur de fermeture, c'est-à-dire la ligne qui joint les deux positions d'un même point, doit se transporter parallèlement à elle-même et sans changer de longueur, sinon on est averti qu'une faute a été commise dans l'orientement ou la longueur du côté précédent; il faut la rechercher immédiatement dans l'une ou l'autre des constructions.

On a des chances pour retrouver ainsi la plupart des fautes commises dans la construction. Si l'on arrivait toutefois, après cette seconde épreuve, à une erreur de fermeture inadmissible 1 — 1′, cela prouverait qu'il y a au moins une faute; or il n'est pas rare de commettre deux fois de suite la même faute dans deux constructions consécutives. Alors, en supposant d'abord la faute unique, il faudrait la rechercher soit sur les longueurs des côtés à peu près parallèles à 1 — 1′, soit sur les orientements des côtés qui sont à peu près perpendiculaires à cette ligne. Il faudrait bien se garder, en effet, de conclure que les angles sont bons, parce que la dernière direction tracée passe par le point 1, ou que les côtés sont exacts, quand la longueur du dernier côté se trouve vérifiée [1]. Recherche des fautes.

Si l'on ne pouvait pas retrouver ainsi la cause de la faute de fermeture, il ne faudrait pas s'obstiner à recommencer la construction, par la raison que l'on serait exposé à refaire encore la même faute, ainsi que nous le disions tout à l'heure, si, par exemple, on a porté une première fois sur le dessin 56 mètres au lieu de 50^{m},60, faute extrêmement fréquente. Il faut alors combiner ensemble diverses parties du polygone avec des traverses, de manière à former de petits polygones accolés, que l'on construira successivement; on

[1] De même aussi il serait absurde de conclure l'exactitude des orientements observés de cette circonstance que la somme des angles intérieurs du polygone, angles conclus des orientements, a la valeur convenable. Car une faute quelconque sur l'un des côtés a pour effet d'augmenter et de diminuer de quantités égales les angles de ce côté avec les deux côtés adjacents; par suite, elle n'influera pas sur la somme des angles intérieurs du polygone. La seule vérification des angles, dans les levers par cheminement avec la boussole, consiste dans la comparaison des orientements directs et inverses.

aura ainsi plus de chances de retrouver les fautes de construction, et si, enfin, on acquiert la certitude que les constructions sont exactes, il faudra rechercher les fautes sur le terrain, en commençant aussi, comme nous le disions plus haut, par les côtés à peu près parallèles ou perpendiculaires à la direction de l'erreur de fermeture.

Répartition de l'erreur de fermeture.

Quand la première construction a été faite sans faute ou à peu près, il arrive souvent que la seconde construction se ferme exactement : ce qui tient non pas à la rigueur absolue des opérations, mais à ce que, involontairement, on a forcé de quantités insignifiantes les positions du rapporteur ou les ouvertures de compas pour arriver à ce résultat.

C'est d'ailleurs, comme nous l'avons dit dans le chapitre précédent, le meilleur moyen de répartir l'erreur de fermeture admissible d'un cheminement, erreur qui n'excède pas 1 millimètre pour un polygone d'une vingtaine de côtés de 40 à 50 millimètres chacun. Il serait même à peu près impossible d'en faire une répartition rigoureuse.

Pour les polygones qui s'appuient sur deux points du premier ou pour les traverses qui subdivisent les polygones, on opère de la même manière, c'est-à-dire que l'on fait aussi deux fois la construction complète en sens inverse pour retrouver les fautes, et que l'on répartit l'erreur de fermeture admissible, seulement sur les sommets du cheminement que l'on considère, c'est-à-dire entre le point de départ et le point d'arrivée.

Manière de rattacher les cheminements à un point trigonométrique.

Quelquefois le point de départ des opérations du lever est un point remarquable appartenant à une triangulation et dont la position est donnée à l'avance sur le plan par des opérations trigonométriques; mais ce point est inabordable sur le terrain : c'est, par exemple, le sommet d'un clocher. On a dû y rattacher le premier cheminement, en prenant des points 4, 5, 6 situés dans son voisinage, les orientements $4-P$, $5-P$, $6-P$, et il s'agit de rattacher également la construction au point p du plan (fig. 33).

Pour cela on construit d'abord par le point p l'orientement inverse de $4-P$, et, sur la direction obtenue, on choisit un point arbitraire $4'$ pour représenter provisoirement le point 4; puis on construit $4'-5'$, $5'-p'$, $5'-6'$ et $6'-p'$ avec les orientements observés $4-5$, $5-P$, $5-6$ et $6-P$. Les trois directions $4'-p$, $5'-p'$ et $6'-p'$ doivent venir se couper en un même point p', qui est une fausse position de p; on porte alors la longueur $p'-p$ de $4'$ en 4, et ce dernier point est la véritable position du point cherché; il servira de point de départ pour la construction du premier cheminement.

§ 5. Discussion sur l'emploi de la boussole.

Nous avons vu précédemment comment, en prenant la moyenne de doubles observations, on peut compenser les erreurs tenant aux défauts de rectification de l'instrument. Voyons maintenant quelle influence peuvent avoir sur l'exactitude des opérations d'autres erreurs tenant à des inexactitudes inévitables, et cherchons, en particulier, quelles conditions doit remplir le canevas pour donner la plus grande précision possible. Conditions que doit remplir le canevas.

Sans parler de l'erreur provenant des variations diurnes de la déclinaison, erreur que nous pouvons éliminer à peu près complétement, en choisissant des heures convenables pour les opérations, nous avons à craindre sur l'orientement d'un côté du canevas les erreurs tenant à l'incertitude du pointé et de la lecture, ainsi qu'à la construction avec le rapporteur. Nous avons déjà vu au § 2 les valeurs que peuvent prendre les erreurs de pointé et de lecture; quant à la construction avec le rapporteur, elle ne peut pas se faire à plus de 5' près. Toutes ces erreurs angulaires causeront sur la position d'un point du canevas un déplacement proportionnel à la longueur des côtés. Nous aurions donc intérêt à prendre des côtés courts, d'autant plus que, pour un polygone d'un certain développement, les côtés étant alors plus nombreux, les chances de compensation des erreurs seront plus grandes, et, par suite, la somme algébrique de ces erreurs dans la fermeture sera plus faible. Erreurs à craindre.

Mais, d'un autre côté, les erreurs de mise au point de la boussole et des jalons visés, les centimètres négligés dans la mesure des longueurs, que l'on n'inscrit généralement qu'en décimètres ou demi-décimètres, l'incertitude de $\frac{1}{10}$ de millimètre que l'on a toujours à craindre dans la construction d'une longueur sur le dessin, toutes ces causes d'erreurs affectent d'une quantité constante la position d'un point, quelle que soit la longueur des côtés. Par suite, l'erreur relative résultante sera d'autant plus faible que les côtés seront plus longs, et, en outre, pour un polygone d'un certain développement, l'erreur de fermeture résultant de la somme algébrique de ces erreurs égales sera d'autant moindre que les côtés seront moins nombreux, et, par conséquent, plus longs.

Il y a donc antagonisme entre ces deux sortes d'erreurs, puisque les unes demandent des côtés longs et les autres des côtés courts; d'où l'on conclut qu'il existe, pour chaque échelle, une longueur de côté qui donne le minimum d'erreur de fermeture. Si l'on soumet cette question au calcul des probabilités, on trouve que, pour une bonne boussole à lunette avec un limbe divisé Longueur des côtés la plus favorable à l'exactitude.

en demi-grades, et pour les échelles de $\frac{1}{1000}$ et plus petites, la longueur du côté la plus favorable à l'exactitude ne doit pas dépasser 70 millimètres sur le dessin. Cette longueur devrait être réduite à 50 millimètres pour une boussole ordinaire à viseur et avec un limbe divisé en grades.

Dans ces conditions, l'erreur de fermeture atteindra rarement 1 millimètre pour un polygone de 1 mètre de développement sur le papier; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que, avec des côtés compris entre 35 et 140 millimètres, c'est-à-dire entre la moitié et le double de la longueur la plus avantageuse, l'erreur croît tout au plus de $\frac{1}{10}$ de sa valeur.

Cette indépendance presque absolue entre l'exactitude d'un cheminement et la longueur des côtés constitue un avantage immense pour la boussole relativement aux instruments goniométriques, qui, nous l'avons vu dans le chapitre précédent, exigent impérieusement que les côtés des cheminements soient très-longs.

Toutefois, il est bon de remarquer que les côtés plus courts que 70 millimètres seront plus avantageux que ceux qui seraient plus longs, parce que, dans un même polygone, et à cause de leur plus grand nombre, les chances de compensations d'erreurs seront plus grandes. Ainsi, pour des cheminements faits avec une bonne boussole à lunette, des côtés de 35 à 70 millimètres seront presque également avantageux, et l'on ne devra pas même craindre d'employer quelques côtés beaucoup plus courts.

Effet de l'excentricité du viseur.

Nous avons vu, au § 1er, comment on élimine l'erreur due à l'excentricité de la lunette de la boussole; mais il est bon de chercher l'influence de cette erreur sur l'exactitude des opérations pour savoir quand on pourra la négliger. Sur la boussole, au lieu de l'orientement de AB, on aura celui de A'B, et dans la construction sur le papier on obtiendra ab' au lieu de ab; le triangle abb' étant semblable au triangle AA'B (fig. 34), le déplacement bb' du point b représentera toujours l'excentricité de la boussole à l'échelle du dessin, et cela quelle que soit la longueur du côté, et la déviation bab' sera égale à l'angle ABA'.

Si tous les côtés du polygone étaient égaux, cette déviation serait pour tous la même et dans le même sens; elle produirait donc sur le polygone une simple désorientation sans déformation. Mais si les côtés sont inégaux, il y aura toujours une désorientation générale vers la gauche, accompagnée d'une déformation tenant à l'inégalité des déviations des différents côtés. Mais alors, si le déplacement bb', eu égard à l'échelle du dessin, est moindre, par exemple, que $\frac{1}{10}$ de

millimètre, il représentera une petite fraction de l'erreur dont est affectée la position du point *b*, par suite des autres causes d'erreur de la boussole, et on pourra ne pas se préoccuper de l'excentricité de la boussole. Or, cette excentricité dépassant rarement 10 centimètres, on voit qu'il n'y aura jamais lieu d'y avoir égard aux échelles de $\frac{1}{2000}$ et plus petites, mais il pourra être utile d'en tenir compte au $\frac{1}{1000}$, et surtout aux échelles plus grandes.

En résumé, pour obtenir une exactitude convenable avec la boussole dans les levers par cheminement, l'opérateur doit assujettir son travail aux conditions suivantes : (Ensemble des conditions que doit remplir le canevas.)

1° Les côtés des cheminements doivent être assujettis à un maximum de longueur représenté sur le dessin, quelle que soit son échelle, par 70 millimètres.

Cependant, pourvu que les côtés du cheminement ne soient pas représentés sur le dessin par des lignes trop courtes, de moins de 25 millimètres par exemple, la précision des résultats est presque indépendante de la longueur des côtés, et quelques côtés extrêmement petits, de 2 à 5 millimètres par exemple, sont même sans influence notable sur le résultat.

2° On doit disposer les opérations de telle sorte que le nombre des côtés d'un cheminement, entre le point de départ et le point de fermeture, ne dépasse pas 20, et que la longueur développée du cheminement ne dépasse pas, sur le dessin, 800 à 1000 millimètres.

3° On doit mesurer les orientements entre 11 heures et 3 ou 4 heures, pour se mettre à l'abri des effets de la variation diurne de la déclinaison.

4° On doit mesurer, pour chaque côté, les orientements direct et inverse, afin de compenser les erreurs variables tenant aux défauts de l'instrument et, en même temps, pour constater et corriger tant les effets des déviations locales que les fautes d'observation.

Dans ces conditions, par suite de compensations que la multiplicité et l'indépendance des erreurs rendent inévitables, nous n'aurons pas à craindre une erreur de fermeture de plus de 1 millimètre sur un polygone ayant 1 mètre de développement.

On ne pourrait obtenir ce résultat en cheminant avec des instruments goniométriques que par des artifices compliqués de soins minutieux, dont nous parlerons plus tard à propos du tachéomètre.

Ce qui fait surtout de la boussole l'instrument par excellence pour les cheminements, c'est qu'elle donne les angles des côtés successifs d'un polygone (Avantage de la boussole)

pour les cheminements.

avec une direction fixe, et, par suite, une erreur commise sur l'orientement d'un côté (fig. 35) n'influe pas sur les orientements suivants, de sorte que tous les points, à partir de celui où la faute a été commise, se trouvent déplacés parallèlement tous de la même quantité.

Avec les instruments goniométriques, au contraire (fig. 35), la seule erreur tenant au défaut de mise au point de l'instrument et des jalons visés pourra donner sur un angle à côtés courts une erreur très-notable, qui causera sur la partie ultérieure du polygone une rotation autour du sommet considéré, et cette rotation produira sur tous les points suivants des déplacements qui iront en croissant proportionnellement à leur distance à ce sommet[1].

Ses inconvénients pour les intersections.

On pourrait encore employer la boussole pour les intersections, les recoupements et les relèvements, mais à la condition que les longueurs des lignes qui se coupent ne dépassent pas sur le dessin 50 à 70 millimètres au grand maximum, et que les observations soient faites à des heures convenables; sans quoi la variation diurne de la déclinaison et les incertitudes assez grandes qui affectent la mesure des orientements pourraient donner, pour les intersections des lignes, des erreurs tout à fait inadmissibles. Or, nous avons vu, dans le chapitre précédent, que les procédés que nous venons d'indiquer doivent être principalement employés pour déterminer des points très-distants les uns des autres. Donc, dans ces conditions, la boussole donnerait de mauvais résultats et ne devrait pas être employée, à moins que l'on ne puisse sacrifier l'exactitude des résultats.

Pour la manière d'appliquer les principes qui précèdent à l'exécution d'un lever, nous renvoyons d'ailleurs à l'instruction spéciale sur le lever à la boussole.

[1] Voir une note sur la boussole, publiée par M. le colonel Goulier dans le numéro 24 du *Mémorial de l'officier du génie*.

CHAPITRE VII.

PLANCHETTE (PL. VII).

§ 1er. MISE EN STATION ET USAGE.

La planchette topographique se compose essentiellement de la tablette et de son support; elle est accompagnée d'une alidade destinée à viser et à tracer les directions. Éléments de la planchette topographique.

La tablette, sur laquelle on fixe la feuille de papier destinée à recevoir le dessin du plan, doit être et rester plane, autant que possible. Les planchettes anhygrométriques de Tachet, composées de trois couches de peuplier à fibres contrariées, collées ensemble par de la gomme laque, satisfont suffisamment à cette condition.

Le support, outre le trépied à simples ou à doubles branches qui sert à porter la tablette sur le terrain, doit présenter des dispositions particulières, qui permettent de se mettre en station en un point quelconque.

La mise en station de la planchette comporte trois conditions: Conditions de la mise en station.

1° *La planchette doit être horizontale,* puisque le dessin que nous voulons obtenir doit être une projection horizontale du terrain, à une échelle déterminée.

2° Il faut *mettre la planchette au point,* c'est-à-dire faire en sorte qu'un point *a* marqué sur la planchette soit exactement dans la verticale du point A du terrain qu'il représente.

3° Il faut *orienter la planchette,* c'est-à-dire faire en sorte que la ligne *ab* tracée sur la planchette soit la projection horizontale de la ligne AB du terrain (fig. 1).

La planchette étant en station, si l'on dirige le plan de visée de l'alidade successivement sur les jalons C, D, etc., en faisant pivoter cette alidade autour du point *a*, marqué en général par une épingle contre laquelle on fait toujours appuyer le bord de la règle, les lignes *ac*, *cd*,..., tracées le long de ce bord, seront les projections horizontales de AC, CD,... On aura ainsi construit sur le dessin les angles BAC, CAD,..., réduits à l'horizon, sans connaître leur Usage de la planchette.

valeur numérique et sans l'intermédiaire d'un rapporteur ou de toute autre construction graphique.

Tel est le principe des levers à la planchette. Voyons maintenant quelles sont les principales dispositions adoptées pour arriver à ce résultat.

Planchette à calotte sphérique.

La meilleure, sans contredit, est celle de la planchette à calotte sphérique de l'École d'application. La planchette proprement dite est liée au trépied à doubles branches qui la porte, par l'intermédiaire de deux plateaux d'inégales dimensions. Le plateau inférieur, qui est le plus petit, est taillé à sa partie inférieure en forme de calotte sphérique concave vers le bas et repose sur une calotte sphérique en cuivre portée directement par la tête du trépied et présentant dans son axe un évidement évasé vers le haut. Il résulte de cette disposition un mouvement de genou permettant de donner au plateau et, par suite, à la planchette certaines inclinaisons limitées par le jeu d'un boulon creux fixé au centre du plateau, dans l'évidement de la pièce de cuivre et de la tête du trépied. Ce mouvement est arrêté d'une manière invariable en serrant un écrou qui se visse sur l'extrémité du boulon creux et vient comprimer une bague présentant une surface sphérique contre une autre couronne sphérique en cuivre fixée au-dessous de la tête du trépied, ce qui détermine un frottement extrêmement énergique du plateau contre la calotte sphérique supérieure.

Dans ce boulon creux passe un boulon plein qui sert à fixer les deux plateaux l'un à l'autre au moyen d'un écrou qui se visse sur l'extrémité du boulon plein, et qui vient prendre appui contre l'extrémité du boulon creux. Lorsque cet écrou est complétement desserré, le plateau supérieur et, par suite, la planchette qui est liée invariablement à lui au moyen de trois vis à clef peuvent prendre, par rapport au plateau inférieur, un mouvement de translation dans tous les sens et dans une étendue de 5 centimètres environ, à partir de la position moyenne. Si, au contraire, on serre l'écrou modérément, le mouvement de translation n'est plus possible, mais la planchette peut encore prendre un mouvement de rotation autour de son centre. Enfin, lorsqu'on serre fortement l'écrou, toute espèce de mouvement devient impossible.

Voyons comment on profite de ces dispositions pour mettre la planchette en station :

Précautions à prendre pour la mise en station.

La première chose à faire est de mettre les différentes pièces mobiles dans leur position moyenne, les unes par rapport aux autres; c'est-à-dire que l'on s'assure que les deux calottes sphériques, qui produisent le mouvement de

genou, se recouvrent exactement, et que les deux plateaux supérieur et inférieur sont bien concentriques, de manière à permettre le maximum de déplacement dans un sens quelconque; puis on serre les deux écrous.

Mise en station approximative à vue.

On transporte alors la planchette, tout d'une pièce, au-dessus du point du terrain que l'on considère et, par le déplacement successif de ses pieds, on cherche à satisfaire à vue aux trois conditions qui constituent la mise en station, et cela quand les pieds sont solidement enfoncés dans le sol. C'est ce qu'on appelle faire *la mise en station approximative à vue.* Puis on la rectifie de la manière suivante :

Mise en station définitive. Horizontalité.

1° On commence par compléter *l'horizontalité* de la planchette. Pour cela on desserre légèrement l'écrou supérieur et l'on profite du mouvement de genou pour rendre la planchette horizontale par des pressions ou de petits chocs, en se servant des indications d'un niveau à bulle d'air, placé vers le milieu de la planchette, et successivement dans deux positions perpendiculaires entre elles. On serre alors fortement l'écrou supérieur.

Cette horizontalité s'obtient beaucoup plus facilement à l'aide d'un niveau sphérique fixé sur la règle de l'alidade. Il suffit, à l'aide du mouvement de genou, d'amener dans une position quelconque de l'alidade la bulle au milieu du verre, et, si le niveau est réglé, la planchette doit être horizontale dans tous les sens.

Limite de la tolérance.

Il faudrait bien se garder, du reste, de chercher ici une rigueur que le défaut de planitude de la planchette rendrait illusoire. En fait, à moins que l'on n'ait à tracer sur la planchette des lignes utilisées sur une longueur de plus de 20 centimètres, et visées sous des pentes plus roides que $\frac{1}{4}$, une pente de 1 millimètre sur la largeur de la planchette, qui est de 60 centimètres, ne peut pas nuire à l'exactitude du lever. Le calcul appliqué à cette question prouverait en effet qu'il en résulterait pour les lignes tracées une erreur sous-tendant au maximum $\frac{1}{10}$ de millimètre dans un cercle de 20 centimètres de rayon. Pour se rendre compte alors du degré de précision avec lequel on doit caler la planchette, on soulève de 1 millimètre l'une des extrémités de l'alidade (sur laquelle on a placé le niveau à bulle d'air dans le cas où elle n'est pas munie du niveau sphérique), et on constate pour la bulle un certain déplacement. Alors, dans le calage de la planchette, on pourra tolérer un écart de la bulle égal à environ les $\frac{3}{4}$ de ce déplacement, de manière à tenir compte des inexactitudes inévitables de l'opération.

Le rayon de courbure des verres des niveaux sphériques liés aux alidades étant de 50 centimètres, on pourra tolérer un écart du centre de la bulle, par rapport au milieu du verre, de 1 millimètre environ.

Mise au point.

2° Il faut compléter *la mise au point* de la planchette. Pour cela on desserre l'écrou inférieur; on se sert d'un fil à plomb pour déterminer un premier plan vertical passant par l'axe du piquet qui marque le point sur le terrain, et on profite du mouvement de translation pour déplacer la planchette parallèlement à elle-même, jusqu'à ce que l'épingle qui marque le point correspondant du dessin se trouve dans le plan vertical. Puis on fait la même opération pour un second plan vertical perpendiculaire au premier; on revient ensuite à la première place pour corriger, s'il y a lieu, la position de la planchette que le second déplacement a pu déranger, et, au bout d'un petit nombre de tâtonnements, que l'expérience apprend à réduire, le point de la planchette et le piquet, étant à la fois dans deux plans verticaux perpendiculaires entre eux, se trouvent sur la même verticale; on serre légèrement l'écrou inférieur.

Pendant cette mise au point, il faut veiller à ce que la ligne tracée sur la planchette reste toujours à vue dans la direction de la ligne correspondante du terrain, et pour faciliter, dans les mouvements de translation, le parallélisme du transport de la planchette, il est bon que les plans verticaux déterminés par le fil à plomb soient perpendiculaires à deux de ses côtés.

Orientation.

3° Il faut enfin compléter *l'orientation* de la planchette. Pour cela, on place le bord de la règle de l'alidade sur la ligne tracée et on profite du mouvement de rotation autour du boulon plein pour faire en sorte que le plan de visée passe par le milieu du jalon planté à l'extrémité de la ligne correspondante du terrain. Alors, si, pendant la mise au point, on a eu soin de veiller à maintenir l'orientation approximative, ainsi que nous le disions ci-dessus, la rotation qu'on aura imprimée à la planchette, pour obtenir l'orientation définitive, sera assez faible pour que l'épingle se soit écartée de 1 ou 2 millimètres au plus de la verticale de l'axe du piquet, ce qui est négligeable, et on pourra dire que la planchette est en station.

Importance des précautions prescrites.

On conçoit aussi, d'après cela, l'importance qu'il y a de faire avant tout la mise en station approximative, et même avec une précision convenable; c'est qu'en effet, d'abord, les mouvements que la planchette peut prendre sur son support ne sont pas très-considérables, et ensuite, si les trois conditions de la mise en station n'étaient pas approximativement remplies à la fois, en satis-

faisant à l'une on serait exposé à détruire ce que l'on aurait fait auparavant pour satisfaire à une autre. Si, par exemple, on ne s'était pas préoccupé tout d'abord et pendant les opérations successives de l'orientation de la planchette, on pourrait avoir à imprimer à l'instrument un mouvement de rotation considérable autour de son centre, et, comme le point considéré peut être très-éloigné du centre de la planchette, ce mouvement de rotation ferait sortir considérablement l'épingle de la verticale du piquet. Dans ce cas, il faudrait recommencer la mise au point, puis compléter de nouveau l'orientation, et il en résulterait des tâtonnements beaucoup plus longs, pour une opération qui est déjà assez longue en elle-même, et que l'on doit chercher, au contraire, à abréger le plus possible, puisqu'elle se reproduit très-fréquemment dans un lever, toutes les fois que l'on change de station.

Ancienne planchette à mouvement de translation. L'ancienne planchette de l'École d'application ne diffère de la précédente qu'en ce qu'elle n'a pas de mouvement de genou; mais elle est susceptible de prendre des mouvements de translation et de rotation, obtenus, il est vrai, par des dispositions un peu différentes et que l'on arrête en serrant un écrou particulier pour chacun d'eux. Il y a aussi cette différence que le trépied, au lieu d'être à doubles branches, est à branches simples, ce qui le rend un peu plus lourd et par conséquent moins maniable, sans que l'on y gagne, pourtant, d'une manière sensible, sous le rapport de la stabilité.

Mise en station. Voici comment on opère pour mettre cette planchette en station : on commence par mettre les boulons au centre de la tête du support et par serrer les écrous; puis on transporte la planchette au-dessus du point, de manière que les trois conditions de la mise en station paraissent remplies approximativement à vue. Pour arriver à ce résultat, on peut s'aider du déplacement des pieds, et, de plus, si l'on est en terrain incliné, on a soin de placer deux pieds sur une horizontale du terrain plus élevée que le point considéré. On complète ensuite la mise en station comme on l'a fait pour la planchette à calotte sphérique; il n'y a de différence, dans l'opération, qu'en ce qui concerne l'horizontalité, que l'on obtient de la manière suivante:

Horizontalité. On enfonce en terre les deux pieds situés sur une horizontale et l'on manœuvre seulement le troisième. Pour cela, on place un niveau à bulle d'air sur la planchette parallèlement aux deux pieds fixes, et on déplace le troisième à droite ou à gauche, jusqu'à ce que la bulle soit au milieu du tube. Puis on donne au niveau une direction perpendiculaire à la première, et on déplace

toujours le même pied d'arrière en avant ou d'avant en arrière, pour amener de nouveau la bulle au milieu du tube, quand ce pied est bien enfoncé dans le sol. Dans ce second mouvement, on ne dérange pas sensiblement ce que l'on a fait d'abord, puisqu'on fait tourner la planchette autour d'une charnière à peu près horizontale, grâce à la précaution que l'on a prise de placer deux des pieds sur une horizontale. Par conséquent, l'horizontalité de la planchette sera presque complétement obtenue. On revient alors de nouveau aux deux positions successives du niveau, et il suffira généralement, pour compléter l'horizontalité, d'enfoncer un peu plus fortement l'un ou l'autre des trois pieds. Si pourtant les petits mouvements que l'on obtient ainsi ne suffisaient pas, il faudrait recommencer l'opération en déplaçant le troisième pied dans les deux sens, et par tâtonnements on arriverait au résultat.

Il est bien entendu que, pour cette horizontalité, il faut avoir égard à la limite d'exactitude que nous avons indiquée plus haut.

Le reste de la mise en station se fait de la même manière.

Avantages de ces deux planchettes.

L'établissement de l'horizontalité est moins commode avec cette planchette qu'avec la précédente; mais, à part cela, elles sont également bonnes pour faire des levers, car toutes deux possèdent une qualité indispensable, *la rigidité* et *la stabilité*.

Planchette à la Cugnot.

Les planchettes qu'on trouve dans le commerce sont d'un emploi moins commode et surtout beaucoup moins sûr. Elles sont presque toutes du modèle de la planchette à la Cugnot. Cette planchette n'a pas de mouvement de translation, mais elle est munie d'un genou formé de deux articulations à angle droit, et peut prendre un mouvement de rotation autour de son axe.

Mise en station.

Pour mettre cette planchette en station, on commence toujours par faire la mise en station approximative, puis on rend la planchette horizontale à l'aide du mouvement de genou, et on regarde avec le fil à plomb si l'épingle est bien dans la verticale du piquet. Si cela n'a pas lieu, on agit sur les pieds, que l'on déplace dans le sens convenable, de manière à approcher davantage de la vérité, et en se fondant sur ce fait que le mouvement que prend la planchette, quand on la rend horizontale, ne dérange pas beaucoup la mise au point. Alors on rétablit l'horizontalité à l'aide du mouvement de genou, et ainsi de suite. Après deux ou trois tâtonnements, on arrive à avoir la planchette horizontale en même temps que l'épingle se trouve dans la verticale du piquet. Il ne reste plus alors qu'à compléter l'orientation, que l'on a eu soin

de maintenir à peu près pendant les opérations précédentes, et pour cela on profite du mouvement de rotation.

Ces planchettes ne se mettent pas en station aussi facilement que celles de l'École d'application, et, de plus, elles ont le grave inconvénient de ne pas avoir de stabilité, à cause du système de genou, qui est très-flexible. Il en résulte que, lorsqu'on trace une direction, en s'appuyant forcément un peu sur la planchette pour faire la visée, elle se trouve déviée de 1 degré et plus de sa véritable position. Il est donc impossible d'obtenir de la précision avec un pareil instrument. Inconvénients de cette planchette.

On fait aussi des planchettes qui sont portées sur un trépied à l'aide d'une douille, et qui ne sont douées que d'un mouvement de rotation; leur emploi est presque impossible dans les levers à grande échelle. Planchette à douille du commerce.

Enfin, nous ne parlons ici que pour mémoire des petites planchettes fixées simplement sur la tête d'un trépied ordinaire par une vis ou un boulon, et qui ne peuvent prendre également qu'un mouvement de rotation. Ces planchettes, qui ne servent généralement que pour des levers à petite échelle, se mettent horizontales par les déplacements d'un seul pied, comme l'ancienne planchette de l'École d'application. Elles sont le plus souvent orientées avec un déclinatoire. Petite planchette ordinaire de lever.

§ 2. Alidades et leurs rectifications.

On emploie avec la planchette différentes sortes d'alidades. Les premières étaient en cuivre et à pinnules, analogues à celles d'un graphomètre. La visée, qui se faisait par une fente et un crin, manquait de commodité et de précision : aussi ce système est-il à peu près abandonné aujourd'hui. On se sert uniquement, soit des alidades en bois à viseur, soit des alidades à lunette que l'on fait en bois ou en cuivre; dans ces deux systèmes, le viseur ou la lunette tourne autour d'un axe horizontal porté par un montant. Alidades à pinnules.

Avec l'alidade à viseur, la visée se fait par un petit trou servant d'œilleton et une petite pointe métallique placée au centre d'une fenêtre rectangulaire. On obtient ainsi une précision telle, qu'une ligne tracée sur la planchette d'une longueur égale à celle du viseur, plus de 30 centimètres, ne diffère pas à son extrémité de sa véritable position d'une quantité appréciable, puisque l'incertitude de la visée sous-tend à peine $\frac{1}{10}$ de millimètre dans un cercle de rayon égal à la longueur du viseur. Par conséquent, sous ce rapport, ces alidades Alidade à viseur. Sa précision pour les visées.

suffisent largement pour la pratique des levers; seulement le champ de visée n'est pas très-considérable; on a donc un peu de peine à trouver le jalon que l'on doit viser, et, alors même qu'on l'a trouvé dans le champ, on éprouve quelquefois de la difficulté à le voir derrière la pointe, au moins dans certains cas où le jalon est un peu éloigné et ne se détache pas sur un fond sombre. On est alors obligé d'envoyer un homme se placer derrière, pour qu'il se détache sur les vêtements noirs de la poitrine; il en résulte des pertes de temps assez considérables.

Ses inconvénients.

Alidades à lunette. Leurs avantages.

Avec les alidades à lunette, on évite ces inconvénients : on a un champ plus étendu, une netteté beaucoup plus grande; on voit des jalons plus éloignés et enfin on obtient, pour le pointé, une précision bien plus considérable et même, peut-être, un peu superflue. On peut dire, en effet, dans ce cas, lorsque l'instrument est bien construit et bien rectifié, qu'une direction tracée sur la planchette est la *projection mathématique* de la ligne du terrain.

Alidade à lunette en bois de l'École d'application. Alidade à lunette en cuivre.

Les alidades à lunette en bois, comme celles de l'École d'application, sont exposées à se déformer par les alternatives de sécheresse et d'humidité, et nécessitent, par conséquent, des rectifications fréquentes. Il n'en est pas de même des alidades faites entièrement en cuivre, qui peuvent être considérées comme invariables. Mais d'un autre côté, si on laisse tomber ces dernières, elles se faussent et nécessitent immédiatement une grosse réparation, toujours délicate, tandis que les alidades en bois sont beaucoup moins susceptibles de se détériorer par une chute. Quoi qu'il en soit, on ne doit considérer les alidades de l'École d'application que comme des instruments d'étude, et, pour le service habituel, on ne doit employer que des alidades en cuivre.

Conditions que doivent remplir les alidades. Le plan vertical de visée doit passer par le bord de la règle.

Théoriquement, les alidades doivent remplir certaines conditions, pour que, lorsqu'elles reposent sur une planchette horizontale, la ligne de visée décrive un plan vertical passant par le bord de la règle. Parmi ces conditions, les unes sont indispensables et les autres ne le sont pas. Disons tout de suite qu'il n'est pas nécessaire, par exemple, que le bord de la règle qui sert à tracer les directions soit exactement la projection de la ligne de visée; une petite discordance de 1 à 2 centimètres, comme cela a lieu dans les alidades de l'École d'application, est sans influence sur l'exactitude du lever.

Cette condition n'est pas indispensable.

En effet, soit AB (fig. 2) une ligne du terrain sur laquelle nous voulons opérer; nous mettrons d'abord la planchette en station en A, de manière que le point *a* soit dans la verticale du point A; la ligne de visée se projettera alors

en VS, lorsque le bord de la règle s'appuiera contre *a*, et c'est cette ligne que nous dirigerons sur le point B, de telle sorte que nous tracerons le long du bord de la règle une ligne *ab* parallèle à VB, et telle que *b'*B sera égal à *a*V, c'est-à-dire à 1 ou 2 centimètres. Par conséquent, lorsque nous porterons sur cette ligne *ab'* la longueur *ab* représentant à l'échelle la longueur AB du terrain, nous voyons qu'il en résultera pour ce point *b* un déplacement tout à fait inappréciable. C'est une erreur analogue à celle qui est due dans la boussole à l'excentricité de la lunette, à cette différence près qu'elle est encore cinq ou dix fois moindre.

Mais cela ne suffit pas ici, car il faut encore que l'orientement de la planchette ne soit pas affecté, c'est-à-dire que, malgré cette erreur, la planchette se trouve bien transportée parallèlement à elle-même, en passant d'une station à la suivante. C'est en effet ce qui a lieu, car, à la station suivante, c'est le point *b* que l'on mettra dans la verticale de B (fig. 3), et, le bord de la règle étant placé contre *ba*, on visera le point A pour s'orienter; la ligne de visée sera alors V'S', parallèle à *ba*; nous voyons donc que, aux deux stations, la ligne *ab* a pris deux positions parallèles; par conséquent la planchette se trouvera bien transportée parallèlement à elle-même, ce qui est la condition indispensable pour les levers avec cet instrument. Seulement le dessin aura subi, par rapport à la projection du terrain, une désorientation *ab'*A analogue à celle que produit avec la boussole l'excentricité de la lunette, mais cinq à dix fois moindre. Quoique variable à chaque station, avec la longueur du côté AB, l'effet de cette désorientation est complétement négligeable pour les raisons indiquées à propos de la boussole et surtout parce que, à chaque station, la déviation est la même pour toutes les directions tracées de cette station.

Cela suppose aussi, bien entendu, que la ligne de foi de l'alidade est toujours maintenue du même côté de l'observateur; sans quoi, la déviation changeant de sens, tout ce que nous venons de dire ne serait plus vrai. Ce désaccord a, d'ailleurs, pour objet de donner plus de stabilité à l'alidade, qui, sans cela, serait exposée à basculer trop facilement.

Perpendicularité de l'axe de rotation de la lunette au bord de la règle. Cette condition

L'axe de rotation de la lunette doit être perpendiculaire au bord de la règle, afin que le trait de crayon soit la trace du plan vertical décrit par la ligne de visée, abstraction faite du petit défaut de coïncidence dont nous venons de parler et que l'on peut négliger.

Cependant cette condition n'est pas non plus indispensable, car s'il y a un défaut de parallélisme entre la trace du plan de visée et le bord de la règle,

n'est pas indispensable.

pourvu que la lunette décrive un plan vertical, l'angle SVE formé par ces deux lignes (fig. 4) conservera toujours la même valeur et le même sens, quelle que soit même la position de la lunette (à droite ou à gauche) par rapport au montant vertical. Il en résultera donc seulement pour le lever un désorientement général qui est sans influence sur son exactitude.

Puisque les visées faites avec la lunette successivement à droite et à gauche ne compenseraient pas le défaut par leur moyenne, elles ne permettent pas non plus de le constater. Si donc on voulait vérifier ce parallélisme, au moins approximativement, il faudrait viser un point B assez éloigné, planter deux épingles fines bien verticalement vers les extrémités du bord de la règle, et bornoyer avec ces deux épingles, pour voir si le point B se trouve dans leur alignement. Cette vérification est peu exacte; pour obtenir plus de précision, il faudrait faire un retournement de l'alidade sens dessus dessous.

Conditions essentielles.

Les seules conditions essentielles que doit remplir l'alidade sont les suivantes :

1° *L'axe optique de la lunette* ou *la ligne de visée doit être perpendiculaire à l'axe de rotation,* afin qu'elle décrive un plan;

2° *L'axe de rotation doit être parallèle à la face inférieure de la règle,* afin qu'il soit horizontal, lorsque la règle repose sur une planchette horizontale; car alors le plan décrit par la ligne de visée sera vertical.

Nous pourrions recommencer ici une discussion analogue à celle que nous avons faite pour la boussole, dont la lunette doit remplir deux conditions identiques; mais nous nous contenterons d'indiquer la manière de constater les défauts et de les corriger; car, ici, on n'a pas la ressource de compenser les erreurs qui en résulteraient par une double observation, ce qui compliquerait beaucoup trop les opérations et serait même incompatible avec les procédés de lever que comporte la planchette.

Perpendicularité de l'axe optique et de l'axe de rotation.

1° *Vérifier la perpendicularité de l'axe optique et de l'axe de rotation.*

La planchette étant horizontale, on vise un point B (fig. 5) très-éloigné, à peu près de niveau avec la lunette, et l'on trace une ligne le long du bord de la règle. Soient alors AO et AX les projections horizontales de l'axe optique et de l'axe de rotation, et AR la ligne tracée, en faisant abstraction du défaut de coïncidence dont nous avons parlé. Puis on fait basculer la lunette de 180 degrés autour de son axe, et on retourne l'alidade bout pour bout, de manière à viser de nouveau le même point; on trace la nouvelle direction AR_1 du bord de la règle, et l'angle RAR_1 des deux lignes tracées est le double

du défaut de perpendicularité de l'axe optique et de l'axe de rotation. En effet, lorsqu'on fait basculer la lunette autour de l'axe AX, l'axe optique décrit un cône et vient prendre une position AO′ symétrique de AO par rapport à AX. Puis, lorsqu'on retourne l'alidade pour ramener cet axe optique AO′ dans la direction de AB en AO'_1, l'axe de rotation AX vient prendre une position AX_1 symétrique de AX par rapport à AO, de sorte que AX a décrit 180 degrés moins la somme des deux petits angles PAX et P_1AX_1, c'est-à-dire moins le double du défaut de perpendicularité. Le bord de la règle, qui est lié invariablement à cet axe de rotation, aura pris les deux positions AR et AR_1 en décrivant également 180 degrés moins l'angle RAR_1, qui est aussi égal au double du défaut cherché.

Si donc on place le bord de la règle sur la bissectrice AM de l'angle formé par les deux lignes tracées sur la planchette, l'axe de rotation AX_1 viendra sur la perpendiculaire AP_1; mais l'axe optique viendra en AO'_1, faisant avec la direction AB un angle précisément égal au défaut. Pour le corriger, il suffira donc de ramener le pointé sur le point B, sans faire tourner l'alidade. Pour cela, s'il s'agit d'un viseur, on infléchit la pointe objective; s'il s'agit d'une lunette, on déplace latéralement le réticule, quand il existe des vis permettant de le faire, ou bien on fait tourner l'objectif dans sa monture, en profitant de l'excentricité habituelle du centre optique, ou bien enfin on place des cales de papier sous la platine qui réunit la lunette à l'axe de rotation.

2° *Vérification du parallélisme de l'axe de rotation à la face inférieure de la règle.* **Parallélisme de l'axe de rotation à la face inférieure de la règle.**

Pour faire cette seconde vérification, on place l'alidade sur une planchette bien horizontale, et, s'il s'agit d'un viseur ou d'une lunette peu puissante, on vise un fil à plomb suspendu devant une fenêtre et dont la masse plonge dans l'eau pour amortir les oscillations. Si la ligne de visée peut correspondre au fil, sans dérangement de l'alidade, dans deux positions inclinées l'une au-dessus, l'autre au-dessous de l'horizon, ainsi que dans la position horizontale, la surface décrite, contenant une verticale, se confondra sensiblement avec un plan vertical, et, si l'on a eu soin de rendre d'abord la ligne de visée perpendiculaire à l'axe de rotation, elle décrira un plan, et ce plan sera réellement vertical.

S'il s'agit d'une alidade à lunette un peu puissante, on pourrait encore agir de la même manière, en couvrant l'objectif d'un diaphragme en papier noir, percé d'un trou rond de 5 à 6 millimètres de diamètre; mais il vaut mieux viser un objet élevé, tel qu'une girouette, et son image réfléchie dans un bain

de mélasse, qui fait l'office d'un horizon artificiel, pourvu qu'il soit en repos depuis un temps assez long. Comme l'objet et son image sont dans un même plan vertical, si les deux visées peuvent se faire, sans déplacer l'alidade, c'est que la surface décrite est un plan vertical, pourvu que l'on se soit préalablement assuré que la ligne de visée décrivait bien un plan, en la rendant perpendiculaire à son axe de rotation. Car autrement elle décrirait un cône, ce qui n'empêcherait pas cette seconde vérification de se faire, si l'axe de rotation était horizontal. En effet, les deux lignes de visée étant deux génératrices de ce cône, également inclinées au-dessus et au-dessous de l'horizon, seraient dans un même plan vertical. Cette seconde manière de faire la vérification est donc moins concluante que l'épreuve par le fil à plomb.

Diverses manières de faire la rectification.

Quand cette condition n'est pas remplie, s'il s'agit d'une alidade à viseur, on fait raboter le dessous de la règle.

S'il s'agit d'une alidade à lunette en bois du modèle de l'École d'application, on agit alternativement sur les vis tirantes v_1 et v_2 qui traversent le montant vertical et inclinent, en la faisant tourner dans la calotte sphérique cc', la douille de l'axe AX de la lunette (fig. 6)[1].

S'il s'agit d'une alidade en cuivre qui n'a pas de vis de rectification, on glisse des cales de papier entre la règle et l'empatement de la colonne verticale qui porte l'axe, en dévissant plus ou moins les vis qui fixent cette base sur la règle.

Vérification pratique suffisante pour les alidades.

Telles sont les deux vérifications à faire subir aux alidades; mais pour les opérations ordinaires de la planchette, on se contente généralement de faire la seconde, c'est-à-dire de vérifier si l'axe optique semble décrire un plan vertical, sans tenir compte du défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation, défaut qui est, en général, assez faible pour que l'on puisse admettre qu'il produit une erreur constante et, par conséquent, négligeable[2]. Ce sont des considérations analogues à celles que nous avons développées à propos de la boussole. Seulement, comme pour la boussole, il est indispensable de tenir toujours la lunette soit à droite soit à gauche du montant qui la porte.

[1] Deux autres vis placées sur une horizontale permettent, par un jeu analogue, de rendre l'axe de rotation perpendiculaire au bord de la règle, afin que le plan décrit soit parallèle à la ligne tracée.

[2] Si l'angle des deux lignes tracées en cherchant à constater ce défaut sous-tend moins de 2 millimètres à 500 millimètres de distance, la différence des erreurs, pour des visées suivant la pente du tiers comparées à des visées horizontales, sous-tendra $\frac{1}{10}$ de millimètre à 460 millimètres de distance.

Lorsque la règle porte un niveau sphérique, on aura dû commencer par vérifier et rectifier ce niveau. Pour cela on cale la planchette, de manière que la bulle soit bien au milieu du verre, ce dont on s'assure en regardant obliquement dans deux plans verticaux perpendiculaires entre eux, ou bien en regardant verticalement. On repère par des traits de crayon la position de la règle sur la planchette, et on retourne l'alidade sur place, bout pour bout. Il faut que la bulle reste au milieu du verre, sinon son déplacement indique le double du défaut de parallélisme du niveau et de la face inférieure de la règle. On fait alors marcher la bulle de la moitié de son déplacement, en desserrant et serrant alternativement les vis tirantes qui traversent les oreilles du niveau, s'il s'agit d'une alidade en bois, et en glissant des cales de papier sous ces oreilles, s'il s'agit d'une alidade en cuivre. On arrive au résultat par tâtonnements. Vérification et rectification du niveau sphérique.

§ 3. Discussion sur l'emploi de la planchette.

D'après ce que nous avons dit précédemment sur l'usage de la planchette, nous voyons que cet instrument peut servir, comme les instruments goniométriques, à lever un canevas par les différents procédés de cheminement, d'intersections, de recoupements et de relèvement. Il suffit pour cela que, à chaque station, la planchette puisse être considérée comme transportée parallèlement à elle-même, ou au moins, s'il y a erreur dans deux orientations successives, que cette erreur sous-tende au maximum $\frac{1}{10}$ de millimètre sur le diamètre du dessin que l'on exécute, diamètre qui est en général de 50 centimètres. Dans ces conditions, si la planchette est plus embarrassante que les instruments goniométriques ordinaires, elle a l'avantage d'être un peu plus précise, puisqu'elle dispense de l'emploi du rapporteur. Mais, par contre, elle a l'inconvénient de ne pouvoir être employée par tous les temps. Emploi de la planchette pour le lever d'un canevas.

Voyons maintenant quelles sont les erreurs que l'on aura à craindre dans un lever à la planchette, et quelles précautions on devra prendre pour l'exactitude; nous en conclurons quel est celui des procédés indiqués plus haut qu'il convient le mieux d'employer avec cet instrument. Précautions qu'exige l'emploi de la planchette.

D'après la précision avec laquelle les alidades permettent de tracer les directions visées, on serait tenté de croire qu'on peut, avec la planchette, obtenir une exactitude pour ainsi dire absolue. Mais il n'en est pas ainsi, parce qu'il y a d'autres causes d'erreurs, que l'on peut atténuer au moyen de précautions particulières, mais qu'il est impossible d'éliminer entièrement.

Ainsi, sans parler des erreurs inévitables qui affectent la mesure et la cons- Erreur

de la mise au point de la planchette et des jalons visés.

truction des longueurs, et pour ne considérer que celles qui sont inhérentes à la planchette elle-même, on ne peut pas espérer, quelque soin que l'on prenne, de placer exactement le point de la planchette dans la verticale du piquet du terrain, de même que le jalon que l'on visera ne sera pas non plus exactement au point voulu, ou encore il ne sera pas bien vertical, et on en visera le sommet au lieu d'en viser le pied. Si nous supposons à chacune de ces erreurs une valeur de 1 centimètre, nous nous mettrons certainement dans de bonnes conditions, car, en ce qui concerne la mise au point, en particulier, il suffit de l'action du vent sur le fil à plomb pour causer une déviation plus considérable.

Influence de ces erreurs.

Ces deux erreurs pouvant s'ajouter, il pourra en résulter, pour la direction tracée sur la planchette, une désorientation représentée par l'angle qui sous-tend 2 centimètres à la distance AB (fig. 7), et, disons-le en passant, cette désorientation sera d'autant plus grande que le côté sera plus court. Si nous voulons que le déplacement qui résulterait de désorientations successives de cette espèce ne soit pas sensible pour les points extrêmes d'un lever compris sur une planchette ordinaire, dont les dimensions du cadre sont, en général, de 50 centimètres, il faut que ce déplacement ne dépasse pas $0^{mm},1$. Nous poserons donc l'égalité

$$\frac{0^{m},02}{AB}=\frac{0^{mm},1}{500}=\frac{1}{5000},$$

d'où nous tirons AB = 100 mètres.

Minimum des longueurs qui doivent servir à l'orientation.

Par conséquent, il faudra que les lignes qui serviront à orienter la planchette aux différentes stations aient au moins 100 mètres de longueur sur le terrain, ou bien, si l'on était obligé de s'orienter sur une ligne moins longue, 50 mètres par exemple, il faudrait prendre des précautions particulières pour restreindre à 1 centimètre la somme des écarts de la station et du jalon.

Nécessité d'une grande précision dans la mise au point.

Il est donc indispensable de mettre la planchette en station avec la plus grande précision possible, et cela montre l'illusion de quelques auteurs, qui prétendent que, à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, la mise au point à 10 centimètres près est suffisante, puisque, à cette échelle, cet écart est représenté sur le dessin par $0^{mm},1$. Ce qu'ils disent est vrai en ce qui concerne la position d'un point en particulier, mais c'est entièrement faux au point de vue de l'orientation de la planchette.

De là aussi cette prescription de planter les jalons sur lesquels on doit viser

dans l'emplacement même des piquets sur lesquels on se met en station, ou mieux de planter les jalons toujours dans les mêmes trous, à côté des piquets qui servent seulement de témoins, et, alors, on met la planchette en station sur le centre des trous.

Inconvénients de la planchette comme instrument goniométrique.

Malgré toutes ces précautions un peu minutieuses, il résulte des désorientations successives, presque inévitables dans l'emploi de la planchette, que cet instrument n'est pas très-bon pour les levers par cheminement, d'autant plus qu'on ne pourra pas ordinairement éviter d'avoir au moins quelques côtés très-courts, ce qui introduira dans le cheminement des erreurs qui pourront être considérables. De plus, l'orientation de chaque côté s'appuyant sur le côté précédent, l'erreur commise en un point aura pour effet, comme nous l'avons dit pour les instruments goniométriques en général, de faire tourner toute la partie ultérieure du cheminement, de telle sorte que les déplacements des points successifs iront en croissant proportionnellement à leur distance au point considéré.

Planchette déclinée.

On peut, il est vrai, donner à la planchette la valeur de la boussole, au point de vue de l'indépendance des orientations, en l'accompagnant d'un grand déclinatoire, que l'on fixe sur la planchette orientée, de manière que la pointe nord corresponde au trait de repère. On a soin d'entourer la boîte du déclinatoire d'un trait de crayon, pour repérer sa position. Alors, toutes les fois que l'on mettra la planchette en station, on fera en sorte que la pointe nord de l'aiguille corresponde au trait de repère, et la planchette se trouvera transportée parallèlement à elle-même, autant, du moins, que l'aiguille aimantée permet d'en être sûr, c'est-à-dire sans tenir compte de la variation diurne de la déclinaison, des déviations locales, de l'action du fer qui peut se trouver dans les pièces de cuivre de l'instrument, etc. Toutes les directions tracées seront donc indépendantes les unes des autres, puisqu'on aura les angles avec la direction du méridien magnétique.

Comparaison de la planchette et de la boussole.

On remplace alors la boussole, qui est un instrument très-commode et très-portatif, par un autre instrument d'une valeur analogue, mais beaucoup plus embarrassant et moins portatif; il n'y a à cela aucun avantage. La planchette présente encore, par rapport à la boussole, d'autres inconvénients assez graves au point de vue de la recherche des fautes que l'on peut commettre dans un cheminement. On n'est, en effet, averti de la présence de ces fautes qu'à la fin des opérations, lorsque le cheminement ne se ferme pas, et, les angles

étant tracés directement sur la planchette, on ne conserve aucune trace de leur valeur numérique; il est donc impossible de recommencer la construction pour trouver une faute, et on en est réduit à recommencer toutes les opérations sur le terrain, ce qui cause une perte de temps considérable. On éprouve d'ailleurs une difficulté analogue, lorsqu'il s'agit de répartir sur un cheminement une erreur de fermeture reconnue admissible.

La planchette déclinée, peu employée aux grandes échelles, est très-avantageuse pour les levers à petite échelle.

Pour ces divers motifs, on a à peu près abandonné, pour les cheminements à grande échelle, l'emploi de la planchette orientée avec le déclinatoire, et, dans ce cas, la boussole, qui jouit alors de tous ses avantages, doit lui être préférée.

Pour les levers à petite échelle, au contraire, on emploie avec avantage la petite planchette orientée avec un déclinatoire; cela permet d'opérer beaucoup plus vite qu'avec la boussole, puisque l'on n'a plus à tenir de carnet, ni à construire les angles avec le rapporteur. Le cheminement que l'on suit se trouve tracé immédiatement sur la planchette, et même, lorsque l'on opère à très-petite échelle, ou que l'on se sent assez sûr de soi pour ne pas craindre de commettre trop de fautes, on peut dessiner au fur et à mesure les détails qui avoisinent le cheminement. D'ailleurs si, à la fermeture, on constatait une erreur inadmissible, on en serait quitte pour recommencer le cheminement en rapportant sur chaque côté les détails voisins, tels qu'ils ont été déjà dessinés. Mais, en général, quand on a un peu l'habitude de ce genre d'opérations, on arrive, vu la petitesse de l'échelle, à des erreurs de fermeture extrêmement faibles. On les répartit simplement à vue sur les différents côtés du cheminement, ce qui ne modifie la position des détails que de quantités tout à fait insensibles. En tous cas, on gagne ainsi beaucoup de temps, et on a l'avantage de voir immédiatement le résultat de son travail.

Simplicité de la mise en station dans ce cas.

Quant aux précautions de la mise en station, elles sont, dans ce cas, considérablement simplifiées. Car l'emploi du déclinatoire, pour orienter la planchette, rendant les orientations successives indépendantes les unes des autres, il suffit de faire la mise au point avec une approximation telle que l'écart soit représenté sur le dessin par $\frac{1}{10}$ de millimètre, ce qui représenterait 10 centimètres à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, 20 centimètres à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, 50 centimètres à l'échelle de $\frac{1}{5000}$, etc. Or, on conçoit que l'on se mettra toujours sans peine en station avec une précision même beaucoup plus grande, rien qu'en plaçant, à vue, la planchette au-dessus du point, et, pourvu que le déclinatoire soit bien orienté, la planchette se trouvera transportée, à chaque station, parallè-

lement à elle-même, ce qui est la condition indispensable pour l'exactitude des opérations.

On peut encore, dans certains cas, obtenir avec la planchette l'indépendance des orientations successives, en opérant de la manière suivante : Indépendance des orientations successives.

Quand, dans un cheminement tel que ABCD..... (fig. 8), on voit de la première station A tous les autres sommets du cheminement, on a soin de viser du point A ces différents points et de tracer sur la planchette à partir de *a* de longues directions allant sur chacun d'eux (fig. 9). Puis, lorsqu'on vient se mettre en station, au point C par exemple, la distance BC ayant été mesurée, on la porte à l'échelle sur le dessin, sur la direction *bc* tracée du point *b* en visant *c*, et le point *c* ainsi obtenu devra tomber sur la direction *ac* tracée du point *a*; on a donc une vérification. Puis, au lieu de s'orienter sur le point B que l'on vient de quitter, ce qui aurait un double inconvénient, d'abord parce que la position du point *b* est déjà affectée des erreurs inévitables des opérations qui ont servi à le déterminer, et ensuite parce que le côté CB, qui peut être très-court, sera toujours moins long que CA, on s'orientera sur cette direction CA, en plaçant le bord de la règle de l'alidade sur la ligne *ca*. De cette manière, on se met à l'abri des erreurs des opérations antérieures, et on a pour s'orienter une direction très-longue, tant sur la planchette que sur le terrain.

On continue ainsi en s'orientant toujours sur A, aux diverses stations successives, et on peut obtenir d'assez bons résultats. Mais, il faut bien le dire, on trouvera rarement des cheminements se prêtant à cette combinaison; dans des chemins creux, bordés de haies ou de murs, par exemple, cela serait absolument impossible.

Il faudrait bien se garder aussi de s'orienter sur une direction qui n'a pas été tracée d'une station antérieure sur la planchette, en se contentant de faire passer le bord de la règle de l'alidade par deux points déterminés. On aurait ainsi trop d'incertitude dans la position de l'alidade, d'autant plus que les deux points considérés ne seront pas toujours très-éloignés l'un de l'autre. Il est essentiel, pour s'orienter avec sécurité, de placer toujours le bord de la règle sur une ligne déjà tracée, et cette ligne doit avoir sur la planchette une longueur égale à celle de l'alidade. Nécessité de s'orienter sur une ligne déjà tracée sur la planchette de toute la longueur de la règle de l'alidade.

Il résulte de cette longue discussion que la planchette n'est un instrument ni commode ni sûr pour les cheminements. La planchette, mauvaise

pour les cheminements, est l'instrument par excellence pour les intersections.

C'est au contraire l'instrument par excellence pour les intersections : cette qualité est la conséquence immédiate de la précision avec laquelle on peut tracer sur la planchette des directions très-longues, sans passer par l'intermédiaire du rapporteur.

Nous pouvons donc conclure de tout cela que la planchette sera employée avec avantage dans un lever un peu étendu, pour déterminer d'une manière bien sûre, et par intersections, la position d'un certain nombre de points assez distants les uns des autres, et qui formeront un canevas d'ensemble du lever; tandis que la boussole sera bonne surtout pour faire le lever du canevas de détail par cheminement, en s'appuyant sur les points du canevas d'ensemble. La boussole, au contraire, à cause du peu de longueur des directions qu'elle permet de tracer avec sécurité, ne donnerait pas de bons résultats dans le procédé d'intersections. Ces deux instruments, qui ont des qualités pour ainsi dire complémentaires, sont donc faits pour se prêter un mutuel concours dans un lever un peu étendu.

§ 4. Solution de quelques problèmes.

Opérations de fausse position.

Dans l'emploi de la planchette, on a l'occasion de résoudre, par des opérations de fausse position, un certain nombre de problèmes, dont nous allons donner les principaux. En suivant la même marche, on trouvera sans peine la solution des autres.

Mise en station à côté d'un point connu.

1° *Se mettre en station à côté d'un point connu.*

Un point B (fig. 10) a été déterminé par intersections; c'est un poteau, un angle de maçonnerie, etc., qui ne permet pas d'y installer la planchette, et pourtant une station serait nécessaire en ce point. Ce qu'il y aurait de mieux à faire serait de mesurer sur la direction BA, l'une de celles qui ont servi à déterminer le point B, et qui se trouve par conséquent représentée en *ba* sur la planchette, une certaine longueur BB′, qui, reportée à l'échelle sur le dessin, donnerait la position du point *b′* correspondant à B′; on se mettrait alors en station au point B′ voisin de B, en s'orientant sur la direction de BA, déjà tracée sur la planchette. L'opération serait alors presque aussi rigoureuse que la mise en station au point B lui-même.

Mais il peut se faire que le point ainsi choisi sur l'alignement connu BA ne soit pas convenable pour faire les opérations qui nécessitent une station dans le voisinage de B, par exemple, parce que le bâtiment dont B est un angle masquerait une partie des points que l'on doit viser. On est obligé de

se mettre en station en un autre point, tel que C (fig. 11), et voici alors comment on opère :

On met d'abord la planchette en station en C, en plaçant le point *b* sur la verticale de C et en orientant la ligne *ba* sur le point A. On commet ainsi une erreur d'orientation représentée par le petit angle CAB sous-tendu du point A par la distance BC. La planchette étant ainsi orientée à peu près, on vise le point B et on trace la direction *bc*, sur laquelle on porte de *b* en *c*, à l'échelle du dessin, la longueur BC mesurée sur le terrain, et le point *c*, ainsi obtenu, est très-sensiblement la position sur la planchette du point C du terrain. En effet, la direction *bc* ne diffère que du petit angle CAB de celle qui aurait été tracée si l'on avait pu se mettre en station au point B lui-même, en s'orientant sur BA, et, comme la longueur BC sera toujours assez faible, le point *c*, qui eût été placé sur la véritable direction, ne différerait pas sensiblement de celui que nous venons d'obtenir par fausse position. Mais de plus, si nous joignons *ca*, l'angle *cab* sera égal, sans erreur appréciable, à l'angle CAB; par conséquent, si nous remettons la planchette en station (fig. 12), en plaçant *c* dans la verticale de C, nous pourrons orienter exactement la planchette, en plaçant l'alidade sur *ca* et en visant le point A.

Manière de s'orienter avec sécurité sur une ligne qui n'est marquée sur la planchette que par deux points assez rapprochés.

Dans cette manière d'opérer, la direction de la ligne sur laquelle on s'oriente est seulement définie par les deux points *a* et *c* par lesquels elle doit passer; cette ligne n'est pas tracée à l'avance sur la planchette, et si ces deux points ne sont pas distants de plusieurs décimètres, la direction sera mal définie. On peut alors sur la ligne *ab*, que l'on suppose tracée de toute la longueur de la règle de l'alidade, porter de *a* en *b'* un multiple aussi grand que possible de *ab*, quatre ou cinq fois *ab*, par exemple, mener par *b'* une parallèle à *bc* et porter sur cette direction une longueur *b'c'* égale à quatre ou cinq fois *bc*. Théoriquement, la ligne *c'a* devra se confondre avec *ca*; mais pratiquement, elle sera plus sûrement définie, et, comme elle est quatre ou cinq fois plus longue, il n'y aura pour ainsi dire pas de flottement lorsqu'on appuiera sur elle le bord de la règle, et on s'orientera avec beaucoup plus de sécurité.

2° *Déterminer une station par trois points connus.*

Problème du relèvement.

Trois points A, B, C du terrain étant représentés sur la planchette en *a*, *b*, *c* (fig. 13), il s'agit de déterminer en fonction de ces trois points la position *x* de la station; c'est ce qui constitue l'opération de relèvement. On pourrait donc opérer, comme avec un instrument goniométrique ordinaire, c'est-à-dire établir la planchette horizontale au-dessus de la station, et d'un même

point O marqué sur la planchette tracer les angles AOB et BOC sous-tendus de ce point par les lignes AB et BC; puis on construirait sur *ab* et *bc* (fig. 14) les segments capables de ces angles, et l'intersection des deux circonférences donnerait la véritable position de la station.

Segments capables.

Feuille de papier transparent.

On pourrait encore plus simplement se servir d'une feuille de papier calque fixée sur la planchette, et sur laquelle on enregistrerait graphiquement les deux angles ci-dessus; puis on ferait tourner cette feuille de papier calque sur le dessin, jusqu'à ce que les trois directions tracées passent respectivement par les trois points *a*, *b*, *c*; il n'y aura qu'une position possible, et alors en piquant le point de concours O, on aurait sur la planchette la représentation du point cherché.

Tâtonnements par fausses positions.

Mais ces deux solutions exigent qu'on ait à sa disposition une règle, une équerre et un grand compas à verge, ou bien une feuille de papier calque qu'il serait même quelquefois difficile de fixer et de manier sur la planchette, quand il fait du vent, par exemple. D'ailleurs ces objets manquent généralement sur le terrain; voici alors comment on peut opérer, en se servant seulement de l'alidade, à l'aide de fausses positions successives.

Première position.

La planchette étant horizontale et orientée approximativement à vue, on place le bord de la règle de l'alidade contre le point *a*, on vise le point A et on trace une première direction. On fait la même chose par les points *b* et *c*, en visant successivement B et C, et on obtient ainsi trois directions qui devraient se couper au même point, si la planchette était exactement en station. En général, elles se couperont seulement deux à deux, de manière à former le triangle d'erreur 1, 2, 3 (fig. 15), mais les angles $a1b$, $b2c$ et $a3c$ ne diffèrent pas sensiblement de ceux qui sont sous-tendus de la véritable station X respectivement par les trois cordes AB, BC et AC. Par conséquent, si on construisait sur *ab*, *bc* et *ac* trois segments capables des angles obtenus, le point de rencontre *x* des trois circonférences serait le point cherché. Mais puisque nous supposons que nous ne possédons pas les instruments nécessaires pour faire cette construction géométrique, nous allons arriver au même résultat par une série de tâtonnements.

Deuxième position.

Pour cela on trace légèrement à main levée des arcs des deux circonférences qui passent par *a*, 1 et *b* et par *b*, 2 et *c*; leur rencontre a lieu en un point K, qui est une position approchée de *x*. Alors on oriente la planchette de nouveau en plaçant le bord de la règle de l'alidade contre ce point et le point *a* et visant

le point A, et l'on trace trois nouvelles directions par a, b, c, en visant successivement A, B, C. Les intersections de ces lignes deux à deux donneront (fig. 16) deux nouveaux points $1'$ et $2'$ appartenant aux mêmes segments capables et généralement plus rapprochés de leur intersection commune, si l'on a opéré avec soin.

Troisième position.

Alors on change une seconde fois l'orientation de la planchette, de manière à obtenir par une opération analogue deux autres points $1''$ et $2''$ (fig. 17), voisins de l'intersection cherchée, mais situés de l'autre côté de cette intersection. Si l'on a bien opéré, les points $1'$ et $1''$, $2'$ et $2''$ seront assez rapprochés pour que l'on puisse considérer les arcs qui les joignent comme se confondant sensiblement avec les cordes; on n'aura donc plus qu'à tracer ces deux petites lignes qui, par leur rencontre, détermineront la position du point x.

Conditions pour l'exactitude.

Pour l'exactitude de cette opération, il importe que, dans les deux derniers tâtonnements, les seuls qui soient utilisés pour la solution, les lignes soient tracées finement et qu'elles passent bien exactement par les points a, b, c. De plus, pour l'orientation définitive de la planchette, il faudra tracer une droite passant bien rigoureusement par x et celui des points donnés qui en est le plus éloigné. Après avoir orienté la planchette sur le point correspondant du terrain, il faudra vérifier si les directions prises sur les deux autres points se coupent bien au point x. On trouvera sur le sol le point X correspondant, en projetant x à l'aide du fil à plomb.

D'ailleurs la solution ne sera considérée comme bonne que si les cordes se coupent sous des angles convenables; de plus, pour être bien assuré que les points visés pour faire l'opération sont bien réellement les points A, B, C correspondant aux points a, b, c de la planchette, on devra viser un quatrième point déjà déterminé D et vérifier que la direction tracée passe bien par x et d.

Changer de base.

3° *Changer de base.*

Il peut arriver que l'on donne sur la planchette la position de deux points remarquables A et B dont la distance doit, par conséquent, servir de base au lever; mais ces deux points sont inabordables pour l'instrument; ce sont, par exemple, deux clochers dans lesquels on ne peut pas stationner. On choisit alors sur le terrain deux autres points M et N convenablement placés pour les opérations du lever, et il s'agit de déterminer leur position sur la planchette en fonction de AB.

Pour cela, on fait des stations de planchette aux deux extrémités de la nouvelle base MN, que l'on trace provisoirement sur la planchette dans une position quelconque *m'n'*, en ayant soin pourtant de s'orienter approximativement, et de prendre pour *m'n'* une longueur qu'on estime ne pas s'éloigner beaucoup de la longueur MN, représentée à l'échelle du dessin (fig. 18). De chacune de ces stations on vise les points donnés A et B, et on obtient quatre lignes qui, par leurs intersections deux à deux, déterminent une fausse position *a'b'* de la base *ab*. La figure *a'b'n'm'* est semblable au quadrilatère ABNM; si donc on construit sur *ab* une figure *abnm*, semblable à *a'b'n'm'*, la ligne *mn* ainsi obtenue représentera en grandeur et en position la nouvelle base MN; on pourra donc en partir pour faire le lever.

Conditions pour l'exactitude.

Il y a bien, dans cette opération, une erreur de mise au point, puisque ce sont les points *m'* et *n'*, au lieu de *m* et *n*, qu'on a mis au-dessus des points M et N du terrain. Mais cette erreur est sans importance parce que cette opération ne s'applique qu'à la visée de points très-éloignés; d'ailleurs on doit chercher à la restreindre le plus possible, en faisant en sorte que la fausse position *a'b'* soit très-voisine de *ab*.

Toutes choses égales d'ailleurs, le résultat obtenu sera d'autant plus exact que la figure s'approchera davantage d'un rectangle très-aplati, dans le sens *am* et *bn*; car alors les intersections soit en *a'*, soit en *b'*, soit en *m*, soit en *n* se feront dans les conditions les plus avantageuses.

Utiliser un point dont la représentation tombe en dehors de la planchette.

4° *Utiliser un point* P *dont la représentation tombe en dehors de la planchette.*

Lorsque l'on a à exécuter un lever d'une grande étendue, on commence par déterminer au moyen d'opérations trigonométriques la position d'un certain nombre de points, qui constituent le canevas général, et ces points sont rapportés sur les diverses planchettes qui doivent concourir au lever de détail, par leurs abscisses et leurs ordonnées relativement à deux axes, généralement parallèles aux côtés du cadre; ces points servent à appuyer le canevas de détail. Supposons qu'avec une planchette on veuille utiliser un point P du terrain, bien que le point *p* qui le représenterait sur le dessin tombe non-seulement en dehors du cadre, mais même en dehors de la planchette, à une petite distance. Voici comment on peut opérer :

p étant la vraie position du point P, en dehors de la planchette, on en construit, à l'aide des coordonnées convenablement modifiées, une fausse position *p'* symétrique de *p*, par rapport au côté *ab* du cadre (fig. 19). Supposons maintenant qu'on veuille se servir du point P pour déterminer par recoupe-

ment, sur la ligne *mn* tracée d'une station antérieure, faite en M, la position *n* d'une station N. On oriente la planchette sur *nm*, puis, plaçant le bord de la règle de l'alidade contre *p'*, on vise P et l'on trace *p'n'* que l'on prolonge jusqu'à sa rencontre en *f'* avec le côté *ab* du cadre. On porte alors *ef*=*ef'* et, appuyant la règle de l'alidade contre le point *f*, on vise P ; l'intersection de la ligne *fn* avec *mn* donne la station cherchée. En effet, si le point P est très-éloigné, les deux lignes *fn* et *f'n'* peuvent être considérées comme parallèles ; donc *fn* passerait par *p* et ne serait autre chose que la ligne qui aurait été tracée, pour faire l'opération, si le point *p* avait pu tenir sur la planchette.

Manière d'opérer quand le point n'est pas très-éloigné.

Si les lignes *f'n'* et *fn* faisaient un angle notable (fig. 20), ce qui aurait lieu si le point P n'était pas suffisamment éloigné, on mènerait par *p'* une parallèle *p'g'* à *fn* ; on reporterait *eg'* en *eg*, et c'est par le point *g* que l'on ferait passer la visée sur P, qui donnerait la vraie position du point *n* cherché.

DEUXIÈME SECTION.

ALTIMÉTRIE.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE ET PRATIQUE DU NIVELLEMENT DIRECT (PL. VIII).

§ 1er. Théorie du nivellement.

Objet du nivellement. Plan de comparaison.

Le nivellement a pour objet de déterminer les hauteurs relatives de deux ou d'un plus grand nombre de points. Ces hauteurs sont mesurées sur les verticales passant par les différents points, à partir d'un plan horizontal qu'on appelle *plan de comparaison*, et qui peut être soit au-dessus, soit au-dessous de tous les points que l'on considère.

Cote ou dépressitude.

Si le plan de comparaison est supérieur, la longueur mesurée sur la verticale d'un point entre ce point et le plan, ce qu'on pourrait appeler en un mot l'ordonnée verticale du point, prend le nom de *cote* ou *dépressitude,* et l'on voit immédiatement que, dans ce cas, la cote est d'autant plus faible que le point est plus élevé.

Altitude.

Si, au contraire, le plan de comparaison est inférieur, l'ordonnée verticale d'un point prend le nom d'*altitude,* et quelquefois même on lui donne encore, par habitude, le nom générique de *cote;* mais alors elle a une valeur numérique d'autant plus considérable que le point est plus élevé. C'est ce dernier mode de représentation qui est le plus généralement employé aujourd'hui. Il paraît, en effet, plus rationnel sous bien des rapports, et d'ailleurs il a permis de rendre tous les nivellements comparables entre eux, par l'adoption d'un même plan général de comparaison, comme nous le verrons plus loin.

Différence de niveau.

Quel que soit, du reste, le système qu'on adopte, la *différence de niveau* de deux points dont les cotes ou les altitudes sont connues s'obtiendra par une simple soustraction. On a soin, d'ailleurs, comme nous le disions en commençant, de choisir, autant que possible, le plan de comparaison, de manière que tous les points dont on s'occupe se trouvent du même côté, afin d'éviter l'em-

barras de deux catégories de cotes, que l'on distinguerait en affectant du signe — les cotes des points qui se trouveraient exceptionnellement de l'autre côté du plan de comparaison. On aurait ainsi des cotes négatives, et il faudrait naturellement tenir compte des signes dans le calcul des différences de niveau, ce qui revient à dire qu'il faudrait faire des opérations algébriques.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que les verticales sont des droites parallèles entre elles; mais, à cause de la forme arrondie de la terre, cela n'est pas rigoureusement exact, et l'est d'autant moins que l'on considère une surface de terrain plus étendue. Nous sommes conduit, alors, à modifier un peu le sens de quelques termes employés plus haut.

Surface de niveau

On nomme *surface de niveau* une surface comme celle des eaux tranquilles, dont chaque élément est perpendiculaire à la direction de la pesanteur, et qui rencontre par conséquent toutes les verticales à angle droit. Dans les applications que nous aurons à faire de ces surfaces, nous les supposerons sphériques et ayant pour rayon le rayon de courbure moyen $R = 6,366,500$ mètres. Nous admettrons aussi que toutes les surfaces de niveau sont parallèles entre elles, ce qui n'est pas rigoureusement exact; mais l'erreur qui résulte de cette hypothèse est complétement négligeable dans les plus grandes opérations de nivellement.

Surface de comparaison.

Alors, au lieu de prendre un plan de comparaison supérieur ou inférieur, nous prendrons une *surface de comparaison,* laquelle pourra être également supérieure ou inférieure à tous les points considérés.

Nous appellerons alors cotes ou altitudes des points les portions des verticales comprises entre ces points et la surface de comparaison. Tout ce que nous avons dit en commençant est donc encore applicable.

Niveau moyen de la mer.

C'est à la surface de niveau formée par les eaux de la mer supposée tranquille et prolongée par la pensée au-dessous des continents, que l'on est convenu de rapporter les cotes du terrain, qui portent alors plus spécialement le nom d'*altitudes*. Mais comme on n'a pas tardé à constater que le niveau moyen de la mer n'était pas constant, mais qu'il variait d'un port à un autre [1], on a adopté, en France, en vertu d'une décision du ministre des travaux publics, un niveau moyen de convention que l'on a repéré par un trait gravé sur le mur de quai du port de Marseille. C'est ce trait qui est le point de départ officiel de toutes nos altitudes, et c'est à ce trait, coté zéro, qu'a été rapporté

[1] Voir, pour plus de détails sur ce sujet, la troisième partie du cours, *Opérations trigonométriques*.

l'immense réseau de nivellement dont M. Bourdaloue a couvert toute la France, et grâce auquel on arrivera peut-être un jour à l'uniformité si désirable des altitudes dans les différents services.

Soient C le centre de courbure des surfaces de niveau, A et B deux points de la surface de la terre (fig. 1). La différence de niveau des deux points A et B est la portion AH de la verticale de l'un d'eux qui est comprise entre ce point et la surface de niveau BKH, qui passe par l'autre. Ou bien, si nous considérons une surface de niveau supérieure passant par un point N, on peut dire encore que la différence de niveau de A et de B est la différence des abaissements BB' et AA' des deux points au-dessous de cette surface. **Différence de niveau.**

Mais, dans les opérations de nivellement, ce n'est pas ainsi tout à fait que les choses se passent, car les instruments de nivellement servent à déterminer un plan horizontal de visée au-dessous duquel on mesure les abaissements des différents points, et c'est la différence de ces abaissements qui donne les différences de niveau. Il est indispensable de savoir quelle erreur on commet ainsi.

Considérons la surface de niveau *aNb* (fig. 2) passant par l'instrument de nivellement N, et soit B un point de la surface de la terre sur lequel nous faisons porter la mire, c'est-à-dire une règle divisée destinée à mesurer l'abaissement du point au-dessous de la surface de niveau *aNb*. Le plan horizontal de visée NH donnera une certaine hauteur de mire B*m*, qui représentera l'abaissement du point au-dessous de ce plan, tandis que la quantité qui doit concourir à donner la différence de niveau cherchée est l'abaissement B*b* au-dessous de la surface de niveau *aNb*. La différence $Bm - Bb = bm$ représente précisément l'erreur commise, et constitue ce qu'on appelle *l'erreur due à la sphéricité de la terre;* nous la désignerons par *s*. **Erreur de sphéricité.**

D'un autre côté, par suite de la réfraction que les rayons lumineux éprouvent en traversant les couches inférieures de l'atmosphère, ils ne suivent pas des lignes droites, comme nous l'avons supposé jusqu'à présent, mais ils décrivent des courbes qui sont généralement concaves vers le centre de la terre, et c'est suivant la tangente au dernier élément de ces courbes que nous les apercevons. L'effet de la réfraction est donc de faire paraître généralement les objets plus élevés qu'ils ne le sont réellement, de sorte que les rayons lumineux qui arrivent en N, dans la direction de l'horizontale NH, partent de points qui sont situés au-dessous de cette horizontale. La mire que nous croyons voir en *m* **Erreur de réfraction.**

n'est donc en réalité qu'en un point m' placé plus bas. Cette quantité mm' est ce qu'on appelle *l'erreur due à la réfraction atmosphérique,* que nous désignerons par r, et nous voyons que cette erreur viendra en déduction de l'erreur de sphéricité, de telle sorte que, si nous désignons par n l'erreur finale, nous aurons : $n = s - r$. Cette quantité n prend le nom d'erreur du *niveau apparent.* Nous allons chercher sa valeur.

Erreur de niveau apparent.

Et d'abord occupons-nous de l'erreur de sphéricité. Posons $Nm = D$ et $CN = Cb = R$. Le triangle rectangle NCm donne :

$$\overline{Cm}^2 = \overline{Nm}^2 + \overline{CN}^2.$$

Or $$Cm = R + s;$$

donc $$R^2 + s^2 + 2Rs = R^2 + D^2;$$

d'où $$s = \frac{D^2}{2R + s},$$

et, en négligeant s en présence de $2R$ au dénominateur, il reste

(1) $$s = \frac{D^2}{2R},$$

ce qui nous montre que l'erreur de sphéricité varie proportionnellement au carré des distances, et, si nous appliquons la formule pour quelques valeurs de D', nous trouvons :

Pour $D = 100^m$, $1{,}000^m$, $2{,}000^m$, $5{,}000^m$,...
$s = 0^m{,}000785$, $0^m{,}079$, $0^m{,}314$, $1^m{,}963$,...

ce qui prouve que, même dans un plan de médiocre étendue, il n'est pas permis, pour le nivellement, de confondre la surface de niveau à laquelle on rapporte les cotes avec son plan tangent, puisque l'erreur qui en résulterait dépasserait de beaucoup les inexactitudes que comportent les opérations mêmes du nivellement.

Quant à la valeur de l'erreur de réfraction, elle est plus difficile à déterminer d'une manière sûre, parce que la courbe de la trajectoire lumineuse est extrêmement variable; elle dépend, en effet, de la pression, de la température et de l'état hygrométrique de l'air. Cependant, il résulte d'observations nombreuses que, sous nos climats tempérés et dans les conditions atmosphériques ordinaires, la trajectoire d'un rayon lumineux ne s'écarte pas beaucoup d'un arc de cercle dont le rayon de courbure est égal à $6{,}25 \times R$. Nous admettrons donc cette hypothèse, et alors pour obtenir la valeur de l'erreur de réfraction

il suffira, dans la formule (1), de remplacer s par r et R par $6{,}25 \times R$. Nous aurons ainsi :

$$(2) \qquad r = \frac{D^2}{12{,}5 \times R},$$

et comme on a $n = s - r$, en retranchant les deux formules (1) et (2) l'une de l'autre, nous aurons en définitive

$$(3) \qquad n = \frac{D^2}{2R} - \frac{D^2}{12{,}5 \times R} = 0{,}0000000654 \times D^2.$$

On en conclut, en passant aux chiffres :

Pour $D = 100^m$, 200^m, 300^m....
$n = 0^{mm},7$, $2^{mm},6$, $5^{mm},9$..

En résumé, il faut se rappeler que l'erreur du niveau apparent est environ de $\frac{2}{3}$ de millimètre pour 100 mètres, et qu'elle croît proportionnellement au carré de la distance. Avec ces données, on la calculera facilement pour la distance approchée sur laquelle on a pris une hauteur de mire, et il faut se rappeler que la correction à faire est soustractive. **Valeur de l'erreur du niveau apparent.**

D'ailleurs, le mieux est encore d'éliminer cette cause d'erreur, en mettant le niveau à peu près à égale distance des deux points que l'on considère, car alors l'erreur du niveau apparent affecte également les deux hauteurs de mire et disparaît par conséquent dans leur différence. D'ailleurs, si le niveau n'est pas exactement à égale distance des deux points, l'erreur qui affectera leur différence de niveau ne sera que la différence des erreurs du niveau apparent qui affecteront chaque hauteur de mire. Par suite, dans la pratique, on peut généralement négliger cette erreur pour des portées moindres que 150 mètres, car, pour cette distance, elle n'est que de $1^{mm},5$, et, par conséquent, on pourra toujours se mettre à vue assez exactement au milieu de la distance des deux points pour que l'erreur à craindre sur la différence de niveau soit négligeable. **Moyen d'éliminer cette erreur.**

§ 2. Procédés de nivellement direct.

Toute opération de nivellement exige l'emploi de deux instruments distincts: l'un, le niveau, est destiné à donner une ligne de visée horizontale; l'autre, la mire, est une règle divisée, munie ou non d'un voyant, et sert à mesurer les abaissements des différents points au-dessous du plan du niveau, en faisant abstraction de l'erreur du niveau apparent. Nous étudierons plus tard les différentes espèces de niveaux et de mires; mais nous allons d'abord exposer **Instruments nécessaires pour le nivellement.**

les procédés que comporte le nivellement direct, quels que soient les instruments que l'on emploie.

Opération élémentaire du nivellement. L'opération élémentaire du nivellement a pour objet de déterminer la différence de niveau des deux points 1 et 2 (fig. 3). Pour cela, on établit le niveau entre les deux points considérés et l'on fait porter successivement la mire sur chacun d'eux; on obtient ainsi deux hauteurs de mire m_1 et m_2, qui donnent les abaissements de 1 et de 2 au-dessous du plan horizontal du niveau, et la différence $m_1 - m_2$ donnera la différence de ces abaissements, c'est-à-dire la différence de niveau cherchée, quantité qui pourra être positive ou négative, suivant les valeurs relatives des hauteurs de mire m_1 et m_2. Voyons maintenant comment des opérations élémentaires de ce genre peuvent s'enchaîner pour faire un nivellement plus ou moins étendu.

On emploie deux procédés distincts pour le nivellement direct: le procédé *de cheminement* et le procédé *de rayonnement.*

Procédé de cheminement. Le premier consiste à opérer par enceintes fermées, en se transportant successivement avec l'instrument entre les deux points dont on cherche la différence de niveau; on revient ainsi, après un circuit plus ou moins long, au point d'où l'on est parti, de manière que les opérations soient vérifiées *par fermeture.* Expliquons cela par un exemple : soit un polygone 1, 2, 3, 4, 5,... (fig. 4), dont les sommets sont des points remarquables du terrain, bornes, seuils de portes, etc. ou simplement des piquets enfoncés à fleur du sol, et dont les côtés sont plus ou moins longs suivant l'instrument employé. On connaît, par exemple, l'altitude A_1 du point 1, et l'on veut avoir les altitudes A_2, A_3, A_4,... des points 2, 3, 4,... On met le niveau en station entre 1 et 2, et l'on prend sur 1 et 2 les deux hauteurs de mire m_1 et m_2; la première, prise sur le point connu, est ce que l'on appelle le coup de niveau ou hauteur

Coup d'arrière et coup d'avant. de mire *arrière,* et la seconde, sur le point à déterminer, est le coup de niveau ou la hauteur de mire *avant.* Soit n l'altitude du niveau, on aura

$$n = A_1 + m_1 = A_2 + m_2, \quad \text{d'où} \quad A_2 = A_1 + (m_1 - m_2),$$

c'est-à-dire que, pour avoir l'altitude du point 2 en fonction de celle du point 1, il faut ajouter à cette dernière la différence des deux hauteurs de mire prises sur ces points, ou mieux la somme algébrique de ces hauteurs, en ayant soin d'affecter du signe + le coup d'arrière, et du signe — le coup d'avant; ces signes sont gravés, d'ailleurs, dans le carnet des opérations, en tête des colonnes destinées à recevoir respectivement les coups d'arrière et les coups d'avant. (Voir le modèle de ce carnet à la page 159 ci-contre.)

Modèle du carnet de nivellement par cheminement.

NUMÉROS DES POINTS.	HAUTEURS DU VOYANT — EN ARRIÈRE. +	HAUTEURS DU VOYANT — EN AVANT. −	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — ADDITIVES.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — SOUSTRACTIVES.	COTES DES POINTS — DÉDUITES.	COTES DES POINTS — COMPENSÉES.	REMARQUES.
POLYGONE A, PARTANT DU POINT 1 DONNÉ ET SE FERMANT AU MÊME POINT.							
1					41^m,527	41^m,527	Cote donnée.
	1^m,273	−1^m,550	2^m,283	″			
2					44 ,350	44 ,346	La mire est en contre-bas du point 2.
	3 ,825	0 ,946	2 ,879	″			
3					47 ,229	47 ,221	
	0 ,443	3 ,303	″	2^m,860			
4					44 ,369	44 ,347	
	″	″	″	″			
″					″	″	
	″	″	″	″			
10					41 ,607	41 ,571	
	2 ,890	0 ,392	2 ,498	″			
11					44 ,105	44 ,065	
	0 ,235	2 ,769	″	2 ,534			
1					41 ,571	41 ,527	Cotes d'arrivée.
					41 ,527	41 ,527	Cote de départ.
Sommes.	20 ,243	20 ,199	10 ,578	10 ,534			
Diff. égales...	+0^m,044		+0^m,044		+0^m,044	0^m,000	Erreur de fermeture +0^m,044.
TRAVERSE *a*, ALLANT DU POINT 6 AU POINT 1 DU POLYGONE A.							
6					48^m,957	48^m,957	Cote compensée du polygone A (la mire est en contre-bas du point 6).
	−1^m,583	3^m,845	″	5^m,428			
12					43 ,529	43 ,533	
	1 ,073	1 ,915	″	0 ,842			
13					42 ,687	42 ,695	
	1 ,102	2 ,274	″	1 ,172			
1					41 ,515	41 ,527	Cotes d'arrivée.
					48 ,957	48 ,957	Cote de départ.
Sommes.	0 ,592	8 ,034	″	7 ,442			
Diff. égales...	−7^m,442		−7^m,442		−7^m,442	−7^m,430	Erreur de fermeture −0^m,012.

REPÈREMENTS DES POINTS.

Vérification par fermeture.

On répète la même opération successivement entre 2 et 3, entre 3 et 4, etc. et l'on obtient de proche en proche A_3 en fonction de A_2, A_4 en fonction de A_3, et ainsi de suite. On arrive enfin à déterminer l'altitude du point 1 en fonction de celle du point précédent, et c'est en cela précisément que consiste la vérification du procédé de cheminement, puisque l'on doit retrouver l'altitude déjà connue du point 1.

Il peut arriver aussi que le cheminement, partant d'un point 1 connu, aboutisse à un point *n* dont l'altitude soit également connue; dans ce cas, les opérations se font d'une manière anologue et sont vérifiées comme précédemment, par la fermeture.

Vérification des calculs.

Mais il n'est même pas besoin de faire immédiatement le calcul des altitudes successives pour vérifier les opérations, d'autant plus que, bien souvent, on fait des fautes dans le calcul des différences de niveau, et qu'il importe avant tout de s'assurer qu'il n'existe pas de fautes de ce genre. Le carnet permet d'ailleurs de faire très-facilement les vérifications des calculs et des opérations.

1° Puisque les différences de niveau, qui ont été, suivant leurs signes, inscrites soit dans la colonne *additives*, soit dans la colonne *soustractives*, sont les sommes algébriques des coups d'arrière et des coups d'avant, nombres inscrits dans les colonnes 2 et 3, le premier affecté du signe +, et le second du signe —, la somme algébrique des différences de niveau (*somme des différences additives, — somme des différences soustractives*) doit reproduire *exactement* la somme algébrique des hauteurs de mire (*somme des coups d'arrière — somme des coups d'avant*).

Si cela n'a pas lieu, c'est qu'on a commis des fautes de calcul qu'il faut rechercher avant tout.

Vérification des opérations.

2° Si le cheminement se ferme sur le point de départ, la somme algébrique des différences de niveau doit être nulle, et dans le cas où, partant d'un point connu, il aboutit à un autre point connu, cette somme algébrique doit reproduire la différence de niveau déjà connue des points de départ et d'arrivée. Telle est la vérification des opérations qu'il convient de faire avant de calculer les altitudes successives, afin de s'épargner un travail inutile, dans le cas où les opérations ne sont pas bonnes.

Erreur de fermeture.

Mais, en général, la somme algébrique des différences de niveau présentera toujours un certain écart, qui constitue *l'erreur de fermeture*. Si cet écart est explicable par les inexactitudes inévitables des opérations, suivant l'instru-

ment que l'on emploie, l'erreur de fermeture est admissible. Alors seulement on calculera les altitudes déduites, en ajoutant algébriquement aux altitudes successives les différences de niveau obtenues.

3° La dernière altitude résultant de ces calculs devra satisfaire à cette condition : *cote d'arrivée = cote de départ + somme algébrique des différences de niveau.* Si cela n'a pas lieu, c'est que l'on a commis une faute d'addition ou de soustraction dans les calculs successifs des altitudes; il faut la rechercher.

Alors, la faute une fois retrouvée, la cote d'arrivée sera égale à ce qu'elle devrait être plus ou moins l'erreur de fermeture; on devra donc retrouver pour cette erreur exactement la même valeur que celle résultant de l'écart constaté plus haut dans la somme algébrique des différences de niveau. On répartit cette quantité par parties égales sur toutes les altitudes déduites, et on obtient les altitudes compensées, qui sont les altitudes définitives des points.

Telles sont les vérifications successives des calculs et des opérations, auxquelles se prête très-bien la disposition donnée au carnet de nivellement par cheminement.

Recherche des fautes. Traverses.

Si l'erreur de fermeture était trop considérable, elle accuserait une ou plusieurs fautes commises sur le terrain; il faudrait les rechercher. Mais, au lieu de reprendre toutes les opérations, on pourra ici, comme pour la planimétrie, décomposer le polygone par des traverses en parties plus petites, que l'on vérifiera isolément par fermeture. Dans tous les cas, il faudra bien se garder d'effacer les premiers résultats obtenus, car, quand on recommencera les visées d'où l'on doit conclure la différence de niveau de deux points, on aura soin de comparer cette nouvelle différence de niveau à l'ancienne; s'il n'y a pas eu de fautes commises, elles devront être égales, quoique les hauteurs de mire qui les donnent puissent être très-différentes.

Vérification directe de nivellements en long.

Certains cheminements ne peuvent pas être vérifiés par fermeture : tels sont les nivellements de profils en long, pour projets de routes, de canaux, de chemins de fer. Dans ce cas, il n'y a pas d'autre moyen de vérification que de faire recommencer le nivellement une seconde fois, et, autant que possible, par un opérateur différent, de manière à se mettre dans les meilleures conditions d'indépendance pour les opérations. On repasse exactement sur les mêmes points, et on a soin de comparer deux à deux les différences de niveau obtenues par les deux opérateurs. Là où se présente une discordance qui n'est pas explicable par les inexactitudes inévitables des opérations, c'est qu'il y a une faute : il faut la rechercher.

Ce second mode de vérification, disons-le en passant, plus coûteux et moins rapide que le premier, est, par contre, beaucoup plus sûr. Il constitue la vérification directe, tandis que la fermeture n'est qu'une vérification indirecte, absolument comme dans la planimétrie.

Nécessité de changer de station pour chaque différence de niveau.

Ce procédé de cheminement est long, mais il est exact, et il présente même cet avantage que les erreurs se trouvent en partie compensées par la répartition de l'erreur de fermeture. Il laisse difficilement passer les fautes inaperçues, à moins que, pour gagner du temps, on n'ait voulu, d'une même station S (fig. 5), viser trois points successifs 3, 4 et 5. Dans ce cas, une faute quelconque commise sur la hauteur de mire prise sur 4, faute qui influera d'une manière grossière sur l'altitude de ce point 4, passera forcément inaperçue. En effet, cette hauteur de mire sera prise négativement dans la différence de niveau 3-4, et positivement dans la différence de niveau 4-5, ou autrement elle sera considérée successivement comme coup d'arrière et comme coup d'avant dans le carnet; par conséquent, elle n'influera pas sur la somme algébrique des différences de niveau, ni par suite sur la fermeture du polygone. De là cette règle, que, dans le nivellement par cheminement, il est essentiel de changer de station pour chaque différence de niveau.

Choix de la station à égale distance des deux points.

Pour l'exactitude du nivellement par cheminement, il importe beaucoup que, en chaque station, l'instrument soit à peu près à égale distance des deux points dont on cherche la différence de niveau. Nous verrons, en effet, plus loin, que tous les niveaux peuvent être affectés d'erreurs constantes, tenant soit à l'œil de l'opérateur, soit à une imperfection de l'instrument, et d'où il résulte que la ligne de visée est inclinée, lorsqu'on la croit horizontale. Si l'on est à égale distance des deux points, les erreurs qui affecteront les deux hauteurs de mire étant égales et de même signe seront sans influence sur la différence de niveau cherchée.

En même temps, on annulera les erreurs tenant à la sphéricité de la terre et à la réfraction atmosphérique, erreurs qui, quoique beaucoup moins importantes que les précédentes, peuvent cependant, dans certains cas, comme nous l'avons vu, n'être pas négligeables.

Procédé par rayonnement.

Le procédé par cheminement est excellent, mais il est assez lent, à cause de la nécessité de changer de station pour chaque différence de niveau. Le procédé par rayonnement est beaucoup plus rapide; voici en quoi il consiste :

Marche

Le niveau étant en station en N (fig. 6) et calé, on envoie la mire sur un

point R dont l'altitude est connue. Soient r la hauteur de mire prise sur ce point, A_R l'altitude de R, et n l'altitude du plan du niveau, on aura alors

des opérations.

$$n = A_R + r.$$

On fait ensuite porter la mire successivement sur tous les points 1, 2, 3,... situés dans la portée du niveau et dont on veut avoir les altitudes. Soient m_1, m_2, m_3,... les hauteurs de mire ainsi obtenues, et A_1, A_2, A_3,... les altitudes de ces différents points, on aura

$$A_1 = n - m_1, \quad A_2 = n - m_2, \quad A_3 = n - m_3, \ldots$$

Toutes les opérations sont enregistrées, ainsi que les calculs des altitudes, dans un carnet spécial, dont le modèle est à la page 164 ci-contre.

Avantage et inconvénient de ce procédé.

Ce procédé est très-rapide, puisque d'une même station on vise un très-grand nombre de points, dont on détermine les altitudes indépendamment les unes des autres, tandis que, dans le cheminement, chaque nouveau point exige une nouvelle station, et, par suite, un nouveau calage de l'instrument. Mais le rayonnement a l'inconvénient de ne pas offrir de vérifications. Les diverses altitudes déterminées étant indépendantes les unes des autres, on peut commettre une faute grossière sur une hauteur de mire sans que l'on en soit averti par la suite des opérations, à moins que l'on ne s'astreigne à prendre les cotes des mêmes points de deux stations distinctes du niveau. Mais cela dénaturerait complétement le caractère du procédé par rayonnement, dont le grand avantage est la rapidité, et qui ne se prêterait même pas très-bien à cette manière d'opérer.

Canevas de nivellement. Points de repère.

D'ailleurs, le rayonnement n'est employé que pour faire le nivellement de détail d'un terrain plus ou moins étendu, et alors on combine les deux procédés, comme nous le verrons plus tard. On établit d'abord un canevas nivelé par cheminement, qui donne *des repères* assez nombreux pour que l'on puisse y rattacher facilement le niveau dans les opérations de rayonnement, au moyen desquelles on prend les cotes de détail.

Changement de station sur repère provisoire.

Quelquefois, cependant, on rattache deux stations successives du niveau l'une à l'autre, à l'aide d'un point intermédiaire qui sert de repère provisoire, et sur lequel on prend la hauteur de mire avec plus de soin que dans les opérations ordinaires. D'ailleurs, comme une faute sur l'altitude du niveau peut être très-préjudiciable, puisqu'elle influe sur toutes les altitudes déterminées

Modèle du carnet de nivellement par rayonnement.

INDICATION DES POINTS.	HAUTEURS DU VOYANT.	COTE DU POINT DE REPÈRE.	COTE DU PLAN DU NIVEAU.	COTES DES POINTS NIVELÉS.	OBSERVATIONS.	DÉSIGNATION DES POINTS.
NIVELLEMENT DE LA COUPURE DE LA CONTRE-GARDE 27.						*Profil à l'extrémité de la branche droite.*
Repère 2.	1m,553	44m,349	45m,90	"		
a.	3 ,31	"	"	42m,59		
b.	1 ,13	"	"	44 ,77		
(*c*). . . .	0 ,154	"	"	45 ,746	Repère provisoire.	
d.	1 ,55	"	"	44 ,35		*Profil en capitale.*
Repère (*e*). . . .	2m,466	45m,746	48m,21	"	Changement de station sur le repère provisoire (*c*) du profil précédent.	
a.	3 ,72	"	"	44m,49		
b.	0 ,94	"	"	47 ,27		
c.	−0 ,02	"	"	48 ,23		
d.	1 ,30	"	"	46 ,91		
e.	2 ,80	"	"	45 ,41		
a.	2 ,20	"	"	46 ,01		*Extrémité de la branche gauche.* *Plan.*
b.	1 ,14	"	"	47 ,07		
c.	0 ,42	"	"	47 ,79		
d.	1 ,73	"	"	46 ,48		
e.	3 ,04	"	"	45 ,17		
f.	3 ,18	"	"	45 ,03		
(*g*) . . .	3 ,536	"	"	44 ,674	Repère provisoire.	
Repère 13. . . .	3m,336	41m,547	44m,88	"	Changement de station.	
(*g*). . . .	0 ,20	"	"	44m,68	Point de la station précédente (vérification du cheminnemt).	

Diagram labels: a, b, c, d (Profil à l'extrémité de la branche droite); a, b, c, d, e (Profil en capitale); a, b, c, d, e, f, g (Plan).

de la station considérée, on cherche autant que possible à éviter d'avoir plus de deux stations consécutives sur repère provisoire, et on a soin de vérifier, aussitôt qu'on le peut, les stations ainsi faites, en les rattachant à l'un des points du canevas, dès qu'il s'en trouve un dans la portée du niveau.

Pour la même raison aussi, on rattache autant que possible chaque station du niveau à deux points de repère différents, ce qui donne au moins une vérification relativement à l'altitude du niveau.

Nous verrons plus loin comment on applique ces principes pour arriver, suivant les cas, à la représentation géométrique du relief du sol.

CHAPITRE II.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT DIRECT. — NIVEAUX À VISÉE SIMPLE (PL. VIII).

§ 1er. NIVEAUX DE MAÇON ET DE PAVEUR.

Principe du niveau à perpendicule.

Tout instrument de nivellement étant destiné à donner la direction de l'horizontale, la première idée qui s'offre à l'esprit pour obtenir un niveau est de se servir du fil à plomb et de mener une perpendiculaire à la direction verticale qu'il fournit. De là résultent les différents niveaux à perpendicule, et, en particulier, le niveau de maçon, le plus simple et le plus connu de tous.

Niveau de maçon.

Le niveau de maçon se compose essentiellement de deux règles en bois AB et AC (fig. 7), assemblées en A et reliées par une troisième règle BC, de manière à former un triangle isoscèle, généralement rectangle en A, afin qu'il puisse en même temps servir d'équerre. Les deux côtés AB et AC du triangle sont prolongés au delà de la traverse BC, et leurs extrémités P et Q sont réglées de telle sorte qu'elles se trouvent dans un même plan perpendiculaire à la direction AR, laquelle est déterminée par le sommet A et par un trait R marqué au milieu de la traverse BC. Ce trait prend le nom de *ligne de foi*. Un fil à plomb FG, attaché près du sommet, en un point de la ligne AR, permet de placer horizontalement la base PQ; il suffit, pour cela, qu'il vienne battre librement sur la ligne de foi R.

Cet instrument prend quelquefois une forme différente : c'est une règle terminée par deux appuis, et au milieu de laquelle s'élève à angle droit une deuxième règle munie d'une ligne de foi et d'un fil à plomb (fig. 8).

Sa vérification.

Avant d'employer un niveau de maçon, il faut le vérifier, ce qui consiste à s'assurer que la ligne AR est, en effet, perpendiculaire à la ligne PQ qui passe par les points d'appui. On pourrait se servir, pour cela, d'un plan horizontal bien dressé à l'avance, sur lequel on placerait le niveau, et le fil à plomb devrait battre exactement sur la ligne de foi, ou plutôt, pour régler le niveau, on devrait tracer la ligne de foi sous la position prise librement par le fil à plomb. Mais on aura rarement à sa disposition un plan d'une horizontalité bien assurée, et alors voici comment on opère :

Sur un plan quelconque, on trace une ligne droite MN (fig. 9), qui fera,

par exemple, un angle i avec l'horizon, et sur cette ligne on place les pieds P et Q du niveau. Le fil à plomb, abandonné à lui-même, prend la direction de la pesanteur, et on repère sa position à l'aide d'un petit trait d. Puis on retourne le niveau sur place, bout pour bout, de manière que P vienne en Q, et réciproquement. Dans ce mouvement, le sommet A n'a pas changé de place, et le fil à plomb qui a repris la direction de la verticale, comme tout à l'heure, vient battre en un second point d', que l'on marque d'un second trait, et qui est évidemment symétrique du premier par rapport à la perpendiculaire AR à la base PQ.

De plus, l'écart angulaire dAd' est double de l'angle RAd, et comme on a évidemment $RAd = i$, il en résulte que l'écart angulaire, déterminé par le fil à plomb dans les deux positions qu'on a données à l'instrument, accuse précisément le double du défaut d'horizontalité de la droite MN.

Voilà ce qui constitue le *principe du retournement,* qui est d'un usage continuel avec les instruments de nivellement. **Principe du retournement.**

On conclut facilement de ce qui précède le moyen de vérifier et de rectifier un niveau de maçon. Il faut, en effet, que la ligne de foi R soit exactement au milieu de l'intervalle dd'. On peut corriger le niveau, s'il y a lieu, soit en déplaçant ce trait de repère, soit en diminuant l'un des pieds P et Q.

Quand on s'est assuré que l'instrument est bien réglé, si l'on veut déterminer la différence de niveau entre A et B (fig. 10), voici comment on opère : on prend une règle bien droite, dont on pose une extrémité sur le point A, et on élève l'autre bout le long d'une deuxième règle divisée, placée verticalement sur le second point B, jusqu'à ce que le niveau placé sur le milieu de la première indique l'horizontalité. On lit alors sur la règle verticale la différence de niveau des deux points A et B. **Usage du niveau de maçon.**

Il est bon de mettre le niveau sur le milieu de la règle AC, et non près d'une extrémité, car, si cette règle est un peu longue, elle fléchira forcément sous son propre poids, et les indications du niveau placé près d'une des extrémités seraient erronées.

Pour éviter les inconvénients de la flexion ou du défaut de rectitude de la règle sur laquelle on fait reposer le niveau de maçon, on lui donne la forme que nous avons déjà indiquée (fig. 8), mais en donnant à la règle horizontale une bien plus grande longueur. On a alors ce que l'on appelle le niveau de paveur (fig. 11), dans lequel la règle auxiliaire dont nous nous servions tout

à l'heure fait partie intégrante de l'instrument; c'est sur elle que l'on fixe la ligne de foi, dont on vérifie d'ailleurs la position par retournement.

Inconvénients du niveau de maçon.

Ce procédé de nivellement ne peut évidemment servir que pour des points peu éloignés les uns des autres; pour de grandes distances, il serait trop long et n'offrirait pas une exactitude suffisante. L'action du vent sur le fil à plomb serait, d'ailleurs, une cause considérable de gêne et d'incertitude. Aussi l'usage du niveau de maçon est-il restreint à quelques nivellements de détail dans les constructions et dans les levers de bâtiments ou de machines. Il est, même dans ces cas, remplacé avantageusement par le niveau à bulle d'air, dont l'usage se généralise de plus en plus.

§ 2. Niveau à bulle d'air.

Fiole à bulle d'air.

Le niveau à bulle d'air consiste dans un tube de verre de forme cylindrique (fig. 12), presque entièrement rempli d'un liquide, qui est généralement de l'alcool ou de l'éther [1], et fermé hermétiquement à la lampe à ses deux extrémités; la bulle d'air mélangé de vapeur d'alcool ou d'éther qui reste dans la fiole tend à se placer toujours au point le plus haut, et, pour faciliter l'effet de cette tendance, on a eu soin de roder intérieurement la paroi supérieure du tube, de manière à lui donner une courbure plus ou moins prononcée dans le sens de sa longueur, le milieu du tube étant plus élevé que les extrémités.

Directrice de la fiole.

Alors, quand la bulle s'arrête en un point de cette surface en forme de tore, le rayon de courbure correspondant au milieu de la bulle est vertical, ou, ce qui revient au même, la tangente en ce point à la courbure intérieure est horizontale. Par conséquent, si l'on fixe extérieurement au tube une règle parallèle à la tangente menée au point milieu de la courbure intérieure (habituellement la fiole porte des divisions symétriquement placées par rapport à ce milieu), il suffira d'amener la bulle en ce point, pour que la règle devienne elle-même horizontale. Cette tangente à la courbure intérieure de la fiole est ce qu'on appelle la *directrice* de la fiole.

Sensibilité du niveau.

Avant de se servir d'un niveau à bulle d'air, la première chose à faire est de déterminer sa sensibilité, c'est-à-dire la quantité dont il faut incliner la fiole pour produire un déplacement déterminé de la bulle. Lorsque le milieu de la

[1] L'alcool et l'éther jouissent de la propriété de ne pas geler et d'être, l'éther surtout, dépourvus de viscosité; mais ce dernier liquide a l'inconvénient d'être très-dilatable par la chaleur, ce qui fait que la bulle diminue beaucoup de longueur et de mobilité, quand la température augmente.

bulle correspond au point M, milieu de la fiole, le rayon de courbure MC est vertical. Si l'on incline la fiole d'un angle i, la bulle se déplacera et son centre viendra, par exemple, en N; alors c'est le rayon de courbure NC qui sera vertical, tandis que le rayon MC se sera incliné et fera avec NC un angle précisément égal à i. Nous aurons donc :

$$\sin i = \frac{MN}{MC} = \frac{MN}{R}, \qquad \text{ou} \qquad (i)'' = \frac{MN}{R \sin 1''},$$

R étant le rayon de courbure de la surface intérieure de la fiole, rayon que nous supposons constant.

On conclut de là : 1° que pour un même niveau le déplacement de la bulle est proportionnel à l'inclinaison; 2° que pour une même inclinaison i donnée à diverses fioles, le déplacement MN des bulles est proportionnel au rayon de courbure; ou autrement que, pour un même déplacement MN du centre de la bulle, l'angle i des deux rayons de courbure verticaux, c'est-à-dire l'angle dont s'est inclinée la directrice de la fiole, est d'autant plus petit que le rayon de courbure R est plus grand. Ce rayon de courbure est donc une mesure certaine de la *sensibilité d'un niveau*. Une fiole sera, en effet, d'autant plus sensible qu'il faudra une inclinaison i plus faible pour produire un déplacement donné du centre de la bulle, et, par conséquent, que le rayon de courbure R sera plus grand.

Détermination de la sensibilité.

En général, on ne connaîtra pas à l'avance la valeur du rayon de courbure de la fiole, et on peut déterminer la sensibilité et, par suite, le rayon de courbure de la manière suivante :

On place le niveau sur une règle RE, dont on cale les extrémités de façon que la bulle soit au milieu du tube (fig. 13); puis on soulève l'une des extrémités de la règle d'une certaine quantité EE'. Alors le rayon de courbure, qui était primitivement vertical, va s'incliner d'une quantité correspondante, en formant avec le nouveau rayon de courbure vertical un triangle CMN semblable au triangle REE', ce qui donne

$$\frac{EE'}{RE} = \frac{MN}{R} = \sin i. \tag{a}$$

Par suite, si nous considérons un déplacement constant du centre de la bulle, MN = 1 millimètre, par exemple, nous voyons que plus le rayon de courbure R sera grand, plus le rapport $\frac{EE'}{RE}$ sera petit, et, comme la longueur RE de la règle est constante, plus la quantité EE' dont il faudra soulever l'une

de ses extrémités pour produire ce déplacement constant de 1 millimètre sera elle-même petite, plus l'inclinaison i correspondante sera faible.

Caractéristique de la fiole.

Donc le rapport $\frac{EE'}{RE}$, dont on peut mesurer facilement les éléments, donnera la mesure de la sensibilité du niveau, ou ce que l'on appelle la *caractéristique* de la fiole. La même formule (a) pourra servir, en même temps, à déterminer le rayon de courbure R, puisque toutes les autres quantités qui y entrent peuvent être facilement mesurées.

Ce procédé est applicable pour les niveaux à bulle d'air isolés ou fixés sur la règle d'une alidade; quand la fiole fait partie d'un instrument muni d'une lunette et de vis calantes, on emploie des procédés plus précis, que nous décrirons plus loin.

Avantage de connaître la sensibilité de la fiole.

Connaissant la sensibilité de la fiole que l'on emploie, on saura dans quelle limite on pourra tolérer les écarts de la bulle à droite ou à gauche de sa position moyenne, suivant le degré de précision dont on a besoin dans les opérations que l'on a à faire.

Niveau fixe et niveau rectifiable.

Parmi les niveaux à bulle d'air, les uns ont la fiole fixée invariablement sur la règle en cuivre qui la porte, et qui doit être alors, par construction, exactement parallèle à la directrice de la fiole; dans les autres, au contraire, il y a des vis de rectification qui permettent de corriger la position de la fiole par rapport à la règle, si elle vient à se déranger. Mais disons tout de suite qu'il est préférable pour les niveaux isolés, qui n'ont ordinairement que peu de sensibilité (un rayon de courbure de 4 à 5 mètres suffit), qu'il n'y ait pas de vis de rectification, car ces vis sont toujours une cause de dérangement; seulement il faut alors que la fiole soit bien mastiquée, ce que l'on constate en s'assurant qu'elle ne peut pas se déplacer dans sa monture.

Vérification du niveau.

Quoi qu'il en soit, il faut toujours vérifier un niveau avant de s'en servir. Pour cela, on le place sur une table bien stable, de manière que la bulle soit bien exactement au milieu du tube; on repère avec soin sa position et on le retourne bout pour bout sur place (fig. 14). Alors, si le dessous de la règle n'est pas parallèle à la directrice de la fiole, la ligne AB ne sera pas horizontale, et après le retournement la directrice NI, qui, tout à l'heure, était horizontale, sera venue prendre, par rapport à la parallèle A'B' à AB, une position N'I' symétrique de la première. Par conséquent, le déplacement constaté de la bulle indiquera le double du défaut de parallélisme de la règle et de la directrice.

Pour faire la correction, si le niveau est muni d'une vis de rectification, il faudra agir sur cette vis qui soulève ou abaisse l'une des extrémités de la fiole, de manière à faire rétrograder la bulle de la moitié de son déplacement, car alors NT' sera venu se confondre avec A'B'; nous aurons donc rendu la direction parallèle au dessous de la règle. Rectification.

S'il n'y a pas de vis de rectification, on introduira des cales de papier sous l'un des supports de la fiole sur la règle, après avoir dévissé un peu la vis qui sert à le fixer.

La rectification est rarement faite exactement du premier coup; on recommence alors la même épreuve, et on fait la correction de la même manière, jusqu'à satisfaction.

Le niveau à bulle d'air s'emploie avec plus de commodité et de précision dans les mêmes cas et de la même manière que les niveaux de maçon ou de paveur. Il sert, de plus, dans les opérations délicates; tous les instruments de précision dans lesquels on a besoin d'une horizontale ou d'une verticale sont munis d'un niveau à bulle d'air. Usage du niveau à bulle d'air.

§ 3. Mires.

Pour les opérations du nivellement topographique proprement dit, qui a pour but de déterminer les hauteurs relatives de différents points du terrain, on ne se sert guère des instruments précédents; mais on emploie des instruments donnant une ligne, ou mieux un plan de visée horizontal, que l'on place en N entre les deux points A et B (fig. 15), dont on cherche la différence de niveau; avec eux, on fait usage d'une mire que l'on porte successivement sur les deux points A et B, pour déterminer les abaissements AM_1 et BM_2 au-dessous du plan de visée du niveau. La différence de ces *hauteurs de mire* donne la différence de niveau $BH = BM_2 - AM_1$ de A et B. Opération élémentaire du nivellement.

Les mires employées sont de deux sortes, les mires à coulisse et les mires parlantes. Nous ne parlerons ici que des premières, nous réservant de parler des secondes à propos des instruments avec lesquels on les emploie. Mires.

Les mires à coulisse se composent essentiellement de deux règles, de 2 mètres environ de longueur, dont l'une est mobile par rapport à l'autre dans une rainure; c'est la règle fixe, qui pose toujours sur le sol par l'une ou l'autre de ses extrémités. Un *voyant*, ou plaque en tôle peinte, porte vers son milieu une ligne de foi horizontale, sur laquelle on dirige la ligne de visée du niveau. Mires à coulisse.

Mires du commerce.

Dans les mires du commerce, le voyant peut glisser le long des deux règles à l'aide d'une embrasse munie d'une vis de pression, ce qui permet de le fixer à une hauteur quelconque plus petite que 2 mètres. Pour les hauteurs plus grandes, on fixe le voyant à l'extrémité de la règle mobile, que l'on fait mouvoir à son tour dans la rainure de la règle fixe; une seconde embrasse, munie d'une vis de pression, permet de la fixer à une hauteur quelconque, de telle sorte que l'on peut aller ainsi jusqu'à des hauteurs de mire de près de 4 mètres. Ces hauteurs sont lues, d'ailleurs, dans les deux cas, sur une graduation en centimètres portée par la règle fixe.

Mires de l'École d'application.

Les mires de l'École d'application, qui sont à la fois plus simples et plus commodes, sont de deux modèles différents. Dans l'un comme dans l'autre, le voyant est fixé à l'une des extrémités de la règle mobile ou *réglette,* et ne peut se mouvoir qu'avec elle. La ligne de foi du voyant est l'axe d'une raie blanche de 10 millimètres de largeur, ménagée vers le milieu de la plaque peinte en vermillon. Cette disposition est bien plus avantageuse, au point de vue de la précision du pointé, que celle des mires du commerce, dans lesquelles le voyant est divisé en quatre compartiments rectangulaires peints les uns en blanc, les autres en rouge[1].

Ligne de foi du voyant.

Emploi de la mire.

Pour les hauteurs de mire plus petites que 2 mètres, on donne à la mire une position telle que le voyant soit à la partie inférieure de la réglette, que l'on fait glisser jusqu'à ce que la ligne de foi soit à la hauteur voulue. Une vis de pression, située vers le milieu du voyant, permet de le fixer à cette hauteur, laquelle est lue sur une graduation portée par la face latérale de la règle fixe, qui se présente naturellement au porte-mire, lorsqu'il l'incline vers sa gauche.

Pour les hauteurs plus grandes que 2 mètres, on retourne la mire bout pour bout, de sorte que le voyant se trouve alors à la partie supérieure de la réglette, et monte avec elle, lorsqu'on la fait glisser dans sa rainure. Une seconde vis de pression, placée près de l'extrémité inférieure de la réglette, permet de la fixer à la hauteur convenable, et la lecture se fait sur une autre graduation portée par la deuxième face latérale de la règle fixe, laquelle se présente naturellement au porte-mire, lorsqu'il incline tout l'instrument vers sa gauche.

Lectures sur la mire.

Les deux faces de la règle fixe, sur lesquelles on fait les lectures, sont divi-

[1] Voir la notice publiée sur les mires par M. le colonel Goulier dans le n° 24 du *Mémorial de l'officier du génie.*

sées seulement en décimètres, et on lit les centimètres et les millimètres au moyen de languettes en laiton qui sont fixées près des extrémités de la réglette et qui font, pour ainsi dire, l'office de verniers.

Les mires ancien modèle de l'École d'application avaient juste 2 mètres de longueur, de sorte que les traits 0 et 2 mètres des deux graduations étaient respectivement aux deux extrémités de la règle fixe. Il résultait de là que c'étaient les extrémités de la réglette qui servaient d'index; par suite, pour faire une lecture, il fallait prendre d'abord sur la règle fixe le nombre de mètres et de décimètres correspondant au trait immédiatement inférieur au bout de la réglette; puis, pour lire le nombre de centimètres et de millimètres formant l'appoint de la hauteur de mire, il fallait se reporter sur la réglette de laiton en regard du trait immédiatement supérieur de la règle fixe. L'expérience a montré bien vite l'inconvénient de cette disposition, parce que les opérateurs avaient toujours de la tendance à faire la lecture complète en regard du trait qui était en prise avec la languette en laiton, ce qui faisait commettre très-fréquemment des fautes de 1 décimètre. De plus, avec ces mires, on ne pouvait pas fixer la règle mobile sur la règle fixe entre $1^{m},85$ et 2 mètres[1]. Mires anciennes. Leurs inconvénients.

Les mires du nouveau modèle, actuellement en service, ne présentent pas ces inconvénients. Elles ont $2^{m},10$ de longueur, et le bord du voyant correspond à l'extrémité de la règle mobile, pendant que la ligne de foi en est à 10 centimètres ou à 2 mètres de l'autre extrémité. Les traits 0 et 2 mètres des graduations de la règle fixe sont placés respectivement à 10 centimètres de ses extrémités, de sorte que ce sont les zéros des languettes en laiton qui servent d'index et non plus les bouts de la règle mobile. Il en résulte que l'on doit remonter les lectures de 10 centimètres, et, par conséquent, les quatre chiffres qui constituent une hauteur de mire doivent être lus en regard des traits qui sont en prise avec les réglettes. De cette manière, les fautes de 1 décimètre sont évitées à peu près sûrement. Mires nouvelles.

Cependant ces fautes se produisent encore quelquefois, quand le zéro de la languette est très-voisin d'un trait de l'échelle. Mais, quoique beaucoup plus fortes que celles de 1 centimètre auxquelles on est fréquemment exposé avec les mires du commerce, dont les règles sont divisées en centimètres, elles sont Avantage de la division en décimètres.

[1] On ne pouvait prendre les hauteurs de mire dans cet intervalle qu'à l'aide d'une ligne de foi auxiliaire peinte en blanc sur la règle mobile à 10 centimètres de la ligne de foi principale, ce qui était encore une source de fautes fréquentes.

beaucoup moins graves, parce qu'elles pourront beaucoup moins passer inaperçues dans les vérifications par fermeture. Ce fait constitue un important avantage en faveur de la mire de l'École d'application. Nous aurons occasion de revenir plus tard sur cette question.

Hauteurs de mire en contre-bas.

Enfin la nouvelle mire de l'École d'application permet de prendre très-facilement des hauteurs de mire *en contre-bas des points*, grâce à une chiffraison particulière placée au dos de la règle fixe. Pour cela, on tient la mire comme pour mesurer une hauteur moindre que 2 mètres, et, l'extrémité de la règle fixe étant posée sur le point considéré, qui sera, par exemple, le dessus d'un appui de fenêtre ou le dessus d'une tablette de fortification, on fait glisser la règle mobile de manière à faire descendre le voyant au-dessous de ce point. La vis de pression, placée près de l'autre extrémité de la règle mobile, permet de la fixer à la hauteur convenable, et la lecture se fait en regard du trait de la chiffraison postérieure, qui se trouve en prise avec la languette en laiton.

Les mires du commerce ne se prêtent nullement à ces mesures *en contre-bas,* dont l'usage est très-fréquent et très-commode dans les nivellements de fortifications.

Précautions pratiques dans l'emploi de la mire.

La manœuvre de la mire exige quelques précautions pratiques que nous allons indiquer.

Verticalité de la mire.

Il est essentiel que la mire soit tenue bien verticalement sur les points dont on cherche la différence de niveau. Pour cela, le porte-mire doit se placer de telle sorte qu'il présente le flanc droit à l'opérateur; il juge bien alors de la verticalité de la mire dans le sens même de la visée, ce qui a le plus d'importance, et, par des signes de l'avant-bras, l'opérateur, qui juge de la verticalité dans le sens transversal, lui fait redresser la mire dans le sens convenable.

Serrage des vis de pression.

Le porte-mire doit s'habituer à faire mouvoir le voyant de la mire sans à-coup, et même par degrés insensibles à la fin de l'opération, suivant les signes gradués que l'opérateur lui fait de la main. Lorsque le porte-mire a serré la vis de pression, ce dont il a été averti par un signe transversal de la main, l'opérateur doit encore vérifier si la visée est bonne, car souvent on laisse glisser un peu le voyant à ce moment.

Manière d'énoncer

En ce qui concerne les lectures, si le porte-mire doit la faire et la crier de loin à l'opérateur, il doit énoncer successivement les quatre chiffres qui com-

posent les hauteurs de mire, sans oublier les zéros qui remplacent les mètres ou toute autre unité absente. On évite ainsi bien des fautes. les lectures.

Contrôle des lectures.

Il sera, d'ailleurs, toujours plus prudent à l'opérateur de faire lui-même les lectures en se faisant apporter la mire, quand le porte-mire se transporte d'un point au suivant, ou en passant près du porte-mire, quand l'opérateur lui-même change de station. Dans ce cas, la lecture qu'il fera faire par le porte-mire, après avoir fait tacitement et inscrit la sienne, lui servira de contrôle, et, de cette manière, il aura grande chance d'éviter les fautes de lecture sur la mire.

§ 4. NIVEAU D'EAU.

Principe du niveau d'eau.

Le niveau d'eau, dont l'usage remonte à une haute antiquité, est basé sur le principe des vases communicants. Il se compose essentiellement d'un tube cylindrique de fer-blanc ou de cuivre, recourbé perpendiculairement à ses deux extrémités, qui portent deux fioles de verre. Le milieu du tube porte une douille, destinée à recevoir la tige du trépied, autour de laquelle l'instrument peut tourner en faisant un tour d'horizon. On rend cette tige verticale en agissant sur les branches du trépied. Dans le cas où la douille est munie d'un genou à coquilles, on se sert des mouvements du genou pour rendre l'axe de rotation du niveau vertical.

Bulles d'air adhérentes à l'intérieur du tube.

On verse de l'eau dans le niveau, jusqu'à ce qu'elle s'élève dans les deux fioles à moitié ou aux deux tiers de leur hauteur. Puis il faut toujours avoir soin d'incliner fortement le niveau après avoir bouché l'une des fioles, pour faire dégager, à l'aide de petits chocs sur le tube, de grosses bulles qui restent habituellement adhérentes à la paroi intérieure du tuyau transversal, et qui, si elles venaient à s'échapper pendant l'opération, feraient baisser le plan du niveau.

Pour s'assurer que l'axe autour duquel doit tourner l'instrument est suffisamment vertical, on fait faire au niveau un tour d'horizon; il faut que, dans ce mouvement, le niveau de l'eau ne change pas sensiblement dans les deux fioles, ou, tout au moins, que le liquide reste apparent dans les verres, sans pourtant atteindre le sommet de l'un d'eux.

Ligne de visée horizontale.

En vertu du principe des vases communicants, l'eau s'élève au même niveau de part et d'autre, et la ligne de visée horizontale est déterminée par les deux ménisques annulaires qui terminent la surface de l'eau dans chaque fiole. On

doit s'assurer que ces ménisques sont bien formés, et, dans le cas contraire, on dégraisse les fioles, en les frottant avec des herbes à suc laiteux.

Égalité de diamètre des deux fioles.

Il est à remarquer que l'épaisseur du ménisque est d'autant plus grande que le diamètre des fioles est plus petit; il importe donc que les deux fioles d'un niveau soient de même calibre, sans quoi les surfaces supérieures de l'eau ne seraient plus au même niveau, à cause de l'inégalité des ménisques, et, par suite, le rayon visuel tangent, au lieu d'être horizontal, serait une ligne plus ou moins inclinée à l'horizon.

Visée en diagonale.

Pour faciliter les visées avec le niveau d'eau, au lieu de mener le rayon visuel tangent aux deux fioles, du même côté, on vise en diagonale (fig. 16). De cette manière, on évite l'inconvénient de voir, par suite des oscillations inévitables de la tête, l'une des fioles masquer entièrement le voyant de la mire, ou celui-ci paraître s'éloigner beaucoup de la ligne de visée, ce qui serait une cause de gêne et de lenteur dans l'opération. Quand on regarde en diagonale, au contraire, les oscillations de la tête n'empêchent pas la mire d'être toujours vue entre les deux fioles, et la ligne de visée viendra toujours se projeter sans lacune sur le voyant de la mire. Il sera donc plus facile de faire élever la ligne de foi à la hauteur convenable.

Erreur causée par une inclinaison latérale des fioles.

Mais cette manière d'opérer peut donner lieu à une cause d'erreur sur laquelle il est bon d'appeler l'attention. Si les fioles, au lieu d'être verticales, sont inclinées latéralement (fig. 17), l'eau dans la fiole A rencontrera le verre en a suivant un angle aigu, et en a' suivant un angle obtus, de sorte que, l'action capillaire étant plus considérable dans le premier cas que dans le second, l'eau s'élèvera davantage contre la paroi du côté de a que du côté de a'. Dans la fiole B, il en sera de même, de telle sorte que le rayon visuel dirigé en diagonale suivant $a'b$, par exemple, au lieu d'être horizontal, sera incliné en montant; et cette erreur angulaire produira sur la hauteur de mire une erreur d'autant plus considérable que la mire sera plus éloignée. Une inclinaison des fioles de $\frac{1}{50}$, inclinaison pourtant bien faible et que l'on n'est même pas bien sûr de pouvoir éviter, suffit pour causer une erreur de plus de 1 centimètre à 30 mètres de distance.

On peut constater cette erreur et la corriger en visant alternativement par $a'b$ et par ab', car, si, dans le premier cas, la ligne de visée va en montant, dans le second elle ira en descendant de la même quantité. La différence des deux hauteurs de mire donnera donc le double de l'erreur, et leur moyenne sera exacte.

Pour faire une visée avec sécurité, il faut se placer environ à 1 mètre de la première fiole, et, quand on croit avoir amené la ligne de foi de la mire à la hauteur convenable, il est bon de déplacer un peu l'œil verticalement pour consulter successivement le sommet, le bas et le milieu des ménisques.

Précautions pour assurer la visée.

Dans les instruments soignés, on rend d'ailleurs ces ménisques plus nets et plus apparents en se servant d'obscurateurs. Ce sont des enveloppes cylindriques échancrées latéralement, de manière à laisser voir les portions de la surface supérieure du liquide nécessaires pour diriger le rayon visuel. La paroi intérieure de ces bandes est noire, et l'eau en reçoit par réfraction un reflet noirâtre qui la fait mieux trancher sur l'atmosphère.

Obscurateurs.

La portée extrême du niveau d'eau est de 30 ou 40 mètres avec les mires ordinaires. A la distance de 30 mètres, un opérateur exercé qui réitère un grand nombre de fois la visée sur le même point trouve des hauteurs de mire diverses, dont quelques-unes s'écartent de leur moyenne de plus de 1 centimètre.

Portée extrême et précision du niveau d'eau.

De plus, pour tel observateur, la moyenne sera trop faible, et pour tel autre trop forte de quantités qui pourront aller à 1 centimètre, ce qui tient à l'erreur personnelle de visée. Cette cause d'erreur est, d'ailleurs, sans influence sur l'exactitude d'un nivellement, à la condition que toutes les visées soient faites par le même opérateur, car les hauteurs de mire dont la différence doit donner la différence de niveau de deux points étant toutes les deux trop faibles ou trop fortes de la même quantité, leur différence ne sera pas affectée. Mais, pour des opérateurs peu exercés, l'incertitude sur une même hauteur de mire peut atteindre 2 ou même 3 et 4 centimètres.

On trouvera les causes de ces erreurs dans le peu de netteté des ménisques, dans les oscillations de l'œil et dans le défaut d'instantanéité de l'opération tenant à la nécessité pour l'œil de s'ajuster successivement à trois distances différentes pour voir les deux ménisques et la mire. Il résulte même de là une certaine fatigue pour l'opérateur.

Causes d'erreurs.

Mais, indépendamment de son peu d'exactitude, le niveau d'eau n'est pas un instrument commode pour faire des nivellements un peu étendus. Il n'est pas très-portatif, et exige toujours qu'on se fasse accompagner d'un vase plein d'eau pour réparer les pertes que le niveau fera nécessairement dans le transport, malgré la précaution que l'on prend de boucher les fioles avec des bouchons de liége portant une fente sur le côté, de manière qu'en les soulevant

Inconvénients du niveau d'eau.

un peu au moment où l'on se met en station on établit la communication avec l'air libre.

Enfin l'action du vent produit des oscillations telles que les visées deviennent tout à fait incertaines, au point même qu'il devient complétement impossible de se servir du niveau d'eau, par un vent un peu fort.

§ 5. Niveau Burel à réservoir d'eau.

Principe du niveau Burel. Le niveau Burel à réservoir d'eau remplace avantageusement le niveau d'eau: il est fondé sur le principe suivant : une glace fixée dans une monture métallique est liée à la tige d'un pendule, par l'intermédiaire d'une lame de ressort à la partie inférieure, et au moyen d'une vis à la partie supérieure; ce pendule, suspendu librement par une double articulation à la Cardan, prend la direction de la verticale, et, si la position de la glace est bien réglée, elle sera aussi verticale. Par suite si, placé à 80 centimètres ou 1 mètre, on regarde l'image de son œil dans la glace, l'œil et son image, étant symétriques par rapport au plan du miroir, détermineront une ligne horizontale, et, si l'on fait élever le voyant d'une mire placée en avant jusqu'à ce que la ligne de foi paraisse à la hauteur de l'image de l'œil, la hauteur de mire ainsi obtenue représentera l'abaissement du point sur lequel la mire a été placée au-dessous du plan horizontal passant par l'œil; par conséquent, cet instrument pourra servir à faire du nivellement.

But du réservoir d'eau. Pour amortir les oscillations du pendule sous l'action du vent, on fait plonger la masse pesante dans une boîte cylindrique en cuivre, que l'on remplit d'eau. Le couvercle de cette boîte est percé d'un trou pour laisser passer librement la tige du pendule, et, lorsque l'instrument ne doit pas servir, on peut, en abaissant le pendule, fermer cette ouverture par un bouchon hermétique porté par la tige elle-même, de sorte que l'instrument peut être transporté plein d'eau, sans crainte d'en perdre une goutte.

L'instrument est porté sur un trépied. L'instrument, qui, dans le principe, était tenu à la main, peut être fixé sur un trépied à l'aide d'un écrou pratiqué dans la partie inférieure de la boîte, de manière à lui donner beaucoup plus de stabilité et à augmenter par suite la précision des visées. Il faut avoir soin seulement, au moment où l'on se met en station, de s'assurer que le pendule oscille librement dans la boîte, car s'il touchait la paroi intérieure par un de ses points, il prendrait une direction plus ou moins inclinée par rapport à la verticale, et, par suite, la ligne de visée ne serait plus horizontale.

Enfin, on a ajouté à l'instrument un œilleton, qui est une petite plaque circulaire en ivoire, percée en son centre d'un petit trou servant à la visée. La face que l'on place près de l'œil est noircie; celle que l'on tourne vers le miroir est blanche et porte une ligne noire tracée suivant un diamètre, et deux petits points noirs marqués sur le diamètre perpendiculaire et séparés par un intervalle un peu plus faible que la hauteur de la glace. Voici alors comment on opère: Œilleton.

Après avoir trouvé l'image de son œil dans le miroir, et, pour cela, on se place à 30 centimètres environ, on vient mettre l'œilleton devant l'œil et on s'éloigne jusqu'à 80 centimètres ou 1 mètre, sans perdre de vue l'image de la ligne noire, que l'on rend horizontale à vue, en faisant tourner convenablement l'œilleton à la main, et en se servant des indications des deux points noirs que l'on doit voir près et à égale distance du bord vertical de la glace. On détermine ainsi non plus seulement une ligne, mais bien un plan horizontal passant par le centre de l'œilleton et l'image de la ligne noire. On amène alors la ligne de foi du voyant dans ce plan, en faisant en sorte qu'elle soit vue à côté de la glace dans le prolongement de l'image de la ligne noire de l'œilleton. Pratique de l'instrument.

Pour que le plan du niveau reste à peu près constant, il importe que la visée se fasse toujours sensiblement par le même point de la glace, par son milieu, par exemple; on s'habitue assez facilement à satisfaire à cette condition, qui est suffisamment remplie, du reste, quand on voit simultanément les deux points noirs au-dessus et au-dessous de l'image de la ligne noire. Constance du plan du niveau.

Le niveau Burel, avec les perfectionnements successifs qui ont été apportés dans sa construction, donne une précision deux ou trois fois plus grande que le niveau d'eau. Sa portée est, du reste, à peu près la même, comme pour tous les instruments à visée simple, une trentaine de mètres environ; c'est la limite à partir de laquelle on cesse de distinguer suffisamment nettement la mire, et, à cette distance, un observateur un peu exercé et ayant une bonne vue doit obtenir une hauteur de mire à 1 centimètre près. Portée du niveau Burel. Sa précision.

Cela ne veut pas dire que deux opérateurs différents trouveront sur le même point des hauteurs de mire qui ne différeront pas d'une quantité plus grande, car chaque opérateur a son erreur personnelle[1], qui tient à la conformation particulière de son œil, et qui fait qu'il trouvera toujours des hauteurs de mire plus fortes ou plus faibles de 1 centimètre, par exemple, qu'un autre Erreur personnelle de visée.

[1] Cette erreur personnelle existe plus ou moins, quel que soit l'instrument que l'on emploie.

opérateur. Mais le même opérateur, prenant un grand nombre de hauteurs de mire sur le même point avec le niveau Burel, trouvera des résultats qui ne s'écarteront pas de plus de 10 millimètres de la moyenne dans un sens ou dans l'autre.

Avantages du niveau Burel.

Le niveau Burel a, sur le niveau d'eau, l'avantage que les oscillations de la tête n'ont pas grande influence sur la hauteur de mire, car, lorsque l'œil oscille de quelques millimètres dans le sens vertical, l'image suit le mouvement, de sorte que le plan horizontal du niveau paraît tout simplement se déplacer sur la mire de la même quantité, en restant toujours horizontal. Il n'en est pas de même avec le niveau d'eau, dans lequel les oscillations de la tête ont pour effet de donner des lignes de visée plus ou moins inclinées sur l'horizon, de sorte que l'erreur sous-tendue sur la mire est d'autant plus grande que la mire est plus éloignée.

De plus, la visée est beaucoup plus commode avec le niveau Burel, parce que l'œil n'a besoin de s'ajuster qu'à deux distances différentes, pour voir, d'une part, l'image de l'œilleton dans la glace à $1^{m},60$ ou 2 mètres de distance de l'œil, et, de l'autre, la mire à une trentaine de mètres au maximum. Ce travail d'accommodation est, du reste, singulièrement favorisé par la visée à travers le petit trou de l'œilleton. Il en résulte plus de commodité et moins de fatigue pour l'opérateur.

En outre, le plan du niveau s'appuyant sur une ligne de 2 mètres environ de longueur, aura une précision à peu près double de celle du niveau d'eau, dans lequel l'écartement des fioles n'est guère que de 1 mètre ou de $1^{m},30$.

Enfin l'instrument est beaucoup plus portatif, et ne craint pas autant les oscillations produites par l'action du vent, puisque la masse pesante est mise, par l'enveloppe extérieure, à l'abri de cette influence, et qu'elle plonge, d'ailleurs, dans un vase plein d'eau, qui amortit même les oscillations encore possibles.

Inconvénient du niveau Burel.

Mais le niveau Burel a, par rapport au niveau d'eau, un inconvénient assez grave : c'est que, par suite même de sa construction, il est exposé à se dérégler. La glace, en effet, ne peut pas être maintenue dans sa monture d'une manière invariable, de sorte que les variations de température peuvent suffire pour détruire la verticalité de la glace. Il faut donc pouvoir vérifier cette verticalité et la rectifier, au besoin ; voici comment on y arrive :

La glace, à faces bien parallèles, a été primitivement étamée sur ses deux faces ; puis l'étamage a été enlevé sur la moitié gauche de chacune d'elles dans

le sens de la largeur, comme le représente, en coupe horizontale, la figure 18. Alors l'œil placé en O_1 peut voir son image en O'_1, et l'œil placé en O_2 peut voir son image en O'_2, les deux lignes $O_1O'_1$ et $O_2O'_2$ étant parallèles. Or la glace est établie dans sa monture de manière que l'on puisse viser alternativement par l'une et par l'autre de ces deux faces.

Rectification du niveau Burel.

Ceci posé, on fait une première visée sur une mire distante de 30 mètres environ, et posée sur un point bien fixe, et on obtient une première hauteur de mire V_1 (fig. 19), en supposant la glace inclinée. On fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de la verticale; alors la ligne de visée O_1I va prendre, par rapport à la verticale, la position symétrique O'_1I, et la seconde ligne de visée O_2I, qui est directement opposée à O'_1I, puisque, par hypothèse, les faces du miroir sont bien parallèles, sera symétrique de O_1I relativement à l'horizontale IH. Par suite, la nouvelle position V_2 obtenue pour le voyant sera symétrique de V_1 par rapport à IH.

Si donc nous donnons au voyant de la mire la position moyenne K, ce que nous obtiendrons en faisant la moyenne des deux hauteurs lues sur la mire, la ligne de foi du voyant correspondra alors à l'horizontale, et il ne restera plus qu'à agir sur la vis de rectification du miroir, qui permet de l'incliner dans sa monture jusqu'à ce que l'image de la ligne noire de l'œilleton se projette sur la ligne de foi du voyant en K. L'instrument sera alors rectifié, mais il sera bon, bien entendu, de faire une contre-épreuve, pour s'assurer que la rectification a été bien faite, ce qui arrivera rarement du premier coup.

Compensation d'un défaut de rectification.

Ce mode de rectification nous montre d'ailleurs qu'on peut compenser l'erreur d'un instrument inexact en prenant, pour chaque hauteur de mire, la moyenne des deux hauteurs obtenues en visant successivement par les deux faces de la glace. C'est ce que l'on devra faire toutes les fois que l'on voudra obtenir une certaine précision.

Influence du défaut de parallélisme des faces.

Mais cette manière d'opérer suppose que les faces du miroir sont bien exactement parallèles; or cela a rarement lieu, car, alors même que primitivement la glace aurait été à faces bien parallèles, il arrivera presque inévitablement qu'elle se sera plus ou moins gauchie par la pression inégale des vis qui servent à la maintenir dans sa monture, ce qui équivaut à un défaut de parallélisme. Si un pareil défaut existe, la rectification précédente devient tout à fait illusoire, car alors on ne pourra plus dire que dans la seconde visée la ligne O_2I est directement opposée à O'_1I; ces deux lignes ne seront donc plus symétriques par rapport à l'horizontale, et, par suite, on obtiendra une po-

sition V'_2 du voyant de la mire qui ne sera pas non plus symétrique de V_1 par rapport à IH. Par conséquent, la position moyenne K' ne sera pas sur l'horizontale, et l'instrument qui aura été réglé comme on vient de le dire, au lieu de donner une ligne de visée horizontale, donnera une ligne de visée inclinée sur l'horizon.

Nous verrons dans le paragraphe suivant, à propos du *niveau à collimateur,* comment, à l'aide des visées réciproques, on peut constater ce défaut.

On peut, du reste, se mettre à l'abri des erreurs qui en résultent, en ayant soin, dans les *nivellements par cheminement,* de se mettre à égale distance des deux points dont on cherche la différence de niveau. Car l'erreur angulaire d'un instrument présentant ce défaut, et qu'on aurait cru rectifier, sera toujours dans le même sens, et sous-tendra des longueurs égales sur la mire à des distances égales; donc cette erreur disparaîtra dans la différence des hauteurs de mire, qui donne précisément la différence de niveau cherchée.

Mire parlante. La mire à coulisse est remplacée avantageusement, avec le niveau Burel, par une mire parlante, divisée en décimètres rendus apparents de loin par des oppositions de couleurs, et groupés cinq par cinq de chaque côté de la règle, de manière à faciliter les lectures. Avec cette mire on estime, sans hésitation, les centimètres, ce qui est bien suffisant, eu égard à la précision de l'instrument, pour les opérations de détail auxquelles il est destiné. Comme toutes les mires parlantes, celle-ci a, d'ailleurs, l'avantage d'épargner l'emploi d'un aide intelligent et de supprimer les fautes de lecture faites par l'aide, lorsque l'opérateur ne prend pas la précaution de les vérifier lui-même. On y gagne aussi sous le rapport de la rapidité, mais, d'un autre côté, il en résulte un peu plus de fatigue pour l'opérateur, qui est astreint à une tension d'esprit beaucoup plus grande.

Cette mire parlante peut, d'ailleurs, être utilisée aussi avec le niveau d'eau, quoique avec moins de commodité; mais elle est d'un usage excellent avec le niveau à collimateur, dont nous allons parler.

§ 6. Niveau à collimateur.

Avantage de l'absence de rectification. Le niveau à collimateur a, comme le niveau d'eau, l'immense avantage de n'exiger aucune rectification et de pouvoir être employé sans apprentissage préalable. Il n'a d'ailleurs aucun des inconvénients que nous avons signalés pour le niveau d'eau et jouit, au contraire, des mêmes avantages que le niveau Burel, avec une précision au moins égale.

Principe du niveau à collimateur.

Le niveau à collimateur affecte à peu près la même forme extérieure que le niveau Burel à réservoir d'eau; il se compose, comme lui, essentiellement d'un pendule oscillant librement autour d'une double suspension; seulement la ligne de visée horizontale, au lieu d'être obtenue à l'aide d'une glace, est donnée par un collimateur (fig. 20) lié invariablement au pendule. C'est un petit tube de laiton, fermé à l'une de ses extrémités par une lentille convergente L, et à l'autre par un verre dépoli V; un fil de cocon de soie teint en noir[1] est fixé sur un diaphragme *d* un peu en deçà du foyer principal de la lentille. Le plan passant par ce fil et le centre optique de la lentille doit être horizontal par construction, quand le pendule est librement suspendu et en repos. On arrête d'ailleurs ses oscillations en pressant sur un bouton placé à la partie supérieure et qui agit sur la tête du pendule par l'intermédiaire d'une lame de ressort formant frein.

Précautions pour la mise en station et le transport.

L'instrument se monte sur un trépied à doubles branches, comme le niveau Burel. Lorsqu'on le met en station, il faut avoir soin de soulever le bouchon supérieur et de s'assurer que le pendule oscille librement, sans toucher les parois intérieures de l'enveloppe. Dans cette position, le collimateur se présente en regard de deux fenêtres assez larges pour qu'on puisse, en orientant convenablement l'instrument, voir directement la mire à côté de la petite lunette. Pour le transport, il faut songer à tourner le bouchon en sens contraire, de manière à faire descendre le pendule, dont la masse pesante vient s'engager par son extrémité inférieure dans un logement préparé pour la recevoir, en même temps que sa tige se trouve fixée près de sa partie supérieure; on évite ainsi l'effet des flexions causées par les chocs, qui pourraient fausser la tige du pendule et, par conséquent, déranger l'instrument.

Manière de faire la visée.

Voici comment on fait la visée : le fil du collimateur étant un peu en deçà du foyer principal de la lentille, l'œil placé dans le faisceau émergent voit ce fil se détacher sur un fond éclairé et comme s'il était situé à une très-grande distance: et, à cause de la disposition donnée par le constructeur au plan optique, cette ligne noire est la trace du plan horizontal passant par le centre de la lentille. De plus, l'observateur a soin de disposer sa pupille de manière que chaque moitié reçoive des rayons lumineux provenant du fil et de la campagne, que l'on peut voir à gauche du collimateur par la même ouverture de l'enveloppe. Si donc l'instrument est orienté de manière que l'un des points du fil puisse être rencontré par la verticale de la mire, il pourra faire élever

[1] Sans cette teinture, le fil paraît transparent et la visée devient incertaine.

la ligne de foi du voyant à la hauteur de ce fil. Si l'œil est très-voisin de l'instrument, la coïncidence est facilitée par cette circonstance que, à cause de l'étendue de la pupille, le fil semble traverser le voyant en le recouvrant. De plus, la longueur du fil est telle qu'il n'est pas nécessaire d'orienter l'instrument dans la direction de la mire avec une grande précision, comme il faut le faire avec le niveau d'eau et le niveau Burel; il en résulte une certaine commodité pour les opérations. Cependant, pour éviter l'erreur qui pourrait provenir d'un petit défaut d'horizontalité du fil, il est bon de faire la visée au moyen d'un point du fil assez voisin de son milieu.

Avantages du niveau à collimateur.

La visée, avec cet instrument, se fait avec plus de commodité et de sécurité encore qu'avec le niveau Burel. D'abord les oscillations involontaires de la tête ne changent pas sensiblement la coïncidence du fil et de la ligne de foi du voyant. Celles qui se produisent de droite à gauche ont simplement pour effet de faire correspondre au voyant des points différents du fil horizontal; elles sont donc inappréciables. Celles qui ont lieu de haut en bas produisent un déplacement relatif de l'image du fil et de la ligne de foi du voyant; c'est ce que nous avons appelé la *parallaxe optique;* mais, à cause des dimensions de l'instrument, le déplacement de l'œil ne peut pas dépasser $1^{mm},5$ au-dessus et au-dessous de la moyenne; telle est aussi la limite de l'erreur que pourrait sous-tendre la parallaxe sur la mire, si le fil était au foyer principal de la lentille.

On en a encore réduit les effets en plaçant le fil au foyer conjugué d'une distance de 30 mètres. Alors la parallaxe est nulle sur une mire placée à 30 mètres, et elle sous-tend seulement $1^{mm},5$ et $0^{mm},75$ aux distances respectives de 60 et de 15 mètres. Ces parallaxes sont beaucoup moindres que les erreurs inévitables de visée; elles sont donc négligeables.

Il résulte aussi de cette disposition que l'œil n'a plus à s'ajuster, pour ainsi dire, qu'à une seule distance, celle de la mire, puisque le fil paraît venir se peindre, pour ainsi dire, sur le voyant. De là aussi moins de fatigue pour l'opérateur.

Les myopes ne peuvent pas voir nettement le fil dans le collimateur; mais, comme ils sont obligés, pour bien voir la mire, d'employer un lorgnon qui les rend presbytes, le même lorgnon leur permet de voir avec une égale netteté le fil de l'instrument.

Précision de la visée.

Quant à la précision de la visée, elle est, comme nous l'avons déjà dit, au moins égale à celle du niveau Burel, c'est-à-dire qu'un opérateur exercé n'aura

guère à craindre qu'une erreur de 10 millimètres sur une hauteur de mire prise à 30 mètres.

Avant de se servir d'un niveau à collimateur, et surtout avant de l'acheter, il est indispensable de s'assurer qu'il est convenablement réglé, puisque nous avons déjà dit que l'opérateur ne peut pas le rectifier. Nécessité de vérifier l'instrument.

Il faut d'abord vérifier l'horizontalité du fil. Pour cela, on fait tourner l'instrument sur son pied, de manière à viser successivement par les deux extrémités du fil, et on examine si l'on obtient dans ces deux cas la même hauteur de mire. Horizontalité du fil.

Puis il faut vérifier l'horizontalité du plan de visée, ce que l'on fait à l'aide des visées réciproques. Pour cela, on plante deux piquets A et B (fig. 21) à 30 ou 40 mètres de distance. On établit l'instrument en station en I, un peu en arrière de A, et l'on prend successivement, sur A et sur B, les deux hauteurs de mires m_a et m_b. Puis on transporte l'instrument en I', un peu en arrière de B, et l'on prend de même les hauteurs de mires m'_a et m'_b. Si l'instrument était réglé, les deux lignes de visée seraient horizontales et, par conséquent, parallèles, de sorte que l'on aurait : Horizontalité du plan de visée. Visées réciproques.

$$m_b - m_a = m'_b - m'_a,$$

ou

$$m'_a - m_a = m'_b - m_b.$$

Si, au contraire, l'instrument n'est pas réglé, et que la ligne de visée soit ascendante, comme nous l'avons supposé dans la figure, la discordance

$$D = (m'_a - m_a) - (m'_b - m_b)$$

sera égale au double de l'erreur commise à la distance AB, par suite de l'inclinaison de la visée, plus ou moins la somme algébrique des erreurs des différentes visées. On peut atténuer l'importance de ces dernières causes d'erreur en prenant pour m_a, m'_a, m_b et m'_b les moyennes de groupes de dix opérations indépendantes.

Si la discordance D est moindre que 2 centimètres pour AB = 40 mètres, on obtiendra encore avec l'instrument beaucoup plus d'exactitude qu'avec le niveau d'eau. L'erreur n'aura d'ailleurs aucune influence toutes les fois que, pour obtenir la différence de niveau de deux points, on placera le niveau à égale distance de chacun d'eux. Moyen d'éliminer l'erreur tenant à un défaut de l'instrument.

Nous ne parlerons pas ici d'un moyen plus précis de vérification, qui con-

siste à comparer le fil du collimateur au fil horizontal du réticule d'une lunette dont on a rendu préalablement l'axe optique horizontal. Nous renvoyons, d'ailleurs, les personnes qui voudraient avoir des détails sur les conditions de construction de ces instruments à la note publiée, dans le n° 24 du *Mémorial de l'officier du génie,* par M. le colonel Goulier, qui en est l'inventeur.

CHAPITRE III.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT DIRECT. — NIVEAUX À LUNETTE (PL. IX).

§ 1er. Niveau à fiole fixe.

Le niveau à bulle d'air et à lunette est l'instrument de nivellement le plus parfait, comme principe, qui ait été imaginé jusqu'ici, non-seulement parmi les instruments de topographie, mais même parmi ceux de géodésie. Il en existe un grand nombre de modèles présentant, les uns par rapport aux autres, des dispositions un peu différentes, mais pouvant tous se ranger dans deux grandes catégories, les *niveaux à fiole fixe* et les *niveaux à fiole indépendante.* Nous allons étudier successivement chacun des deux systèmes, en nous attachant spécialement aux instruments de l'École d'application; mais ce que nous dirons pourrait s'appliquer très-facilement à tout autre instrument, avec quelques modifications de détail. Niveaux à fiole fixe et à fiole indépendante.

L'ancien niveau de l'École d'application, niveau que l'on n'emploie plus qu'accidentellement aujourd'hui, est à fiole fixe; il comprend trois parties distinctes : le niveau proprement dit, le genou de calage et le pied. Ancien niveau de l'École d'application, à fiole fixe.

Le pied est un trépied à doubles branches, dont le plateau à oreilles est traversé par une vis qui sert à fixer le plateau du genou. Pied.

Le genou se compose d'une douille verticale, dans laquelle s'engage l'axe ou plutôt l'enveloppe de l'axe du niveau, qu'elle maintient au moyen d'une vis de pression. Cette douille est liée par un petit trépied à un cercle en cuivre, qui lui-même est réuni par un second trépied au plateau en bois qui sert de base à tout le système. Ces deux trépieds sont semblables et ont les mêmes fonctions : deux des pieds de chacun d'eux forment charnière, et le troisième est une vis appelée *vis calante* et destinée à faire tourner le système autour de la charnière. Ces deux charnières sont, du reste, perpendiculaires entre elles, et servent à rendre l'axe de l'instrument vertical, comme nous le verrons tout à l'heure. Genou à charnières.

Dans d'autres instruments, le genou se compose seulement d'une douille verticale supportée par trois *vis calantes,* dont les fonctions sont les mêmes que Genou muni de trois vis calantes.

celles des deux charnières que nous venons de décrire. Ce système est même préférable, parce qu'il est lié au trépied à doubles branches à l'aide d'une tige munie d'un ressort à boudin; cette disposition, qui appuie fortement le genou sur le plateau du pied, empêche les ballottements, qui sont à peu près inévitables avec le genou de l'ancien niveau de l'École d'application. Il en résulte plus de stabilité pour l'instrument.

Disposition générale de l'instrument.

Le niveau proprement dit se compose d'un pivot ou axe vertical, contenu dans une enveloppe conique, que l'on fixe dans la douille du genou. Cet axe porte une traverse horizontale terminée à ses deux extrémités par des fourches perpendiculaires, sur lesquelles repose la lunette au moyen de deux colliers en bronze, qui doivent être rigoureusement du même diamètre par construction. L'une de ces fourches est fixe, et l'autre est mobile au moyen d'une vis qui permet de l'élever ou de l'abaisser de manière à rendre l'axe de la lunette perpendiculaire à l'axe de rotation de l'instrument. Un niveau à bulle d'air est placé au-dessous de la lunette sur la traverse horizontale; une de ses extrémités forme charnière, et l'autre est munie d'une vis de rectification, qui permet de l'élever ou de l'abaisser, pour rendre le niveau perpendiculaire à l'axe de rotation.

Lunette.

La lunette se compose : 1° d'un *objectif* fixé par une sertissure à l'une des extrémités du corps de la lunette; 2° d'un *réticule,* composé de deux fils en croix fixés sur un diaphragme, et porté par un coulant qui peut se tirer plus ou moins de manière à mettre les fils au foyer de l'objectif pour les différentes distances; 3° enfin d'un *oculaire,* porté par un second coulant, qui se tire plus ou moins suivant la vue de l'opérateur, de manière à voir très-nettement les fils du réticule et l'image de l'objet.

Rappelons qu'on appelle *centre optique* d'une lentille le point où les rayons lumineux la traversent sans éprouver de déviation, et *axe optique* d'une lunette la ligne qui joint le centre optique de l'objectif à la croisée des fils du réticule. *Pointer une lunette* sur un point, c'est faire en sorte que la direction de l'axe optique vienne passer par ce point.

Positions d'observation de la lunette.

Enfin la lunette porte, à ses deux extrémités, et dans un même plan diamétral, *deux goupilles* qui viennent buter contre des *vis d'arrêt,* au nombre de deux ou de quatre, suivant les instruments, ce qui détermine les quatre positions que l'on peut donner à la lunette sur ses fourches, soit en la faisant tourner sur ses colliers autour de son axe de figure, soit en la retournant bout

pour bout sur les fourches. Pour faire les opérations, il faut toujours avoir soin d'amener la lunette dans une de ces quatre positions, qui sont les *positions d'observation,* en faisant buter une des goupilles contre une des vis d'arrêt.

Principe de l'instrument.

On conçoit alors que si, à l'aide du niveau à bulle d'air, on peut rendre l'axe optique de la lunette horizontal, et si, de plus, on fait en sorte que l'un des fils du réticule soit horizontal dans les quatre positions d'observation, le plan déterminé par ce fil et l'axe optique, c'est-à-dire le *plan optique,* sera lui-même horizontal. Par conséquent, si l'on fait élever le voyant d'une mire placée verticalement sur un point du terrain, jusqu'à ce que la ligne de foi soit bissectée par le fil horizontal, la hauteur lue sur la mire donnera l'abaissement de ce point au-dessous du plan du niveau, et si, sans changer de station, on fait la même opération sur un autre point, la différence des deux hauteurs de mire obtenues donnera la différence de niveau des deux points, ce qui constitue l'opération élémentaire du nivellement.

On comprend pourquoi l'on met un des fils du réticule horizontal : c'est afin de ne pas s'astreindre à viser uniquement par la croisée des fils ; on peut alors, en effet, viser par un point quelconque du fil rendu horizontal. Nous dirons tout à l'heure quelles sont les conditions que doit remplir le niveau à lunette pour permettre de bonnes observations, comment on les vérifie et comment on les rectifie, au besoin ; mais, pour le moment, disons seulement qu'il faut que la directrice de la fiole et l'axe optique de la lunette soient perpendiculaires à l'axe de rotation de l'instrument. Supposons, d'ailleurs, l'instrument parfaitement réglé, et voyons comment on le met en station. Il faut pour cela rendre l'axe de l'instrument vertical, car alors l'axe optique, qui lui est perpendiculaire, décrira un plan horizontal ; c'est ce qu'on appelle *faire le calage de l'axe.* Voici comment on opère.

Calage de l'axe vertical.

On se sert du niveau à bulle d'air, que l'on amène d'abord dans une direction perpendiculaire à la charnière inférieure, et on agit sur la vis calante correspondante pour amener la bulle au milieu du tube. Alors, la directrice de la fiole étant horizontale, l'axe qui, par hypothèse, lui est perpendiculaire, se trouve dans un plan vertical perpendiculaire à la direction du niveau ; mais il peut être incliné dans ce plan. Puis on fait tourner l'instrument autour de son axe, de manière à donner au niveau une position perpendiculaire à la charnière supérieure, c'est-à-dire perpendiculaire à la première position, et on agit de même sur la vis calante correspondante, pour amener la bulle au milieu du tube. On met ainsi l'axe dans un nouveau plan vertical perpendicu-

laire à la seconde position prise par le niveau, et comme, dans cette seconde partie de l'opération, on a fait tourner l'instrument autour d'une charnière sensiblement perpendiculaire au premier plan vertical, on n'a pas dû faire sortir beaucoup l'axe de ce premier plan vertical dans lequel on l'avait mis. Cependant on revient à la première position du niveau, pour compléter le calage dans ce sens, et ainsi de suite jusqu'à ce que la bulle reste au milieu du tube dans ces deux positions à angle droit. Alors l'axe de l'instrument se trouve en même temps dans deux plans verticaux; donc il est vertical.

L'ordre à suivre dans cette opération n'est pas indifférent.

Tel est le principe général du calage de toute espèce d'instrument, dans le cas où il s'agit de rendre un axe vertical, et nous insistons tout particulièrement sur ce point que, dans la deuxième partie de l'opération, on doit chercher à faire tourner l'instrument autour d'une charnière sensiblement perpendiculaire au premier plan vertical déterminé, sans quoi on serait exposé à faire sortir considérablement l'axe de ce premier plan vertical. Par suite, le calage exigerait des tâtonnements beaucoup plus nombreux, ce qui rendrait très-lente une opération que l'on doit faire très-fréquemment, c'est-à-dire chaque fois que l'on change de station.

Aussi, avec les instruments dans lesquels l'axe est porté par trois vis calantes, faut-il avoir soin de commencer le calage en mettant le niveau parallèlement à deux de ces vis, sur lesquelles on agit simultanément en sens inverse pour amener la bulle au milieu du tube. Puis on le place dans la direction de la troisième vis, sur laquelle on agit dans le sens convenable pour redresser l'axe dans le premier plan vertical qui le contient; on fait ainsi tourner l'instrument autour de la charnière déterminée par les deux premières vis calantes, charnière qui est sensiblement perpendiculaire au premier plan vertical dans lequel on a mis l'axe.

Conditions que doit remplir le niveau à lunette.

Étudions maintenant quelles sont les conditions auxquelles l'instrument doit satisfaire pour donner de bons résultats. Ces conditions sont de deux sortes, celles qui ont rapport à la lunette considérée en elle-même, et celles qui concernent la lunette et la fiole relativement à l'axe de l'instrument. Nous allons nous occuper d'abord des premières.

Perpendicularité du fil horizontal du réticule

Première vérification et première rectification. — *S'assurer que le fil horizontal du réticule est perpendiculaire à l'axe de l'instrument et corriger le défaut, au besoin.*

Nous avons dit, en effet, que, pour ne pas s'astreindre à faire toujours les

visées par la croisée des fils du réticule, il fallait faire en sorte que l'un des fils fût perpendiculaire à l'axe de rotation, afin que, lorsque l'axe sera vertical, le fil soit horizontal. Cette condition doit être remplie pour les quatre positions d'observation que la lunette peut prendre sur ses fourches, lorsque les butoirs viennent s'appuyer contre la pointe des vis d'arrêt. à l'axe de l'instrument.

Vérification. La vérification se fait très-simplement. On bissecte avec le fil du réticule, en agissant sur une vis calante convenable, un objet blanc bien net et fixe, se détachant sur un fond obscur, comme un petit bois de fenêtre, ou l'un des points blancs qui sont au-dessus et au-dessous de la ligne de foi du voyant d'une mire posée contre un mur. Puis l'on fait tourner lentement l'instrument autour de son axe : l'image de l'objet visé doit suivre le fil, car cette image est toujours située sur la droite qui joint le point au centre optique, lequel décrit un petit arc perpendiculaire à l'axe, et, par conséquent, elle se déplace aussi dans le champ suivant une perpendiculaire à l'axe. Si donc le fil cesse de bissecter le point, c'est que ce fil n'est pas perpendiculaire à l'axe.

Rectification. La rectification se fait de diverses manières, suivant la disposition de l'instrument. Les niveaux de l'École d'application, en particulier, ont, les uns quatre vis butantes, deux à chaque fourche, les autres deux seulement, une à chaque fourche.

Avec quatre vis d'arrêt. Dans le premier cas, il suffit de tourner dans un sens convenable la vis qui sert actuellement d'arrêt, jusqu'à ce que la condition soit remplie, lorsque le butoir la touche. On règle successivement les quatre vis de la même manière.

Avec deux vis d'arrêt. Lorsque chaque fourche n'a qu'une vis d'arrêt, l'opération est un peu plus complexe. Dans les instruments de l'École qui présentent cette disposition, on profite, pour faire la rectification, du déplacement latéral que l'on peut donner à la pièce qui guide le porte-fils dans son mouvement longitudinal. Ce déplacement a pour effet de changer la direction du fil par rapport au plan parallèle à l'axe, passant par les contacts des goujons et des vis d'arrêt, et permet par conséquent de le rendre perpendiculaire à ce plan. Voici alors comment on opère.

On déplace latéralement le guide du coulant porte-fils. On fait buter l'un des goujons contre une vis d'arrêt, et on règle le fil dans cette position, par le jeu de la vis, comme nous l'avons dit plus haut. Puis on retourne la lunette bout pour bout et sens dessus dessous, de manière à amener l'autre goujon en contact avec la même vis, sur laquelle on agit de nouveau, pour régler le fil dans cette nouvelle position. Seulement on a soin

de se rendre compte du nombre de tours et de la fraction de tour dont on est obligé de la faire tourner. On la fait rétrograder alors de la moitié de cette quantité et on règle la perpendicularité du fil à l'axe, en déplaçant latéralement le guide du coulant du porte-fils.

Après cette première épreuve, on revient à la première position, et, si le fil n'est pas réglé, on fait encore moitié de la correction sur la vis butante, et moitié sur le coulant du porte-fils; après quelques tâtonnements, on arrive exactement au résultat.

Pour régler la seconde vis d'arrêt, il suffit alors d'une seule épreuve, en faisant buter contre elle l'un des deux goujons, car, si les deux butoirs sont touchés par les vis aux mêmes points, le fil étant réglé pour l'un d'eux par rapport à cette seconde vis devra l'être aussi pour l'autre.

Cas d'un taquet mobile.

La plupart des instruments du commerce présentent une disposition un peu différente. Ils n'ont aussi généralement qu'une vis d'arrêt à chaque fourche, mais la lunette, au lieu d'être munie de deux goujons, porte près de ses colliers deux taquets, dont l'un est mobile. Le déplacement de ce taquet remplit le même office que le déplacement latéral du coulant porte-fils. Le réglage du fil se fait donc d'une manière tout à fait analogue; seulement la correction s'opère ici moitié par la vis d'arrêt et moitié par le taquet mobile.

Ce réglage est long et minutieux, mais, avec un instrument bien fait, si les vis des pièces mobiles ont été bien serrées, ainsi que les écrous des vis d'arrêt, ce réglage reste permanent pendant plusieurs années.

Centrage du fil horizontal.

Deuxième vérification et deuxième rectification. — *Centrer la lunette par rapport au fil horizontal.*

Comme on peut se servir de la lunette dans les deux positions qu'elle peut occuper sur ses supports en faisant une demi-révolution autour de son *axe de figure,* c'est-à-dire autour de la ligne qui joint les centres des deux colliers, il importe que, dans ces deux cas, le *plan optique* prenne deux positions identiques, afin qu'on obtienne toujours la même hauteur de mire sur un même point. On dit alors que la lunette est *centrée.*

Manière de le vérifier.

Pour le constater, la lunette étant dans une position d'observation, c'est-à-dire l'un des butoirs touchant une vis d'arrêt, on agit sur une vis calante. convenablement placée, pour bissecter la ligne de foi d'une mire placée à 80 mètres environ de distance. Puis on fait faire à la lunette une demi-révolution autour de son axe de figure, de manière que le second butoir vienne

toucher sa vis d'arrêt, et il faut que le fil horizontal continue à bissecter l'image de la ligne de foi.

Supposons que cela n'ait pas lieu, et faisons une coupe par un plan vertical passant par l'axe de figure AA′ de la lunette (fig. 1). Soient m_1 la projection sur ce plan du fil horizontal dans la première position, et O_1 la projection du centre optique, qui ne se trouvera pas non plus forcément sur l'axe de figure AA′; soit enfin V_1 la position correspondante du voyant. Alors, quand on fera tourner la lunette sur elle-même, autour de son axe de figure, l'axe optique m_1O_1 va décrire un cône et prendra une position m_2O_2 symétrique de la première par rapport à l'axe AA′, de sorte que, si l'on fait déplacer le voyant de la mire, nous obtiendrons une seconde position V_2 symétrique de V_1. Si donc on prend la moyenne des deux lectures faites sur la mire et que l'on fixe le voyant à cette hauteur moyenne, le point M, ainsi obtenu, se trouvera sur la direction même de l'axe de figure.

Pour faire la rectification, il ne reste plus qu'à modifier la direction de l'axe optique, de manière que la ligne de foi du voyant fixé en M soit bissectée par le fil horizontal. Pour cela, on agit sur le réticule, à l'aide d'une vis de rectification (la vis bleue de la réglette d'acier du coulant porte-fils), pour le faire monter ou descendre jusqu'à ce que cette condition soit remplie[1]. On recommence ces opérations jusqu'à satisfaction, et on dit alors que la lunette est centrée par rapport au fil horizontal. Rectification.

Si l'on répétait les mêmes opérations pour le fil vertical, en supposant qu'on puisse aussi le déplacer, la lunette serait complétement centrée, c'est-à-dire que, dans sa rotation autour de AA′, la croisée des fils correspondrait toujours au même point. Mais cela n'aurait aucun intérêt au point de vue du nivellement, pour lequel le fil horizontal est le seul essentiel, le fil vertical ne servant qu'à constater si la mire est tenue bien verticale.

Cette rectification serait illusoire, s'il y avait ballottement soit de l'objectif, soit du coulant porte-fils par rapport au tube de la lunette, ou bien si, pendant l'opération, le déplacement de la bulle du niveau accusait un déplacement de l'axe de figure. Il faut donc, avant tout, constater et corriger ces défauts.

Mais, en outre, la figure 1 nous montre que, si le centre optique de l'objectif ne se trouve pas exactement sur l'axe de figure, condition qui est bien Le centrage n'est pas rigoureux pour toutes les distances.

[1] On a égard à cette circonstance que, lorsqu'on tourne la vis dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, le réticule marche vers la tête de la vis.

rarement remplie, la rectification que nous venons d'étudier n'existera en réalité que pour la distance à laquelle elle a été faite. En effet, la croisée des fils du réticule étant venue prendre la position m'_2, l'axe optique décrira un cône dont le sommet est en M; par conséquent, pour toutes les autres positions M', M" de la mire plus rapprochées ou plus éloignées, la rotation de la lunette autour de son axe de figure donnera deux hauteurs de mire différentes.

Il y a même plus : en supposant le centre optique de l'objectif sur l'axe de figure, pour que le centrage se maintînt pour toutes les distances, malgré le déplacement longitudinal qu'on est obligé de donner au coulant porte-fils, pour la mise au point, il faudrait que la ligne suivant laquelle se déplace alors la croisée des fils du réticule coïncidât avec l'axe AA' ou au moins qu'elle se projetât sur lui. Il y a bien peu de constructeurs qui aient égard à cette condition. Aussi le centrage n'est-il jamais absolu, et, par suite, il faut avoir soin de faire la rectification pour une distance de 80 ou 100 mètres, qui est la portée moyenne ordinaire du niveau à lunette.

D'ailleurs la différence est souvent négligeable, et nous verrons plus loin comment on peut y avoir égard dans les opérations de précision.

Voyons maintenant les conditions que doivent remplir la lunette et le niveau par rapport à l'axe de l'instrument.

Perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation de l'instrument. Vérification.

Troisième vérification et troisième rectification. — *Rendre l'axe optique de la lunette perpendiculaire à l'axe de rotation de l'instrument*[1].

Cette condition est indispensable parce qu'alors, quand nous aurons rendu, au moyen du niveau, l'axe de l'instrument vertical, l'axe optique de la lunette se trouvera horizontal.

Pour vérifier si elle est remplie, on agit sur une vis calante pour bissecter avec le fil horizontal la ligne de foi du voyant d'une mire placée à 100 mètres environ, puis on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de son axe, et on retourne la lunette bout pour bout et sens dessus dessous[2], de manière à viser de nouveau la mire; le fil horizontal doit encore bissecter la ligne

[1] C'est avec intention que nous réglons la perpendicularité de l'axe optique avant celle de la directrice de la fiole, afin de bien appeler l'attention sur l'indépendance de ces deux rectifications. Cependant il convient que l'axe de rotation de l'instrument soit à peu près vertical, de sorte que, si l'on avait affaire à un instrument complétement déréglé, il serait préférable de commencer par régler le niveau, c'est-à-dire d'inverser les troisième et quatrième rectifications.

[2] Théoriquement, et en supposant le centrage de la lunette parfaitement obtenu par la rectification n° 2, il suffirait ici de retourner la lunette bout pour bout et pas sens dessus dessous; mais, comme il peut subsister encore un petit défaut de centrage, il se trouvera corrigé en même temps que le défaut

de foi du voyant. Si cela n'a pas lieu, il y a une rectification à faire, et voici comment on opère.

Supposons que l'axe optique AO_1 ne soit pas perpendiculaire à l'axe de rotation AX de l'instrument et représentons ce qui va se passer en projection sur un plan vertical (fig. 2), en faisant abstraction, pour plus de simplicité, du défaut de coïncidence de l'axe optique et de l'axe de figure. L'axe optique AO_1 nous donne une première hauteur de mire V_1; lorsqu'on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de son axe AX, l'axe optique vient prendre une position AO'_1 symétrique de AO_1 par rapport à l'axe de rotation AX. Puis, pour pouvoir viser de nouveau la mire, on retourne la lunette bout pour bout et sens dessus dessous sur ses colliers, et comme, par construction, ces colliers sont parfaitement égaux, l'axe optique, après ce mouvement, va prendre une direction AO_2 exactement opposée à AO'_1, de sorte que les deux lignes de visée AO_1 et AO_2 seront, en définitive, symétriques par rapport à la ligne AP perpendiculaire à l'axe de rotation AX. Nous obtiendrons ainsi une seconde hauteur de mire V_2, et il résulte de la symétrie que nous avons constatée que, si l'on prend la moyenne des deux hauteurs de mire obtenues, et que l'on fixe le voyant à cette hauteur moyenne M, ce point M se trouvera exactement sur la direction de la perpendiculaire AP.

Rectification.

Si donc nous agissons sur la vis de rectification, qui permet d'élever ou d'abaisser la fourche mobile, jusqu'à ce que l'axe optique passe par ce point M, nous l'aurons rendu perpendiculaire à l'axe de rotation.

Une seule épreuve ne suffit pas généralement pour arriver au résultat, et on recommence cette double opération jusqu'à satisfaction.

Il faut que la lunette soit bien équilibrée.

Cette rectification serait illusoire, si le centre de gravité de la lunette ne se trouvait pas sur l'axe vertical, parce que, après le retournement, le poids de la lunette produirait une flexion de l'instrument en sens contraire, ce qui, du reste, serait accusé par le déplacement de la bulle. Pour constater ce défaut d'équilibre, il suffit de soulever la lunette en la prenant entre deux doigts par le point qui correspond à l'axe, et on y remédie en modifiant le poids du *tube*

de perpendicularité de l'axe optique, par ce double retournement. Il y a même plus : si l'on se contentait de retourner la lunette bout pour bout, et non sens dessus dessous, le moindre défaut de centrage empêcherait la rectification de l'axe optique de se faire exactement; en effet, l'axe optique ne prendrait pas alors deux positions symétriques par rapport à la perpendiculaire à l'axe, et, par suite, la position moyenne du voyant de la mire ne correspondrait pas à cette perpendiculaire. Nous devons donc conclure de là qu'il est indispensable de faire le double retournement indiqué.

garde-soleil, qui est placé sur l'objectif, pour le préserver de l'action gênante des rayons solaires.

Défaut d'égalité des colliers de la lunette. Son influence.

De plus, cette rectification suppose, comme nous l'avons dit, que les deux colliers par lesquels la lunette repose sur ses fourches sont parfaitement égaux; car, dans le retournement de la lunette bout pour bout, ces deux colliers se substituent l'un à l'autre; si donc ils ne sont pas égaux, il n'est plus juste de dire, comme nous l'avons supposé (fig. 2), que l'axe optique prend une position AO_2 directement opposée à AO'_1. Il prendra, au contraire, une position différente, telle que AO'_2, qui ne sera plus symétrique de AO_1 par rapport à la perpendiculaire AP. Par suite, la hauteur de mire obtenue V'_2 ne sera plus symétrique de V_1, et la moyenne de ces deux hauteurs V_1 et V'_2 donnera un point M′ qui ne sera plus sur la perpendiculaire à l'axe de rotation. Par conséquent, lorsque nous aurons fait la rectification, comme nous l'avons dit plus haut, l'axe optique ne sera pas perpendiculaire à l'axe de rotation, et, lorsque ce dernier sera mis vertical, l'axe optique, au lieu d'être horizontal, sera incliné sur l'horizon.

Or il suffit d'une différence d'un dixième de millimètre entre les diamètres des deux colliers pour produire une erreur de 5 centimètres sur une hauteur de mire prise à 100 mètres. Il est bon de se tenir en garde contre un défaut de ce genre.

Importance d'un pareil défaut.

Malheureusement, la plupart des constructeurs ne se doutent pas, ou du moins ne se doutaient pas, il y a quelques années, de l'importance que peut avoir un pareil défaut, car il n'y a même pas très-longtemps qu'on s'en est rendu compte. Aussi ne savait-on à quoi attribuer les inexactitudes trouvées dans certains nivellements faits pourtant avec beaucoup de soin et avec des instruments dans lesquels on avait la plus grande confiance. C'est ce qui fait aussi que l'on s'est servi très-longtemps du *niveau-cercle de Lenoir* de préférence à tout autre instrument, sans pouvoir s'expliquer d'où provenait le plus grand degré de précision donné par cet instrument. Cela tenait précisément à son mode de construction, dont nous aurons occasion de reparler à propos du niveau à fiole indépendante. Disons seulement tout de suite que, dans le niveau Lenoir, la lunette est portée sur un plateau circulaire, à l'aide de deux prismes carrés qui remplacent les colliers, et sur lesquels repose la fiole, sans être fixée d'une manière invariable, de telle sorte que le constructeur constatait l'égalité de ces carrés par le retournement de la lunette sous le niveau, sans même s'en rendre compte.

Depuis que l'importance de l'égalité des colliers a été reconnue, les constructeurs habiles et consciencieux font la vérification d'une manière analogue, à l'aide d'un niveau à jambes qu'ils font reposer directement sur les colliers de la lunette, de manière à pouvoir faire le retournement. Il faut que le défaut d'égalité ne dépasse pas $\frac{1}{500}$ de millimètre pour que l'erreur qui en résulte soit insensible. Moyen de le constater.

Ce moyen de vérification n'est pas, en général, à la disposition de l'opérateur, mais on peut constater le défaut au moyen du nivellement réciproque dont nous avons déjà parlé à propos du niveau à collimateur. On peut même déterminer de cette manière l'erreur qui en résulte pour les hauteurs de mire, à des distances connues, et, par suite, faire les corrections convenables; mais il vaut encore mieux éliminer l'erreur par le mode d'observation, comme nous le dirons tout à l'heure.

Quatrième vérification et quatrième rectification. — *Rendre la directrice de la fiole perpendiculaire à l'axe.* Perpendicularité de la directrice de la fiole à l'axe de l'instrument.

Nous avons vu comment on fait le calage de l'axe de l'instrument, en amenant par des tâtonnements successifs la bulle du niveau au milieu du tube dans deux positions de la fiole perpendiculaires entre elles; mais cela suppose que la directrice de la fiole est perpendiculaire à l'axe que l'on veut rendre vertical. Pour le vérifier, l'instrument étant calé le mieux possible, on amène, dans une des deux positions de calage, la bulle exactement au milieu du tube, et on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de son axe; il faut que la bulle revienne entre ses repères. Si cela n'a pas lieu, c'est que la directrice de la fiole n'est pas perpendiculaire à l'axe. Voici, en effet, ce qui va se passer. Vérification.

Supposons que la directrice de la fiole ne soit pas perpendiculaire à l'axe et faisons une coupe longitudinale par un plan vertical contenant cette directrice (fig. 3). Dans la première position, le niveau NI est horizontal, mais fait un certain angle avec la projection AX de l'axe; après la demi-révolution autour de cet axe, la directrice de la fiole aura pris une position N'I' symétrique de NI par rapport à AX ou à la perpendiculaire AP à l'axe, de sorte que le déplacement de la bulle indiquera le double du défaut de perpendicularité. Si donc on agit sur la vis de rectification du niveau pour faire rétrograder la bulle de la moitié de son déplacement, on aura rendu la directrice de la fiole perpendiculaire à l'axe. Rectification.

Mais, comme une seule épreuve ne suffit pas, on recommencera le calage

dans deux directions perpendiculaires, puis on fera la demi-révolution autour de l'axe, et cela jusqu'à satisfaction.

Il est clair que, lorsque la directrice de la fiole n'est pas perpendiculaire à l'axe, on ne peut pas arriver à ce que la bulle reste bien exactement au milieu du tube dans les deux calages à angle droit, que nous recommandons de faire avant tout; mais au moins on approche de ce résultat le plus possible, et voici l'avantage qu'il y a à opérer ainsi.

Nécessité du calage préalable de l'axe.

Supposons que l'on veuille faire cette vérification, sans calage préalable de l'axe dans deux directions perpendiculaires, c'est-à-dire en se contentant d'amener la bulle au milieu du tube dans une position quelconque et en faisant un retournement de 180 degrés; on serait exposé alors à déranger un instrument qui serait bien réglé. Pour le montrer, faisons une coupe par un plan vertical suivant la direction du niveau dans la première position (fig. 4). La directrice de la fiole, étant horizontale, sera représentée par NI, et l'axe que nous supposons lui être perpendiculaire se projettera suivant AX perpendiculaire à NI; mais cet axe pourra être incliné d'avant en arrière ou d'arrière en avant, et lorsqu'on fera tourner l'instrument autour de son axe, la directrice NI va décrire un cercle perpendiculaire à la direction de l'axe, cercle qui se projettera sur le plan de la figure suivant une ellipse plus ou moins aplatie, suivant l'inclinaison de l'axe. Par suite, lorsqu'on fera la demi-révolution, comme rien ne marque sur l'instrument si on le fait tourner de 180 degrés juste, la directrice pourra fort bien prendre les positions I'N' ou I''N'' au lieu de la position I_1N_1 directement opposée à NI; et alors le déplacement de la bulle indiquera non pas un défaut de perpendicularité, mais bien l'inclinaison de la directrice résultant de ce que l'on n'a pas tourné exactement de 180 degrés. On voit d'ailleurs par la figure qu'il suffit d'une erreur assez faible et toujours inévitable dans la rotation effective pour produire une inclinaison très-sensible du niveau.

Le même inconvénient n'est pas à craindre, si l'on a eu soin de faire préalablement le calage approximatif de l'axe dans deux directions perpendiculaires, car alors, l'axe étant à peu près vertical (fig. 5), l'ellipse ci-dessus est extrêmement aplatie et se confond presque avec la droite NI, de sorte que l'erreur commise dans la demi-révolution ne produira pas de déplacement sensible de la bulle; si donc il y en a un, on pourra l'attribuer, sans hésitation, au défaut de perpendicularité du niveau à l'axe de rotation.

Inconvénient

Cette rectification serait illusoire et ne pourrait même pas s'effectuer, s'il

existait des ballottements de la fiole dans son enveloppe ou de cette enveloppe par rapport à la traverse sur laquelle est fixé le niveau. Il faut donc, avant tout, constater et corriger ces défauts.

d'un ballottement quelconque.

Il peut encore arriver que l'axe de rotation de l'instrument ait un ballottement provenant soit d'un défaut d'exécution, soit de son trop peu de longueur. Dans ce cas, on ne pourrait faire exactement ni la rectification du niveau, ni celle de l'axe optique, ni le centrage de la lunette. On se contente alors d'approcher autant que possible de la perpendicularité du niveau à l'axe; puis on fait les deux autres rectifications en maintenant la bulle exactement au milieu du tube pendant les diverses visées; on rend ainsi l'axe optique de la lunette parallèle à la directrice de la fiole, et on a soin alors, au moment de chaque visée, dans les opérations ultérieures, de ramener exactement la bulle au milieu du tube, après avoir fait un calage approximatif de l'axe[1].

Telles sont les diverses vérifications et rectifications à faire subir à un niveau à fiole fixe, avant de s'en servir, et l'on voit qu'à part le cas où l'axe a du ballottement, les trois premières sont indépendantes de la verticalité de l'axe et, par conséquent, du niveau, ce qui explique l'ordre dans lequel nous les avons données.

§ 2. Niveau à fiole indépendante.

Nouveau niveau de l'École d'application, à fiole indépendante.

Le niveau à fiole indépendante, qui a remplacé le niveau à fiole fixe dans le nouveau matériel de l'École d'application, est d'un emploi plus commode et présente certains avantages qui vont ressortir de ce que nous allons en dire plus loin.

Description sommaire.

L'axe de rotation de la lunette ou plutôt l'enveloppe conique qui le contient est liée directement à trois vis calantes qui reposent sur la tête du trépied, auquel l'instrument est fixé par une tige à ressort. L'axe porte une traverse perpendiculaire terminée par deux fourches sur lesquelles repose la lunette, au moyen de deux colliers parfaitement égaux. Seulement la lunette ne peut prendre sur ses fourches que deux positions d'observation, déterminées par l'arrêt de deux butoirs, un à chaque collier, contre deux vis butantes, une à chaque fourche. Ces deux positions s'obtiennent en faisant faire une demi-révolution à la lunette autour de son axe de figure; on n'a plus à re-

[1] Ce calage approximatif est nécessaire, parce que les rectifications peuvent laisser subsister un défaut de parallélisme, en projection horizontale, entre la directrice de la fiole et l'axe de la lunette. Si ce défaut existe, quand l'axe penche sur la droite ou sur la gauche de la visée, l'axe optique peut être incliné, quand la bulle indiquera l'horizontalité de la directrice.

tourner la lunette bout pour bout, ce qui est un premier avantage de cette disposition, vu que ce retournement est une cause de chocs et une gêne assez grande, surtout quand la lunette est un peu volumineuse, comme dans les instruments puissants destinés à des nivellements à grande portée et d'une haute précision.

Enfin la disposition principale, celle qui a donné le nom à ce genre de niveaux, c'est que la fiole, au lieu d'être fixée sur la traverse horizontale, repose librement et directement par un système de jambes en forme de V renversés sur les deux colliers de la lunette. Comme détail de construction spécial aux instruments de l'École, la fiole du niveau n'a pas de vis de rectification, ce qui lui donne une stabilité bien plus grande, et, pour permettre de la régler, la graduation qui sert à indiquer le milieu du tube, au lieu d'être gravée sur le verre de la fiole elle-même, est portée par une réglette mobile, que l'on peut déplacer dans le sens de la longueur, de manière à faire varier la directrice de la fiole.

Usage de l'instrument. L'usage de cet instrument, en ce qui concerne la mise en station, est absolument le même que pour le niveau à fiole fixe. On fait le calage de l'axe dans deux directions perpendiculaires, à l'aide des indications de la fiole, que l'on a soin de placer, dans la première opération, parallèlement à deux des vis calantes. Alors, si l'instrument est réglé, l'axe de rotation sera vertical, l'axe optique de la lunette sera horizontal, et, le fil du réticule l'étant aussi, le plan optique sera également horizontal.

Cet instrument est, d'ailleurs, soumis tout naturellement aux mêmes vérifications et rectifications que le niveau à fiole fixe; seulement deux d'entre elles, celles qui ont rapport à la perpendicularité de l'axe optique et de la directrice de la fiole à l'axe de rotation se font d'une manière un peu différente. Mais, avant tout, on profite de l'indépendance de la fiole pour vérifier l'égalité des colliers de la lunette; c'est même là l'un des principaux avantages de cette disposition.

Vérification de l'égalité des colliers. Pour faire cette vérification, après avoir calé l'axe approximativement dans deux directions perpendiculaires, on fixe l'instrument dans une certaine position, à l'aide de la pince de pression, et, en agissant sur une vis calante, on amène exactement la bulle au milieu des divisions de la réglette, puis on soulève la fiole, sans la retourner, et on retourne la lunette bout pour bout sous la fiole, de manière à substituer l'un des colliers à l'autre. Si donc ils ne sont pas égaux, la bulle, au lieu de reprendre la même position, se déplacera dans

le tube, et son déplacement indiquera le double du défaut d'égalité des colliers. Par conséquent, si l'on a déterminé à l'avance la sensibilité de la fiole, on pourra en déduire l'erreur angulaire résultant de ce défaut et, par suite, les erreurs qui affecteront les hauteurs de mire, suivant les distances.

La perpendicularité du fil horizontal du réticule à l'axe de rotation s'obtient, comme nous l'avons dit pour le niveau à fiole fixe, en réglant les vis d'arrêt pour les deux positions d'observation de la lunette. **Horizontalité du fil du réticule.**

Le centrage de la lunette se vérifie et se rectifie aussi absolument de la même manière. **Centrage de la lunette.**

En ce qui concerne la perpendicularité de l'axe optique de la lunette et de la directrice de la fiole à l'axe de rotation, ces deux opérations ne peuvent plus se faire indépendamment l'une de l'autre, puisque ces deux lignes sont solidaires. On commence par les rendre parallèles entre elles, puis on les rend simultanément perpendiculaires à l'axe de rotation. Voici comment on opère.

1° *Parallélisme de la directrice de la fiole et de l'axe de la lunette.* — Après avoir calé l'instrument à peu près, on serre la pince, la lunette étant dans la direction d'une vis calante, et l'on amène la bulle exactement au milieu du tube. Puis on retourne la fiole bout pour bout sur les colliers de la lunette, qui sont égaux, par hypothèse, et la bulle doit rester au milieu du tube. Si cela n'a pas lieu, c'est que les deux lignes que nous considérons ne sont pas parallèles, et voici ce qui va se passer. **Parallélisme du niveau et de la lunette. Vérification.**

Faisons une coupe longitudinale par un plan vertical passant par le niveau (fig. 6); après la première partie de l'opération, la directrice de la fiole, qui est horizontale, prend la direction NI et l'axe de la lunette, ou plutôt sa projection sur le plan du tableau, qui ne lui est pas parallèle, a la direction AO. Après le retournement du niveau sur les colliers de la lunette, la ligne NI vient prendre une position I′N′ symétrique de NI par rapport à la parallèle à l'axe AO; par suite, la bulle se déplace, et son déplacement indique le double du défaut de parallélisme.

On agit alors sur la vis calante pour faire rétrograder la bulle de la moitié de son déplacement, et on rend ainsi l'axe AO horizontal, puisqu'il vient prendre la position AH; la tangente à la courbure intérieure de la fiole, au point milieu de la position actuelle de la bulle, est aussi horizontale, et, par conséquent, parallèle à AH. Il suffira donc de déplacer la réglette qui porte la gra- **Rectification.**

duation, de manière que les deux extrémités de la bulle marquent le même nombre de divisions, et nous aurons ainsi fait de cette parallèle à l'axe la nouvelle directrice de la fiole. Ici, encore, la rectification serait illusoire, si les deux colliers de la lunette n'étaient pas égaux.

Perpendicularité de la directrice de la fiole et de l'axe de la lunette à l'axe de l'instrument.

2° *Perpendicularité de la directrice de la fiole et de l'axe de la lunette à l'axe de rotation de l'instrument.* — Avec la nouvelle directrice de la fiole, on recommence le calage approximatif de l'axe dans deux directions perpendiculaires; puis, dans la dernière position, on amène exactement la bulle au milieu du tube, et l'on fait faire à tout l'instrument une demi-révolution autour de son axe. Le déplacement de la bulle, s'il y en a un, accuse le double du défaut de perpendicularité; on agit alors sur la vis calante pour faire marcher la bulle de la moitié de son déplacement, et on la ramène complétement au milieu du tube, en agissant sur une vis de rectification qui élève ou abaisse l'une des fourches, et, par conséquent, l'une des extrémités de la lunette et de la fiole simultanément. On réitère cette double opération jusqu'à satisfaction.

Telles sont les seules différences qui existent dans la manière de faire les rectifications avec les niveaux à fiole indépendante.

§ 3. Pratique des niveaux à lunette.

Sensibilité de la fiole d'un niveau.

Avant d'employer un niveau pour la première fois, il est important de déterminer la sensibilité ou la *caractéristique* de la fiole. Pour cela, l'instrument étant calé, on vise une mire placée à une distance de 100 mètres, on amène dans cette direction, à l'aide d'une vis calante, la bulle exactement au milieu du tube, et l'on fait élever le voyant jusqu'à ce que la ligne de foi soit bissectée par le fil horizontal du réticule; on fait la lecture sur la mire. Puis on agit sur la vis calante de manière à faire marcher la bulle d'un certain nombre n de divisions; la ligne de visée a suivi le mouvement et s'est inclinée d'une quantité correspondante. On fait déplacer le voyant de la mire de manière à bissecter de nouveau la ligne de foi, et on fait la nouvelle lecture. La différence D des deux lectures représente à 100 mètres la quantité dont s'est inclinée la ligne de visée et, par suite, la directrice de la fiole pour un déplacement de la bulle de n divisions. Donc en divisant cette différence par n, $\frac{D}{n}$ représentera l'erreur résultant pour une hauteur de mire prise à 100 mètres d'un déplacement de la bulle de 1 division, et $\frac{D}{n \times 100}$ donnera la mesure de la sensibilité du niveau ou la caractéristique de la fiole. On saura alors avec quel

degré de précision on devra faire le calage du niveau, suivant l'exactitude dont on a besoin pour les opérations que l'on a en vue. Et cela ne laisse pas que d'avoir une grande importance, à cause du temps que l'on perdrait souvent inutilement à faire un calage parfait, surtout avec certains niveaux un peu sensibles.

Voyons maintenant comment, dans la pratique, on emploie les niveaux à lunette.

Les rectifications ne sont pas stables.

Toutes les rectifications que nous venons d'étudier ne sont pas stables, à l'exception, toutefois, de celle qui a pour but de rendre l'un des fils du réticule perpendiculaire à l'axe de l'instrument et qui n'est pas exposée à se déranger, à moins d'un accident, tel qu'un choc violent. Mais, en ce qui concerne les trois autres rectifications, certaines vis, dans le transport, peuvent se dévisser d'elles-mêmes, et, en dehors des défauts de construction, il suffit d'ailleurs d'un rayon de soleil frappant une partie de l'instrument, pendant que l'autre est dans l'ombre [1], ou d'un changement un peu brusque de température, pour modifier les dispositions relatives des différentes pièces, qui ne sont jamais homogènes, et pour dérégler l'instrument. C'est surtout le niveau qui est exposé à des effets très-notables de ce genre. En fait, l'expérience prouve qu'il faudrait à chaque instant recommencer les vérifications et les rectifications ci-dessus, dans le cours même d'une opération de nivellement, ce qui ferait perdre un temps énorme.

On peut quelquefois négliger ces dérangements, lorsqu'ils ne dépassent pas les limites des erreurs que l'on peut tolérer; mais lorsque l'on vise à la précision, il faut y avoir égard, et, au lieu de rectifier l'instrument à chaque instant, ce qui serait trop laborieux, on compense par le mode d'observation les défauts de rectifications. C'est ce que l'on fait de la manière suivante.

Pratique du niveau.

Les pieds du trépied étant solidement enfoncés dans le sol, on cale l'axe, mais seulement à deux ou trois divisions près de la bulle; on dirige la lunette sur la mire, et, par le jeu d'une vis calante convenable, celle qui est le plus près de la direction de la lunette, on amène la bulle bien exactement au milieu de la fiole; on prend une première hauteur de mire m_1. Puis, si l'on opère avec un niveau à fiole fixe, on retourne la lunette bout pour bout et sens dessus dessous sur ses supports; on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de son axe, de manière à ramener la lunette dans la direction de

Double observation pour compenser les défauts de rectification.

[1] Aussi, dans les nivellements précis, doit-on opérer toujours à l'ombre. C'est aussi à l'ombre que l'on doit rectifier l'instrument.

la mire, et, après avoir fait de nouveau, dans cette position, le calage exact de la fiole, on prend une seconde hauteur de mire m_2.

S'il s'agit du niveau à fiole indépendante, cette seconde hauteur de mire est prise après avoir fait faire à la lunette une demi-révolution autour de son axe de figure, et avoir retourné la fiole bout pour bout sur les colliers de la lunette, en ayant soin, bien entendu, de ramener encore, dans cette position, au moment de faire la visée, la bulle bien exactement au milieu du tube.

Dans les deux cas la moyenne $M = \frac{m_1 + m_2}{2}$ est débarrassée de toutes les erreurs tenant aux défauts de rectification. Cela résulte de l'étude même que nous avons faite de ces rectifications (deuxième, troisième et quatrième), et les figures 1, 2, 3, 6 le prouvent surabondamment. Il suffit, en effet, que l'axe optique de la lunette prenne, dans les deux opérations, deux positions exactement symétriques par rapport à l'horizontale, ce à quoi l'on arrive en ayant soin, dans les deux cas, d'amener bien exactement la bulle au milieu du tube, pour que les deux hauteurs de mire ainsi obtenues soient affectées d'erreurs égales et de signes contraires, qui disparaissent par conséquent dans la moyenne.

Contrôle des opérations.

Il est important, en outre, de faire cette double opération en suivant le même ordre pour les deux positions relatives de la lunette et du niveau. Pour obtenir sans peine ce résultat, on a eu soin de graver, tant sur le corps de la lunette que sur les fourches dans le niveau à fiole fixe ou sur le tube qui enveloppe la fiole dans le niveau à fiole indépendante, de gros chiffres 1, 1 et 2, 2, que l'on doit mettre respectivement en regard pour la première et pour la seconde visée. Alors, tant que les défauts de rectifications restent les mêmes, et ils ne varient ordinairement que très-lentement, la première hauteur de mire devra être toujours plus grande ou toujours plus petite que la seconde, et d'une quantité sensiblement proportionnelle à la distance de l'instrument à la mire.

On aura donc une vérification immédiate des fautes qui pourraient se glisser soit dans les opérations (oubli du calage exact de la bulle, par exemple), soit dans les lectures sur la mire, car la différence $m_1 - m_2$ doit avoir un signe constant et une valeur à peu près proportionnelle à la distance.

Nécessité d'opérer avec un instrument

Puisqu'on peut compenser les erreurs dues aux défauts de rectification, on serait tenté de croire qu'on peut, sans crainte, se servir d'un instrument non rectifié; mais il y aurait à cela un grand inconvénient. En effet, si l'instrument

employé n'était pas à peu près rectifié, il pourrait y avoir entre les deux coups de niveau donnés sur le même point, avant et après les retournements prescrits, une très-grande différence, qui pourrait masquer une faute; sans cela, la moyenne n'en serait pas moins exacte. Mais, afin que le désaccord entre les deux hauteurs de mire ne puisse pas masquer une faute, il convient qu'il ne dépasse pas quelques millimètres; par conséquent, il faut que l'instrument soit à peu près rectifié, et alors on aura plus de sécurité dans l'exactitude des opérations. à peu près rectifié.

Ce mode de compensation serait illusoire, si la fiole n'avait pas une position invariable par rapport aux supports, si les pièces de la lunette avaient des défauts de fixité, et enfin si les colliers de la lunette étaient inégaux

Ce dernier défaut produirait le même effet que lorsque nous voulions rectifier l'instrument (fig. 2 et 6), et il en résulterait que les deux lignes de visée, avant et après les retournements, ne seraient pas également inclinées au-dessus et au-dessous de l'horizon. Par suite, les hauteurs du voyant ne seraient pas symétriques par rapport à l'horizontale, et la moyenne des hauteurs de mire répondrait à une ligne inclinée, soit en montant, soit en descendant, suivant que le collier situé vers l'objectif serait plus gros ou plus petit que l'autre. Défaut d'égalité des colliers.

Nous avons vu comment on peut vérifier l'égalité des colliers dans un niveau à fiole indépendante, et comment même on peut déterminer le défaut, connaissant la caractéristique de la fiole. Le même procédé pourrait être employé avec le niveau à fiole fixe, si l'on a à sa disposition un niveau à jambes convenable. Mais, en général, cela n'aura pas lieu, et alors on peut vérifier l'égalité des colliers, ou constater le défaut à l'aide des visées réciproques, procédé que nous avons exposé pour la vérification du niveau à collimateur. Seulement, pour se mettre à l'abri des erreurs provenant des défauts de rectification de l'instrument, il faut avoir soin, pour chaque hauteur de mire, de prendre la moyenne des deux observations faites avant et après les retournements prescrits plus haut. Pour faire cette épreuve, on prend généralement deux points distants de 100 mètres. Niveau à jambes. Visées réciproques.

Si l'on constate, par l'un ou l'autre de ces procédés, un défaut notable d'égalité des colliers, on pourra en tenir compte en corrigeant numériquement les différentes hauteurs de mire moyennes de quantités proportionnelles aux distances. On peut encore déterminer, par une expérience préalable, le déplacement qu'il faut faire subir à la bulle pour donner à l'instrument une inclinaison Correction due au défaut d'égalité des colliers.

qui compense celle de l'axe de figure de la lunette, résultant de l'inégalité des colliers; et alors, dans l'emploi du niveau, au lieu de faire le calage en amenant la bulle au milieu de la fiole, on la déplacera toujours du même côté et du même nombre de divisions.

Mais le mieux sera de refuser un instrument qui présenterait un défaut notable de ce genre ou de le faire corriger par le constructeur.

Moyen de compenser le défaut.

Si le défaut d'égalité des colliers est faible, on peut le compenser, en se plaçant toujours à peu près à égale distance des deux points que l'on considère, car alors les deux hauteurs de mire, dont la différence donne la différence de niveau cherchée, seront affectées d'erreurs égales et de même signe, ce qui n'influe pas sur leur différence.

Mire parlante en centimètres.

Avec les niveaux à lunette, on remplace avantageusement la mire à coulisse par une mire parlante divisée en centimètres et munie d'un fil à plomb qui lui assure une verticalité suffisante. L'opérateur lit alors lui-même les hauteurs de mire en nombre de centimètres, et il estime les millimètres. Cela exige impérieusement une mise au point exacte, et, par suite, il faut que la lunette soit munie d'un pignon engrenant dans une crémaillère et permettant de déplacer lentement le coulant du porte-fils. Du reste, cet accessoire est indispensable, même avec la mire à coulisse, quand on veut éviter les erreurs souvent très-sensibles résultant d'une mise au point imparfaite.

Ses avantages.

La mire parlante a l'avantage d'épargner l'emploi d'un aide intelligent et d'éviter les fautes de lecture que peut commettre le porte-mire, dont la tâche se borne alors à maintenir la mire verticale. La verticalité de la mire est aussi beaucoup mieux assurée; enfin on évite les tâtonnements de la mise à hauteur du voyant de la mire, tâtonnements qui ont le double inconvénient de faire perdre du temps et d'être une cause d'erreur, parce que, le plus souvent, l'opérateur, impatienté, s'arrête avant que la ligne de foi soit parfaitement bissectée par le fil du réticule.

Son inconvénient.

Il résulte de toutes ces considérations que les mires parlantes ont le double avantage de la rapidité et de la précision; mais, par contre, elles ont l'inconvénient de fatiguer davantage l'opérateur.

Mire parlante en doubles centimètres.

M. Bourdaloue, qui a le mérite d'avoir mis en honneur les mires parlantes, recommandait de les diviser en doubles centimètres et de les chiffrer comme les stadias, de telle sorte que les lectures indiquant le nombre de divisions ne donnent plus que la moitié des hauteurs de mire. Il prétendait ainsi écono-

miser du temps, parce que, dans les nivellements par cheminement, dans lesquels on prend sur chaque point deux hauteurs de mire, pour compenser les défauts de rectification de l'instrument, leur moyenne s'obtient par la simple addition des deux lectures, tandis qu'avec les mires ordinaires il faut faire la demi-somme de ces lectures.

Mais cette simplification du calcul est plus apparente que réelle. Car, lorsqu'il s'agit de deux nombres différant toujours d'un petit nombre de millimètres, comme c'est le cas dans la pratique des niveaux, on obtient leur moyenne en ajoutant au plus petit la moitié de leur différence, calcul plus simple et moins sujet à des fautes que l'addition de deux nombres plus grands; d'autant plus qu'il faut toujours faire mentalement la différence des deux hauteurs de mire partielles, pour contrôler les fautes.

Comme, d'un autre côté, les mires ainsi divisées en doubles centimètres ne se prêtent pas aux nivellements de détail par rayonnement, dans lesquels on ne prend sur chaque point qu'une hauteur de mire, nous croyons que l'on doit préférer le mode de chiffraison en centimètres.

Mires parlantes donnant sans calcul les altitudes des points.

Nous ne ferons également que citer la mire parlante imaginée par M. Marc, garde du génie à la brigade topographique, mire qui donne directement les altitudes des points, mais au moyen de signes de convention, ce qui fait qu'elle ne peut convenir qu'à des opérateurs faisant du nivellement d'une manière constante.

Nous citerons encore, comme étant d'un emploi plus commode pour des opérateurs ordinaires, une mire parlante que M. Reine a fait exécuter dans le même but, chez M. Portier, rue de la Verrerie. C'est un ruban sans fin de 10 mètres de longueur, qui porte les divisions et qui peut se déplacer le long de la règle. Malgré les variations inévitables dans la longueur du ruban, cette mire pourrait donner une précision suffisante pour le nivellement de détail, et ferait gagner beaucoup de temps, en évitant, d'ailleurs, les fautes de calcul et donnant assez de sécurité contre les fautes de lecture. Seulement elle a l'inconvénient de présenter une chiffraison en sens inverse du sens ordinaire, et, par suite, exige une certaine habitude pour être employée facilement[1].

Erreurs à craindre avec le niveau à lunette.

L'erreur à craindre sur une hauteur de mire prise avec le niveau à lunette à une distance de 100 mètres tient principalement : 1° à l'inexactitude dans le calage de la bulle; avec une fiole de 20 mètres de rayon de courbure, cette

[1] Voir sur les mires parlantes la note publiée par M. le colonel Goulier dans le n° 24 du *Mémorial de l'officier du génie*.

portion de l'erreur peut atteindre environ 1 millimètre; 2° à l'incertitude de la visée; avec une bonne lunette ayant 30 à 35 centimètres de foyer et un grossissement convenable, l'erreur est encore de 1 millimètre; 3° au défaut de contact des colliers avec les supports; cette erreur a encore à peu près la même valeur; 4° au défaut d'égalité des colliers; cette erreur peut être réduite à 1 millimètre; mais, quelle que soit sa valeur, elle se trouvera compensée dans la différence de niveau de deux points, si l'on a soin de mettre le niveau à égale distance de chacun d'eux; 5° au défaut de verticalité de la mire, erreur variable avec la hauteur et l'inclinaison, mais dont la moyenne n'atteint pas 1 millimètre avec une mire parlante munie d'un fil à plomb; du reste, il n'y a pas compensation dans la différence de niveau de deux points, si les hauteurs de mire sont inégales; 6° au défaut d'exactitude des divisions de la mire, erreur variable suivant la portion de la mire sur laquelle se fait la lecture.

Précision donnée par l'instrument.

Quoi qu'il en soit, il résulte de l'expérience que l'erreur à craindre sur la différence de niveau de deux points distants de 200 mètres ne dépasse pas 2 à 3 millimètres, quand on se met à peu près à égale distance des deux points et qu'on opère avec un bon niveau ordinaire, en employant les retournements que nous avons indiqués.

Carnet du nivellement par cheminement.

Les opérations du nivellement par cheminement avec le niveau à lunette s'enregistrent dans un carnet spécial, qui ne diffère du carnet que nous avons donné pour le nivellement par cheminement en général que parce qu'il contient deux colonnes pour les coups d'arrière et deux pour les coups d'avant. Dans la première colonne de chaque couple, on inscrit les deux hauteurs de mire prises sur chaque point, avant et après les retournements prescrits; dans la deuxième, on inscrit la moyenne. Quant aux vérifications des calculs, auxquelles se prête la disposition du carnet, elles sont suffisamment indiquées par le modèle ci-contre, page 209.

Le nivellement par cheminement employé avec le niveau à lunette et les précautions que nous venons d'indiquer donne des résultats d'une extrême précision. Ainsi l'on a constaté, par expérience, dans des opérations courantes faites avec de bons niveaux ordinaires, que l'erreur d'un cheminement de 100 kilomètres ne dépasse guère 5 *centimètres*.

Nivellement général de la France.

Dans le nivellement de la France, exécuté avec des niveaux de choix et avec des précautions particulières, l'erreur probable sur la différence de niveau

Modèle du carnet du nivellement par cheminement.

INDICATION DES POINTS.	HAUTEURS DU VOYANT. COUPS D'ARRIÈRE. MULTIPLES. +	MOYENS. +	COUPS D'AVANT. MULTIPLES. —	MOYENS. —	DIFFÉRENCES DE NIVEAU. ADDITIVES.	SOUSTRACTIVES.	ALTITUDES DES POINTS. DÉDUITES.	COMPENSÉES.	REMARQUES.
	POLYGONE A, PARTANT DU POINT 1 ET SE FERMANT AU MÊME POINT.								
1	....	....	....	....	....	....	41m,527	41m,527	Cote donnée.
	1m,275 1 ,271	1m,273	—1m,548 —1 ,551	—1m,550	2m,823	″			La mire est en contre-bas du point 2.
2	....	....	....	....	....	....	44 ,350	44 ,349	
	3 ,826 3 ,824	3 ,825	0 ,947 0 ,945	0 ,946	2 ,879	″			
3	....	....	....	....	....	....	47 ,229	47 ,226	
	0 ,446 0 ,439	0 ,443	3 ,308 3 ,298	3 ,303	″	2m,860			
4	....	....	....	....	....	....	44 ,369	44 ,365	
	″ ″	″	″ ″	″	″	″			
″	....	....	....	....	....	....	″	″	
	″ ″	″	″ ″	″	″	″			
10	....	....	....	....	....	....	41 ,607	41 ,596	
	2 ,893 2 ,887	2 ,890	0 ,424 0 ,419	0 ,422	2 ,468	″			
11	....	....	....	....	....	....	44 ,075	44 ,062	
	0 ,236 0 ,233	0 ,235	2 ,772 2 ,766	2 ,769	″	2 ,534			
1	....	....	....	....	....	....	41 ,541 41 ,527	41 ,527 41 ,527	Cotes d'arrivée. Cote de départ.
Sommes........	40m,483.	20m,243	40m,456	20m,229	10m,548	10m,534			
Différences égales............	+0m,014				+0m,014		+0m,014	0m,000	Erreur de fermeture +0m,014.

trouvée entre Marseille et Dunkerque ne dépasse pas 3 *centimètres*. On comprendra mieux la valeur de ces résultats, si l'on songe que le nivellement géodésique du canevas du premier ordre de la carte de France laisse une incertitude d'au moins 3 *mètres* sur les altitudes des points.

§ 4. Autres formes du niveau à lunette.

Niveaux à lunette du commerce. Les niveaux à lunette que l'on trouve dans le commerce ou en service dans les diverses administrations affectent des formes diverses, au moins dans les dispositions de détail, car, ainsi que nous l'avons déjà dit, ils peuvent tous être ramenés, comme principe, aux deux types que nous avons étudiés.

Parmi les niveaux à fiole fixe, nous citerons toutefois les niveaux de Chézy et d'Égault, en service dans les ponts et chaussées, et qui ne diffèrent guère du niveau de l'École d'application que par le système de genou.

Niveau de Chézy. Le niveau de Chézy a l'inconvénient de ne pouvoir être calé exactement que dans la direction de la ligne de visée, par le jeu d'une vis sans fin qui engrène dans un arc denté, et qui permet ainsi de faire basculer autour d'un axe horizontal la traverse qui porte la fiole et la lunette. Ce système est très-défectueux et ne présente aucune stabilité.

Niveau d'Égault. Le niveau d'Égault est muni d'un genou préférable, qui permet le calage dans deux directions perpendiculaires. Il se compose essentiellement de deux plateaux, l'un, le supérieur, lié à la traverse qui porte la fiole, et l'autre fixé au trépied. Au centre du plateau supérieur est une cavité ou coquille dans laquelle est enfermée une portion de sphère fixée au sommet d'une tige qui adhère au centre du plateau inférieur. Deux vis calantes traversent ce dernier, et deux ressorts, dont les points de butée contre le plateau supérieur déterminent avec les extrémités de ces vis deux diamètres perpendiculaires, complètent ce système. On comprend facilement comment le jeu de ces deux vis, combiné avec l'élasticité des ressorts, permet d'obtenir le calage de l'instrument; mais ce calage ne présente pas non plus beaucoup de stabilité.

D'ailleurs ces deux instruments offrent le grave inconvénient de n'avoir pas, pour ainsi dire, d'axe de rotation vertical, et, par suite, les rectifications, aussi bien que le calage, sont fort peu stables.

Ces niveaux ont été, dans ces dernières années, munis d'un axe de rotation vertical mobile dans une colonne reliée à un trépied formé par trois vis calantes, et alors on a obtenu un instrument tout à fait analogue à celui de l'École d'application.

Comme niveau à fiole indépendante, nous avons déjà parlé du niveau-cercle de Lenoir, qui est même le premier des instruments de ce genre. Son principal avantage, celui auquel il faut attribuer la grande vogue dont il a joui, c'est qu'il permet de vérifier facilement l'égalité des deux prismes carrés par lesquels la lunette repose sur le plateau horizontal. C'est le niveau qui a été adopté, avec quelques modifications, par M. Bourdaloue, dans les grandes opérations de nivellement dont il a couvert la surface de la France tout entière. Cet habile observateur a même indiqué un excellent moyen de corriger les inégalités de hauteur qu'on trouve entre les collets carrés de la lunette. On use par du papier fin à l'émeri, appliqué sur une surface très-plane, comme une glace, l'excès de hauteur de l'un de ces carrés. Niveau-cercle de Lenoir.

Tous les instruments que nous avons examinés jusqu'à présent exigent des rectifications nombreuses, que l'on doit refaire de temps en temps, ce qui rend assez long et assez délicat l'emploi du niveau à lunette. M. Bodin, artiste mécanicien à l'École d'application jusqu'en 1868, a simplifié beaucoup l'instrument et diminué les chances de dérangement de ses diverses parties, au moyen d'une disposition particulière, dont nous croyons utile de dire un mot. Niveau Bodin.

La lunette est fixée directement et invariablement à l'axe de rotation, sans l'intermédiaire d'une traverse portant des fourches, et de colliers reposant sur ces fourches. Cette disposition met à l'abri des erreurs qui peuvent résulter du défaut d'égalité des colliers, dans les instruments ordinaires. De plus, la fiole qui sert au calage repose sur le corps même de la lunette à laquelle elle est réunie par une charnière et une vis de rectification, qui permet de rendre sa directrice perpendiculaire à l'axe de rotation, à la manière ordinaire.

La lunette ne pouvant ni tourner autour de son axe de figure, ni se retourner bout pour bout, il faut recourir à un moyen indirect pour faire les rectifications du centrage et de la perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation. Ces deux rectifications se réduisent du reste à une seule, dans ce cas ; puisque la lunette ne peut pas tourner, pour les observations, autour de son axe de figure, il est inutile qu'elle soit centrée, et il suffit que l'axe optique soit perpendiculaire à l'axe de rotation.

Pour faire cette vérification et la rectification correspondante, on se sert d'une pièce auxiliaire en forme de fourche (fig. 7), munie d'un pivot que l'on fixe dans la douille du genou, à la place de l'axe de rotation de l'instrument. Les montants de cette fourche portent deux entailles égales, dans lesquelles on peut faire reposer deux parties cylindriques et de même diamètre de l'axe Rectification de l'axe optique.

de la lunette, lesquelles font l'office de tourillons. La lunette ainsi supportée par son axe, placé horizontalement, à l'aide d'un niveau à jambes, se meut dans un plan vertical, et on rend son axe optique perpendiculaire à l'axe de rotation, comme on le fait pour les lunettes méridiennes.

On pointe la lunette sur un objet très-éloigné mais très-distinct (fig. 8), puis on serre la vis de pression de la douille du genou, de manière à fixer la fourche d'une manière invariable. On retourne alors l'axe de la lunette bout pour bout sur ses supports, et, si le fil vertical ne bissecte plus l'objet visé, c'est que l'axe optique n'est pas perpendiculaire à l'axe de rotation. De plus, l'écart constaté représente le double du défaut; on agit alors sur le réticule pour le déplacer à vue de la moitié de l'écart. Puis on recommence une nouvelle épreuve, et, après deux ou trois tâtonnements, on arrive au résultat.

Cette manière d'opérer suppose que l'objet visé est assez éloigné pour que l'on puisse négliger le défaut provenant de ce que l'axe optique n'est pas également distant des deux tourillons. Si l'on n'a pas à sa disposition de point suffisamment éloigné, on peut encore tenir compte de cette espèce d'excentricité, en visant deux bandes blanches peintes derrière le voyant d'une mire à une distance égale à celle qui sépare les deux positions du point de rencontre de l'axe optique et de l'axe de rotation avant et après le retournement.

Les rectifications devraient être permanentes, mais c'est une illusion.

On voit en effet que, par cette disposition, les rectifications sont bien simplifiées et que l'instrument est moins exposé à se dérégler. Et même, dans la pensée de l'auteur, ce niveau devait être considéré comme ayant des rectifications permanentes; mais il n'en est rien en réalité, et cependant rien, dans le cours des opérations, n'accuserait les dérangements qui peuvent survenir ou ne permettrait de les compenser. Il en résulte que, si l'on gagne quelque chose sous le rapport de la rapidité des opérations, puisqu'on ne prend qu'une seule hauteur de mire sur chaque point, on aura, d'un autre côté, moins de sécurité pour les résultats qu'avec un instrument qui permet de compenser les erreurs, en prenant la moyenne de deux hauteurs de mire obtenues par les retournements convenables de la lunette ou de la lunette et de la fiole. Aussi le niveau Bodin ne peut-il être employé avantageusement que dans des opérations de détail, pour lesquelles les erreurs possibles sont tolérables.

CHAPITRE IV.

INSTRUMENTS DE NIVELLEMENT INDIRECT. — ÉCLIMÈTRES (PL. IX).

§ 1er. Généralités sur les éclimètres et sur leur usage. — Boussoles à éclimètre mobile.

La grande précision que donne le niveau à bulle d'air et à lunette est achetée, dans les terrains à pentes fortes, au prix de lenteurs considérables, tenant à la nécessité d'avoir, d'un point au suivant, une différence de niveau moindre que 3m,50 environ, si l'on opère avec une mire ordinaire de 4 mètres de développement. Lorsque cette précision n'est pas nécessaire, on peut gagner du temps en employant les *éclimètres*. Ils se composent essentiellement d'un cercle ou d'un segment de cercle vertical, portant un niveau à bulle d'air; autour du centre de ce cercle tourne une alidade sur laquelle est fixée une lunette, et dont les verniers parcourent les divisions du limbe gradué. Supposons l'instrument réglé : lorsque la fiole est calée, si, en même temps, les zéros des verniers et du limbe coïncident, l'axe optique de la lunette est horizontal; par conséquent si, sans déranger le calage, on incline l'alidade, et par suite la lunette, d'une certaine quantité, l'angle marqué par les verniers sur le limbe donnera la valeur de l'inclinaison prise par l'axe optique de la lunette sur l'horizon. Principe de l'éclimètre.

Voici alors l'usage qu'on peut faire d'un pareil instrument. Soient A et B (fig. 9) deux points pour lesquels on connaît soit la longueur AB = L, soit sa projection horizontale AH = P. On met l'éclimètre en station au-dessus de A; on envoie sur B une mire BM dont la hauteur est égale à la hauteur AL de l'instrument, et on la vise avec la lunette, la bulle de la fiole étant bien au milieu du tube. On lit alors sur l'éclimètre la valeur de l'inclinaison de la ligne de visée EM sur l'horizon, inclinaison qui est égale à celle de la droite AB. Soit I la valeur de cet angle de pente, on en conclut pour la différence de niveau des deux points Son usage.

$$BH = dN = L \sin I = P \tang I.$$

Des tables de sinus ou de tangentes facilitent ces calculs.

L'éclimètre est généralement annexé à la boussole, qui, par là, devient une Boussole

à éclimètre. *boussole nivelante* ou *boussole à éclimètre.* On trouve dans ces instruments deux dispositions différentes.

Éclimètre mobile. Ou bien la boussole est montée sur un genou incapable d'un calage rigoureux, comme le genou à coquilles; alors, pour faire l'observation, après avoir dirigé la lunette sur la mire, on agit sur une vis de rappel qui incline tout l'éclimètre pour amener la bulle de la fiole au milieu du tube, dans la direction de la ligne de visée. Dans ce cas, la boussole est dite *à éclimètre mobile.*

Éclimètre fixe. Ou bien la boussole tourne autour d'un axe, contenu dans une douille munie de vis calantes, comme le niveau à lunette. Alors l'instrument est susceptible de rectifications plus ou moins permanentes, et la boussole est dite *à éclimètre fixe.*

Boussoles du Dépôt de la guerre. Les boussoles à éclimètre du Dépôt de la guerre, soit celles en acajou de Rochette, soit celles en cuivre de Georges Oberhausen, appartiennent toutes à la première catégorie, c'est-à-dire qu'elles sont portées par un genou à coquilles, à l'aide duquel on peut seulement rendre l'axe à peu près vertical. De plus l'éclimètre se compose d'un seul arc, situé du côté de l'oculaire, et la lunette qui tourne autour d'un point voisin de l'objectif ne peut pas basculer, de manière à permettre de faire d'une même station des visées à droite et à gauche. Il en résulte que l'opérateur n'a pas la possibilité de rectifier l'instrument, c'est-à-dire de faire en sorte que, lorsque les zéros du vernier et du limbe sont en coïncidence et que la fiole est calée, la ligne de visée soit horizontale.

Erreur de collimation de l'éclimètre. Visées réciproques. Il en est réduit alors à déterminer l'*erreur de collimation* de l'éclimètre, c'est-à-dire l'angle que fait avec l'horizon la lunette à zéro, lorsque la bulle est au milieu du tube. Pour cela, on peut employer la méthode des visées réciproques, comme nous l'avons indiqué pour le niveau collimateur, le niveau Burel et même le niveau à lunette; connaissant la distance des deux points, il est facile d'en déduire l'erreur angulaire correspondant à la moitié du désaccord trouvé entre les deux différences de niveau ainsi obtenues.

Visées directes et inverses. Mais le mieux est encore de déduire la valeur de cette erreur de collimation d'une série de visées directes et inverses faites sur les côtés successifs d'un cheminement et suffisamment concordantes, en ayant soin, bien entendu, de ramener bien exactement la bulle au milieu du tube, au moment de chaque visée, à l'aide de la vis de rappel qui incline tout l'éclimètre. Grâce à cette précaution, en effet, la lunette à zéro aura pris bien exactement, dans les deux cas, la même inclinaison par rapport à l'horizon (fig. 10). Par suite, comme

les inclinaisons directe et inverse d'un même côté sont forcément l'une ascendante et l'autre descendante, les deux angles lus sur l'éclimètre seront affectés d'erreurs égales et de signes contraires. Leur moyenne sera donc exacte et leur différence donnera le double de l'erreur de collimation.

Cela prouve qu'on pourra, avec ces instruments, obtenir de bons résultats en prenant la moyenne des visées directe et inverse pour chacun des côtés d'un cheminement, et, pour les observations uniques qu'on serait obligé de faire, il faudrait les corriger de l'erreur de collimation déterminée comme on vient de le dire. Compensation de l'erreur de collimation.

Mais ces instruments ont, en outre, le grave inconvénient de n'avoir aucune stabilité, de telle sorte qu'il est rare que l'erreur de collimation reste sensiblement constante. Par conséquent, on ne peut pas espérer obtenir beaucoup de précision dans des opérations faites avec de pareils instruments. Inconvénients de ces instruments.

Les boussoles à éclimètre de l'École d'application sont à éclimètre fixe et peuvent donner, au contraire, toute la précision désirable. Ces boussoles sont montées sur des genoux semblables à ceux des niveaux à lunette; on rend leur axe vertical de la même manière, et elles offrent une stabilité suffisante soit dans le calage, soit dans les rectifications. Boussoles à éclimètre de l'École d'application.

Mais on peut encore les diviser en deux catégories distinctes : dans les unes, l'éclimètre est fixé invariablement au bâti de l'instrument, et alors le réticule de la lunette est muni d'une vis de rectification qui permet de le déplacer de haut en bas; dans les autres, l'éclimètre lui-même est mobile autour d'un axe, à l'aide d'une vis de rectification, ce qui rappelle en partie la disposition des boussoles à éclimètre mobile. Cet éclimètre entraîne dans son mouvement le niveau qui est lié à lui par une vis fixe et une vis de rectification. Éclimètre fixe. Eclimètre rectifiable.

Ces deux espèces de boussoles constituent ce que nous appellerons les boussoles *à éclimètre fixe non rectifiable* et les boussoles *à éclimètre rectifiable.* Nous allons étudier successivement ces deux dispositions.

§ 2. Boussoles à éclimètre fixe, rectifiable ou non. — Leurs rectifications.

Occupons-nous d'abord des boussoles à éclimètre fixe non rectifiable, et prenons pour exemple la boussole en cuivre à lunette anallatique de M. le colonel Goulier[1]. Voyons quelles sont les rectifications à faire subir à cet instrument. Boussole à éclimètre fixe.

[1] Pour pouvoir adapter la disposition de l'éclimètre fixe non rectifiable avec une lunette munie de

Rectification de la fiole.

1° *Rectifier la fiole fixe,* c'est-à-dire rendre sa directrice perpendiculaire à l'axe de rotation de l'instrument.

Pour cela, on opère comme nous l'avons fait pour le niveau à lunette, c'est-à-dire qu'après avoir calé l'axe dans deux directions perpendiculaires, on fait un retournement de 180 degrés; alors le déplacement de la bulle indiquant le double du défaut, on la fait rétrograder de la moitié de son déplacement, en agissant sur la vis de rectification de la fiole, et on recommence cette double opération jusqu'à satisfaction.

Perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation.

2° *Rendre l'axe optique de la lunette perpendiculaire à l'axe de rotation de l'instrument, quand l'alidade marque zéro,* de telle sorte que cet axe optique soit horizontal lorsque l'axe de rotation de l'instrument sera vertical.

Pour cela, la lunette étant à droite et les zéros en coïncidence, on vise une mire distante de 50 mètres environ (fig. 11); on lit la hauteur h_1 qui correspond à la position V_1 du voyant. On fait faire une demi-révolution à l'instrument autour de son axe, ce qui amène l'axe optique en AO'_1 symétrique de AO_1 par rapport à l'axe AX. On fait basculer la lunette autour de son axe pour ramener l'objectif vers la mire, et l'on remet les zéros en coïncidence. Alors l'axe optique ayant décrit 180 degrés juste, prend la direction AO_2 exactement opposée à AO'_1; on prend la hauteur de mire h_2 correspondant à V_2.

Cette nouvelle position du voyant V_2 est symétrique de V_1 par rapport à la perpendiculaire AP à l'axe AX, de telle sorte que le voyant, étant placé en M à la moyenne de ces deux hauteurs $\frac{h_1+h_2}{2}$, se trouve sur cette perpendiculaire. Si donc on déplace le réticule à l'aide de sa vis de rectification, sans changer la coïncidence des zéros, jusqu'à ce que l'axe optique corresponde au point M, il sera perpendiculaire à l'axe de rotation AX; par suite, il sera horizontal quand l'axe de rotation sera vertical. C'est, on le voit, la répétition de la rectification du niveau à lunette à fiole fixe, moins le centrage de la lunette, qui est inutile ici.

Défaut de fixité de l'axe par rapport au niveau.

Il arrive parfois, avec des boussoles en bois, comme étaient les anciennes boussoles de l'École d'application, non munies de micromètre, que l'axe manque de fixité par rapport au niveau, ce que l'on constate par les déplacements per-

fils stadimétriques, il faut absolument que cette lunette soit anallatique, car alors l'écartement des fils micrométriques se règle par le déplacement du verre anallatiseur, ce qui permet de disposer la vis destinée à régler l'horizontalité de l'axe optique, l'alidade étant fixée à zéro, par le déplacement du réticule. Il ne serait pas possible de superposer cette vis de réglage à celles qui, dans les lunettes ordinaires, servent à régler l'écartement des fils stadimétriques.

manents qu'impriment au calage de la fiole de légères pressions exercées sur les angles de la boussole. Alors, au lieu de faire la rectification comme nous venons de le dire, il faut établir le parallélisme de l'axe optique et de la directrice de la fiole, quand les zéros du limbe et de l'alidade sont en coïncidence; pour cela, on opère comme nous allons l'expliquer pour les boussoles à éclimètre rectifiable, que l'on peut assimiler, sous ce rapport, aux niveaux à lunette à fiole indépendante.

Considérons donc maintenant une boussole à éclimètre rectifiable; voici les rectifications qu'il faut lui faire subir. Boussole à éclimètre rectifiable.

1° *Rendre l'axe optique de la lunette à zéro parallèle à la directrice de la fiole.* Parallélisme de l'axe optique et du niveau.

Pour cela, l'axe de l'instrument étant à peu près calé, on prend, comme tout à l'heure, les deux hauteurs de mire h_1 et h_2 (fig. 12), d'abord avec la lunette à droite, puis avec la lunette à gauche, les zéros du vernier et du limbe étant en coïncidence, et en ayant la précaution d'agir sur une vis calante pour amener, au moment de chaque visée, la bulle du niveau au milieu du tube. Alors l'axe optique a pris deux directions AO_1 et AO_2 symétriques par rapport à l'horizontale AH, et, par suite, le point M, milieu de l'intervalle V_1V_2, déterminé par la moyenne des deux hauteurs de mire h_1 et h_2, se trouvera sur l'horizontale AH. On agit alors sur la vis calante (on a eu soin précisément de disposer l'instrument de manière qu'il y ait une vis dans la direction de la visée) pour amener, sans déranger la coïncidence des zéros, l'axe optique sur ce point M; il est alors horizontal.

Mais la fiole s'est inclinée en même temps avec le reste de l'instrument et la bulle n'est plus au milieu du tube. On agit alors sur la vis de rectification du niveau pour ramener la bulle entre ses repères, et on rend ainsi de nouveau la directrice de la fiole horizontale, de sorte qu'elle est parallèle à l'axe optique.

2° *Rendre* simultanément *l'axe optique et la directrice de la fiole perpendiculaires à l'axe de rotation.* Perpendicularité de l'axe optique et du niveau à l'axe de rotation.

Pour cela, après avoir refait le calage de l'axe dans deux directions à angle droit, on fait un retournement de 180 degrés, et, le déplacement de la bulle indiquant le double du défaut, on la fait rétrograder de la moitié de son déplacement, en agissant sur la vis de rectification de l'éclimètre, ce qui ne change pas les positions relatives du niveau et de la lunette à zéro. On recommence cette double opération jusqu'à satisfaction.

Quand il s'agit d'une boussole à éclimètre non rectifiable, les deux rectifications se font dans un ordre inverse : on commence par rendre le niveau perpendiculaire à l'áxe de rotation, comme nous l'avons dit page 216; puis, après avoir déterminé comme ci-dessus la hauteur de mire M qui correspond à l'horizontale de la lunette, on amène l'axe optique, les zéros étant en coïncidence, à correspondre à ce point, en agissant sur la vis de rectification qui déplace le réticule; l'axe optique est alors horizontal et parallèle au niveau fixe.

Niveau mobile des boussoles en cuivre.

Mais les boussoles en cuivre de M. le colonel Goulier sont, en outre, munies souvent d'un niveau mobile dont les jambes, en forme d'A, reposent sur deux anneaux en bronze dur, exactement du même diamètre, portés par le corps de la lunette. Le but de cette disposition est de permettre d'employer l'instrument pour le nivellement direct, et alors une goupille à pointe tronconique, que l'on engage avec frottement dans deux trous correspondants pratiqués dans le limbe et dans l'alidade, permet de fixer cette alidade à zéro, d'une manière invariable.

Il faut donc aussi *régler le niveau mobile.*

Rectification de ce niveau.

Pour cela, après avoir déterminé, comme précédemment, la hauteur de mire qui correspond à l'horizontale de la lunette, et avoir fait d'ailleurs les autres rectifications, on agit, s'il est nécessaire, sur la vis calante pour pointer la lunette fixée par la goupille, sur la hauteur moyenne de mire; puis on agit sur la vis de rectification du niveau mobile pour amener sa bulle au milieu du tube; alors la directrice de cette fiole est rendue parallèle à l'axe optique.

Influence d'un défaut de centrage de l'éclimètre sur les rectifications.

Pour que la rectification de l'axe optique soit juste, il faut que l'on ait retourné exactement la lunette de 180 degrés autour de son axe de rotation, en passant de la position AO'_1 à la position AO_2 (fig. 11 et 12), sans quoi nous ne pourrions pas dire que AO_2 est symétrique de AO_1 par rapport à AP ou à AH. Or cela n'aurait pas lieu si, le limbe n'étant pas bien centré, on ne lisait qu'un vernier pour établir la coïncidence des zéros, celui, par exemple, qui se trouve du côté de l'oculaire. Cette erreur est analogue à celle que cause le défaut d'égalité des deux colliers dans le niveau à lunette. On l'évite en mettant chaque fois les zéros des deux verniers opposés en *coïncidence moyenne,* c'est-à-dire en faisant en sorte que la ligne des zéros des verniers soit parallèle à la corde qui joint les deux zéros du limbe.

Coïncidence moyenne des zéros des verniers opposés

Pour cela, voici comment on opère : supposons que C soit le centre du

limbe (fig. 13) et C′ le centre autour duquel tournent la lunette et l'alidade; ces deux points ne coïncidant pas, c'est précisément ce qui constitue le défaut de centrage. Mettons d'abord le zéro du vernier qui est du côté de l'oculaire, par exemple, en coïncidence avec le zéro correspondant du limbe. Si nous nous transportons alors du côté de l'objectif, il résultera du défaut de centrage que le second vernier, au lieu de marquer zéro, marquera un certain angle $O'O'_1$, qu'on pourra lire en minutes et demi-minutes, et qui représentera précisément le double du défaut de centrage. On prendra la moitié du nombre lu, et on fera marquer à ce second vernier l'angle ainsi obtenu $O'O'_2$; alors le premier vernier marquera de l'autre côté un angle égal OO_2, et la ligne OO'_2 des zéros des verniers se trouvera parallèle à la ligne OO′ des zéros du limbe.

avec les zéros du limbe.

Valeur du défaut de centrage.

Cette manière d'opérer les rectifications, en établissant la coïncidence moyenne des zéros, est indispensable avec les anciennes boussoles en acajou de l'École d'application, dans lesquelles l'éclimètre se compose de deux arcs s'élevant seulement au-dessus de l'horizontale, parce qu'alors les pentes ascendantes et les pentes descendantes se lisent sur deux arcs différents.

Il faut en tenir compte avec les boussoles en acajou de l'École d'application.

Alors, si le défaut de centrage existe, lorsque l'axe optique de la lunette sera horizontal, les zéros des verniers opposés seront tous les deux au-dessus, par exemple (fig. 13), des zéros du limbe, et de la même quantité. Par suite, on lira sur les limbes des arcs plus grands que la mesure des angles, dont on aura incliné la lunette, et cela tant pour les pentes ascendantes que pour les pentes descendantes. Pour corriger cette erreur, il faut retrancher de chaque angle lu la quantité constante dont les zéros des verniers s'écartaient des zéros du limbe pendant l'horizontalité. C'est ce qu'on appelle la *correction constante* des lectures provenant du défaut de centrage.

Correction constante des lectures.

Sans cette précaution, la différence de niveau de deux points, calculée par un cheminement qui irait toujours en montant ou toujours en descendant, serait erronée de quantités sensiblement proportionnelles au développement du cheminement, et qui, pour un défaut de 2 minutes seulement sur chaque vernier, seraient d'environ 6 et 60 centimètres aux distances respectives de 100 mètres et de 1,000 mètres.

Nécessité de faire cette correction.

Avec les boussoles en cuivre, dans lesquelles les pentes ascendantes et descendantes se lisent sur le même arc du limbe, le même inconvénient n'existe pas, et l'effet d'un défaut de centrage est complétement insignifiant, du moins tant que l'on tient toujours la lunette du même côté de l'instrument, et à la

Le défaut de centrage est négligeable avec les boussoles en cuivre.

condition que, pour la rectification, on aura établi la coïncidence exacte des zéros du côté où l'on devra faire les lectures. C'est ce que l'on fait généralement avec ces sortes d'éclimètres.

Les lectures se font habituellement du côté de l'oculaire de la lunette. Quand elle est tenue à droite de la boussole, les lectures donnent les pentes avec l'horizon, au moyen de deux verniers accolés, qui portent les signes + et —, dont on doit faire précéder dans le carnet les pentes respectivement ascendantes et descendantes. Quand la lunette est à gauche, la chiffraison du limbe, qui se trouve alors à côté de l'oculaire, fait lire, au moyen d'un vernier unique marqué du signe +, les distances zénithales, ce qui évite les fautes que l'on peut commettre en inscrivant les signes des pentes.

§ 3. Emploi des boussoles à éclimètre.

Manière d'employer un instrument supposé rectifié.

Considérons un instrument rectifié d'après les indications du paragraphe précédent et exposé seulement aux erreurs provenant des déformations inévitables que subit un instrument en service, déformations qui sont surtout très-sensibles pour les anciennes boussoles en acajou, à cause du bois qui entre dans leur construction.

Pour les emplois ordinaires des boussoles à éclimètre, autres que la recherche de points de sections horizontales, *on se contente de caler l'axe vertical à peu près,* et, après avoir dirigé la lunette vers la mire que l'on doit viser, on agit sur celle des vis calantes qui incline le plus rapidement le niveau, pour amener la bulle entre ses repères; puis, par des chocs légers, donnés à la lunette avec un crayon ou un canif[1], on amène l'image de la ligne de foi de la mire sur le fil horizontal du réticule. Alors, après avoir vérifié que le niveau est encore calé, on fait la lecture sur l'éclimètre. Cette lecture, corrigée de l'*erreur constante,* s'il y a lieu, ne donnera la valeur exacte de la pente cherchée que si l'axe optique est parallèle à la directrice de la fiole, quand les zéros du vernier et du limbe sont en coïncidence, ou du moins en coïncidence moyenne, dans le cas des boussoles en acajou.

Les rectifications ne sont pas stables. Manières de compenser les défauts.

Or l'expérience prouve que les rectifications ne sont pas stables, et, en particulier, que ce parallélisme ne se maintient pas longtemps. Il faut donc chercher à compenser les défauts de rectification par le mode d'observation. On y arrive de deux manières différentes.

[1] On n'a pas mis de vis de rappel à l'alidade de l'éclimètre, parce que l'emploi de cette vis est plus nuisible qu'utile pour les opérateurs ordinaires qui ont la main lourde, et qui, en s'en servant, dérangeraient l'horizontalité du niveau.

1° On fait deux observations sur le même point, l'une avec la lunette à droite et l'autre avec la lunette à gauche, avec la précaution de caler chaque fois exactement la bulle du niveau à l'aide d'une des vis calantes. La moyenne des pentes lues est exacte. Cela se justifie par la manière même dont on ferait la rectification et par les figures 11 et 12, qui montrent que, si l'axe optique n'est pas rectifié, les deux pentes sont affectées d'erreurs égales et de signes contraires. Visées à droite et à gauche.

2° On prend, pour chaque côté AB, deux pentes, l'une directe en visant de A sur B, l'autre inverse en visant de B sur A, et cela avec la précaution de tenir toujours la lunette à droite et de caler chaque fois la bulle du niveau à l'aide d'une vis calante. La moyenne des deux pentes lues est encore exacte. En effet, dans ces deux observations, l'angle de la directrice de la fiole et de l'axe optique de la lunette à zéro est resté le même et de même signe, et l'erreur qui en résulte est égale et de signe contraire sur les pentes ascendantes et sur les pentes descendantes. Or les deux visées directe et inverse sont nécessairement de sens contraire; donc les erreurs qui les affectent se compensent dans leur moyenne. Visées directes et inverses.

On peut prouver la même chose plus clairement peut-être de la manière suivante. Soit AB (fig. 14) un côté du canevas dont on veut mesurer la pente, et supposons que l'axe optique de la lunette à zéro fasse avec la directrice de la fiole un angle e, au-dessus de l'horizontale, par exemple. A la première station A, pour mesurer l'angle de pente i, la lunette passera de la position initiale XO_1 à la position XO_2 parallèle à AB, et décrira, par conséquent, un angle $X = i - e$; c'est précisément cet angle qu'on lit sur l'éclimètre. Puis, quand on transportera l'instrument au point B pour faire l'observation inverse, l'axe optique de la lunette à zéro fera encore le même angle e avec la directrice NI de la fiole et au-dessus de l'horizontale; par suite, pour passer de la position initiale $X'O'_1$ à la position $X'O'_2$ parallèle à BA, la lunette décrira un angle $X' = i + e$, qu'on lira sur l'éclimètre. On voit alors que la moyenne des deux angles lus donne précisément

$$\frac{X+X'}{2} = \frac{i-e+i+e}{2} = i.$$

On voit donc qu'il existe deux procédés pour compenser les erreurs résultant des défauts de rectification de l'éclimètre, et remarquons, en passant, que ce sont d'ailleurs les mêmes qui servent à compenser les défauts de la boussole.

L'erreur due au défaut de centrage n'est pas éliminée avec les boussoles en acajou.

Mais l'erreur due au défaut de centrage n'est éliminée ni dans un cas ni dans l'autre, lorsque les éclimètres sont disposés comme ceux des anciennes boussoles en acajou de l'École d'application. Car cette erreur est égale et de même signe, tant pour les deux angles de pente lus en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche, que pour les deux observations directe et inverse; cela résulte de ce que les pentes ascendantes et les pentes descendantes se lisent sur deux arcs opposés du limbe. Par conséquent, l'erreur subsiste dans la moyenne, et il faudra ne pas oublier de faire subir directement à chaque angle lu la correction nécessaire.

Elle est éliminée par le second procédé avec les boussoles en cuivre.

Lorsqu'au contraire l'éclimètre est disposé, comme dans les boussoles en cuivre, de manière qu'on puisse lire du même côté les pentes ascendantes et descendantes, l'erreur due au défaut de centrage se trouve éliminée par le second procédé. Avec cette disposition, en effet, cette erreur est égale et de signe contraire pour les pentes ascendantes et descendantes, et, par conséquent, elle disparaît dans la moyenne des deux observations directe et inverse. Ceci suppose, bien entendu, qu'on a fait la rectification de l'axe optique comme pour les anciens éclimètres de l'École, c'est-à-dire en établissant la coïncidence moyenne des zéros, et non plus, comme nous l'avons dit, en mettant en coïncidence les zéros du vernier et du limbe du côté seulement où l'on doit faire les lectures. Dans ce dernier cas, en effet, on n'a pas à tenir compte de l'erreur de centrage.

Aussi a-t-on soin d'employer de préférence ce dernier mode de rectification et, principalement, lorsqu'il serait nécessaire de faire la correction du défaut de centrage, c'est-à-dire dans le cas où l'on voudrait ne faire qu'une seule observation sur chaque côté, ou bien encore dans le cas où l'on aurait affaire à des points inaccessibles et, par conséquent, où l'on serait obligé d'employer le premier mode de compensation, en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche.

Précision du nivellement par les pentes.

Quand on lit les minutes à l'estime sur le vernier d'un éclimètre, et quand on compense ses défauts de rectification, comme nous venons de le dire, on ne commet guère d'erreur plus grande qu'une demi-minute sur la valeur de chaque pente. Cela fait, sur la différence de niveau de la station et d'un point distant de 100 mètres, une erreur d'environ 15 millimètres, c'est-à-dire une erreur à peu près six fois plus grande que celle que donnerait le niveau à lunette, s'il pouvait d'un seul coup prendre la différence de niveau des deux points considérés. Mais il faut remarquer que, dans les pentes roides, la bous-

sole à éclimètre permet de prendre d'un seul coup une différence de niveau de 30, 40 ou 50 mètres, qui exigerait, avec le niveau à lunette, un grand nombre de stations successives, ce qui augmenterait notablement les chances d'erreur avec ce dernier instrument, qui conservera, pourtant, toujours la supériorité au point de vue de l'exactitude.

On conclut de là que l'éclimètre convient surtout pour les nivellements en terrain accidenté, lorsqu'on ne tient pas à une très-grande précision, et qu'il a sur le niveau à lunette l'avantage d'une bien plus grande rapidité.

Le procédé de cheminement doit être préféré.

Mais, à cause du peu d'exactitude que donne la boussole à éclimètre, le procédé par cheminement est le plus avantageux avec cet instrument, parce que, comme pour la planimétrie, il lie les uns aux autres les points voisins et évite par conséquent de trop grandes erreurs relatives. De plus, en opérant par cheminements fermés, on a encore des vérifications par fermeture, ce qui permet aussi de répartir entre les différents points les erreurs reconnues admissibles.

Carnet des opérations.

La planimétrie se fait d'ailleurs en même temps que le nivellement, et toutes les mesures s'enregistrent, ainsi que les calculs, dans un *carnet* spécial, dont on peut voir le modèle page 224 ci-contre.

Dans les colonnes 2 et 7 de ce carnet on a placé, l'un au-dessous de l'autre, les orientements et les pentes directs et inverses qui correspondent à chaque côté, et, pour distinguer le sens de ces pentes, on a donné le signe + aux pentes ascendantes et le signe − aux pentes descendantes; ce sont les signes qui, dans ces deux cas, doivent affecter les différences de niveau correspondantes.

Contrôle des lectures des inclinaisons.

Il en résulte que les pentes directe et inverse d'un même côté sont affectées de signes contraires, et, comme les erreurs tenant aux défauts de rectification qui peuvent les affecter sont égales et de signes contraires, leur somme algébrique doit être constante, tant que l'erreur conserve la même valeur. Car en supposant l'erreur dans le sens de la figure 14, nous avons vu que, si la première pente lue est ascendante, par exemple, et a pour valeur $+(i-e)$, la seconde sera descendante et aura pour valeur $-(i+e)$, à part, bien entendu, les incertitudes de lecture, de pointé, etc. Or la somme algébrique de ces deux angles donne $+(i-e)-(i+e)=-2e$, quantité constante égale au double de l'erreur due au défaut de rectification. On a donc un contrôle efficace de la valeur des pentes, en examinant, aussitôt après l'inscription des lectures au

Modèle du carnet des opérations du lever à la boussole à éclimètre.

NUMÉROS DES POINTS.	ORIENTEMENTS DIRECTS ET INVERSES.	SOMMES DES LECTURES et hauteur de la boussole.	LECTURES SUR LA STADIA.	DIFFÉRENCE DES LECTURES ou distances par la stadia.	DISTANCES CHAÎNÉES suivant la pente.	INCLINAISONS DIRECTES ET INVERSES.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU		COTES DES POINTS		REMARQUES.
							ADDITIVES.	SOUSTRACTIVES.	DÉDUITES.	COMPENSÉES.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	POLYGONE A, PARTANT DU POINT 1 ET SE FERMANT AU MÊME POINT.										
1									103m,20	103m,20	
	279° 30′ 98 40	136	91d 75 44 50	47m,25	47m,20	−0° 53′ +0 55	"	0m,70			
2	(99 25)	1 ,36							102 ,50	102 ,50	Déviation moyenne de − 45 minutes au point 2.
	293 50 (294 35) 114 30	139	92 95 46 00	46 ,95	46 ,95	+0 12 −0 10	0m,15	"			
3		1 ,39							102 ,65	102 ,65	
	20 35 200 45	171	114 15 57 25	56 ,90	56 ,15	+9 13 −9 10	8 ,97	"			Le point de mire sur la stadia a été relevé de 0m,30.
4		1 ,41							111 ,62	111 ,61	
	22 30 "	"	" "	"	"	" "	"	"			
"		"							"	"	
	" 267 40	138	95 50 42 40	53 ,10	52 ,40	" −7 41	"	"			
18		1 ,38							102 ,68	102 ,59	
	38 45 218 40	137	78 25 59 05	19 ,20	19 ,20	+1 50 −1 48	0 ,61	"			
1		1 ,37							103 ,29 103 ,20	103 ,20 103 ,20	Cotes du point de fermeture. Cote de départ.
Sommes des différences							52m,90	52m,81			
Différences égales							+0m,09		+0m,09	0m,00	Erreur de fermeture = +0m,09.

carnet, si les pentes ascendantes l'emportent toujours du même nombre de minutes, à une ou deux près, sur les pentes descendantes, ou réciproquement.

Lorsqu'il y a lieu de faire la correction due au défaut de centrage, on n'en inscrit pas moins sur le carnet les valeurs des pentes, telles qu'on les lit sur l'éclimètre; seulement, pour ne pas oublier de faire la correction constante, on a soin d'écrire sa valeur au crayon entre les deux inclinaisons directe et inverse, et cela rappelle que l'on doit corriger de cette quantité la moyenne des deux angles inscrits, avant de se servir de cette moyenne pour faire le calcul de la différence du niveau. Manière de ne pas oublier la correction constante.

La colonne 6 renferme le chaînage de chaque côté, suivant la pente; les colonnes 3, 4 et 5 servent à inscrire la somme des lectures sur la stadia pour vérification et la hauteur de l'instrument, les lectures sur la stadia et la distance qui en résulte.

Enfin les colonnes 8 et 9 contiennent les différences de niveau, qui se calculent par l'une des formules Calcul des différences de niveau.

$$dN = L \sin i = P \operatorname{tang} i, \qquad dN = l \cos i \sin i = l \times \tfrac{1}{2} \sin 2i,$$

selon que l'on a obtenu les distances par un chaînage fait suivant la pente ou horizontalement, ou bien par les lectures faites sur une stadia verticale. Des tables des sinus, des tangentes ou des produits $\sin i \cos i = \frac{1}{2} \sin 2i$ facilitent l'exécution de ces calculs.

Les différences de niveau sont additives ou soustractives, suivant que l'inclinaison *directe* est ascendante ou descendante, et s'inscrivent naturellement dans la colonne convenable. La somme algébrique de ces différences de niveau sert, comme dans le nivellement direct, de vérification au cheminement. Vérification du nivellement.
L'*erreur de fermeture* ayant été reconnue admissible, on procède au calcul des cotes déduites, puis des cotes compensées, qui s'inscrivent respectivement dans les 10e et 11e colonnes. Erreur de fermeture.

On peut encore, avec l'éclimètre, faire du nivellement par rayonnement. Ce procédé est surtout commode avec la stadia, sur laquelle on lit les distances à la station des points sur lesquels on la porte, de sorte qu'on a immédiatement tous les éléments nécessaires pour marquer ces points sur le plan avec leurs cotes à côté. Mais pour éliminer les erreurs tenant aux défauts de rectification de l'instrument, il faut, si l'on cherche de la précision, une double observation, en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche; et, Nivellement par rayonnement.

même alors, les diverses lectures, les calculs par lesquels on arrive à l'altitude des points, sont sujets à trop de fautes pour que l'on puisse se dispenser de vérifications, au moins indirectes. Celle qui consisterait à reprendre les altitudes des mêmes points d'une seconde station rendrait l'opération plus longue qu'un simple cheminement, qui serait, par conséquent, bien préférable. On n'emploiera donc le procédé de rayonnement avec l'éclimètre, pour le nivellement du canevas, que dans des cas exceptionnels, par exemple lorsqu'il s'agira d'un point sur lequel on ne peut pas stationner.

Nivellement par intersections et par relèvements.

Enfin on peut calculer la différence de niveau de la station et d'un point obtenu par intersections, ou bien celle de la station obtenue par relèvement et d'un point connu. Dans ce cas, la distance qui sert au calcul de la cote est mesurée sur le plan, et l'erreur qui l'affecte forcément augmente celle qui est due à l'incertitude de la pente. On ne peut donc employer ce procédé que dans des cas tout à fait exceptionnels, où l'exactitude peut être sacrifiée à d'autres considérations.

§ 4. Règle à éclimètre.

Inconvénient de la boussole à éclimètre pour les levers à petite échelle.

La boussole à éclimètre est d'un emploi très-commode et suffisamment sûr pour faire par cheminement le lever d'un canevas à grande échelle, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, planimétrie et nivellement, surtout si l'on a la précaution de s'en servir comme d'un instrument de nivellement direct, lorsque le terrain est peu accidenté. Mais aux petites échelles, à partir de $\frac{1}{5000}$, cet instrument serait d'un emploi beaucoup trop long, à cause surtout du peu de longueur graphique des côtés et par conséquent de leur multiplicité, et vu la nécessité d'avoir recours au rapporteur pour les construire sur le plan ; on obtiendrait aussi, d'ailleurs, une précision peut-être un peu superflue sous le rapport du nivellement.

Planchette déclinée.

Au point de vue de la planimétrie, on remplace alors la boussole par la planchette déclinée, dont nous avons déjà indiqué l'emploi et les avantages : mais il faut y joindre un instrument de nivellement. Pendant très-longtemps, on s'est contenté de l'*alidade nivelatrice*, dont nous parlerons tout à l'heure, mais qui, excellente à partir de l'échelle de $\frac{1}{10000}$, était un peu insuffisante, comme exactitude, pour le $\frac{1}{5000}$, au point de vue du nivellement. M. le colonel Goulier a imaginé, pour combler cette lacune regrettable, un petit instrument qui a été terminé tout récemment, et qui est destiné spécialement à l'exécution des levers à $\frac{1}{5000}$. C'est la *règle à éclimètre*, dont nous allons parler avec quelques détails.

Alidade nivelatrice.

Règle à éclimètre.

Description succincte.

La règle à éclimètre se compose essentiellement d'une règle en buis, de 26 centimètres de longueur et dont les deux côtés, taillés en biseau et munis d'échelles diverses, servent à tracer les directions et à porter ou mesurer les distances sur la planchette. Une réglette, glissant à coulisse à la partie supérieure de la règle, en fait une règle à calculs pour toutes les opérations du lever, et permet de doubler la longueur de la règle, ce qui facilite beaucoup les visées, en donnant la possibilité d'amener toujours l'éclimètre non loin du bord de la planchette. Un petit niveau sphérique, fixé sur la règle, permet de rendre la planchette à peu près horizontale, ce que l'on obtient en agissant sur un seul pied.

Éclimètre.

L'éclimètre qui est porté à l'extrémité de la réglette mobile se compose de deux tambours circulaires de 5 centimètres de diamètre, dont l'un est fixe et porte sur sa tranche, à l'extrémité du diamètre vertical, un trait qui sert d'index : c'est l'alidade. Un petit niveau est fixé contre ce tambour, perpendiculairement au diamètre qui correspond à l'index, et une vis de rappel permet d'en compléter le calage, en faisant tourner en même temps l'alidade. L'autre tambour, qui sert de limbe, est divisé, sur le pourtour de la face qui est en contact avec le tambour fixe, en dents triangulaires correspondant chacune à une amplitude de cinq grades, et porte sur sa tranche une chiffraison de dix en dix grades; on peut le faire tourner à la main autour d'un axe idéal, car il n'y a pas, en réalité, d'axe de rotation, et le centrage des deux tambours est assuré à l'aide d'un ressort à boudin qui les force à s'appliquer toujours l'un contre l'autre, par le contact de trois petites dents triangulaires saillantes, régulièrement espacées sur le pourtour de la face de contact du tambour fixe.

Lunette anallatique.

Une petite lunette anallatique, coudée à angle droit par l'interposition d'un prisme triangulaire, afin de faciliter les visées, est entraînée dans le mouvement de rotation du limbe et sert à viser les directions à l'aide d'un trait vertical, que l'on voit dans le milieu du champ. Puis, sur le côté droit du champ de la lunette, on voit une échelle en grades allant de 0 à 5, chaque grade étant subdivisé en dix parties égales, correspondant par conséquent à 10 minutes centésimales, et on peut apprécier, suivant la distance, une fraction plus ou moins faible de ces subdivisions, et lire, par conséquent, à l'estime, les cinq minutes, les deux minutes et même, pour les petites distances, la minute centésimale. Quand l'instrument est réglé, que le niveau est calé et que le zéro de la graduation du limbe est en coïncidence avec l'index fixe, la ligne de visée correspondant au trait zéro de l'échelle en grades est horizontale;

Échelle intérieure en grades.

par conséquent on pourra mesurer l'inclinaison que l'on donnera au rayon visuel.

Usage de l'instrument pour tracer une direction.

On conçoit d'abord immédiatement comment on peut, avec cet instrument. tracer la direction d'un côté du canevas AB. Pour cela, la planchette étant en station à l'une des extrémités A du côté, on fait en sorte que, le biseau de la règle étant en contact avec l'épingle qui marque la station, et la règle étant orientée à vue, l'éclimètre soit près du bord de la planchette. Généralement on se place de telle sorte que, pour soi, cet éclimètre soit à la droite de la règle. On fait alors tourner d'abord cet éclimètre autour de l'épingle qui marque la station, puis la lunette autour de son axe horizontal, jusqu'à ce que l'on voie l'objet à viser, c'est-à-dire la mire placée en B, dans le champ de la lunette. Puis on oriente l'alidade pour amener le fil vertical de la lunette sur le pied de la mire, et l'on trace la direction le long du biseau de la règle.

Pour mesurer une inclinaison.

Pour mesurer l'inclinaison du rayon visuel, on désoriente un peu l'alidade pour faire correspondre le point que l'on vise avec l'échelle en grades; puis on agit sur la vis de rappel de l'éclimètre pour caler exactement le niveau. On lit alors, sur l'échelle de la lunette, le nombre de grades et de centigrades qui correspond à l'objet visé, et l'on ajoute ce nombre à la lecture que l'on a faite sur l'éclimètre en regard de l'index fixe, lecture qui indique des multiples de 5 grades. La somme donne, selon que la pente est ascendante ou descendante, l'inclinaison du rayon visuel sur l'horizon, ou le complément à 100 grades de cette inclinaison, c'est-à-dire la *distance nadirale*. Cette disposition a l'avantage d'éviter les fautes dans l'inscription des signes sur le carnet; on continue, néanmoins, à affecter du signe + les pentes ascendantes et du signe — les pentes descendantes, de manière à avoir immédiatement le signe des différences de niveau correspondantes.

Rectification.

Mais pour que la somme des lectures ainsi faites donne exactement la valeur de la pente, il faut que l'instrument soit bien réglé, ce qui implique deux conditions distinctes :

Régler l'angle stadimétrique.

1° Il faut que *les divisions de l'échelle aient bien réellement la valeur voulue*, et comme il s'agit d'une échelle en parties égales, il suffit de vérifier si l'amplitude de l'échelle correspond bien à 5 grades.

Pour faire cette vérification, on vise sur une mire située à une distance de 80 mètres environ, d'abord avec le trait zéro de l'échelle, puis on fait tourner

le limbe d'une dent, c'est-à-dire de 5 grades; la lunette a suivi le mouvement, et, par conséquent, le pointé doit correspondre actuellement au trait 5 grades de l'échelle. Si cela n'avait pas lieu, il faudrait modifier la valeur de l'angle micrométrique de la lunette, et pour cela faire varier la distance du verre anallatiseur à l'objectif. Mais cette opération est trop délicate pour qu'on ait laissé à l'opérateur la possibilité de faire lui-même la correction; si donc on constatait un défaut notable, il faudrait renvoyer l'instrument au constructeur, qui devrait déplacer le tambour qui porte le verre anallatiseur, après avoir enlevé la vis qui sert à le fixer au corps de la lunette, puis percer un nouveau trou pour le fixer de nouveau, après avoir bouché l'ancien, pour éviter plus tard toute confusion.

2° Il faut que *le niveau de l'éclimètre soit réglé,* c'est-à-dire que, lorsque la bulle est au milieu du tube et que l'index fixe marque zéro, la ligne de visée correspondant au zéro de l'échelle intérieure en grades soit horizontale. Régler l'éclimètre.

Comme la disposition de l'instrument ne permet pas de faire des visées en tenant alternativement la lunette à droite et à gauche de l'éclimètre, on ne peut plus opérer, comme nous l'avons fait pour les boussoles à éclimètre. Le meilleur moyen pour faire la rectification est alors le suivant: on se sert d'un instrument de nivellement très-précis, comme un niveau à lunette, qu'on emploie même avec les retournements prescrits, pour faire marquer sur un mur, à 80 mètres de distance environ, une ligne noire sur fond blanc, de niveau avec l'axe optique de l'instrument, dont on mesure d'ailleurs la hauteur au-dessus du sol bien stable de la station. On substitue la règle à éclimètre au niveau, en ayant soin de bien mettre la petite lunette à la hauteur voulue, et on agit sur la vis de rappel de l'éclimètre pour faire couvrir la ligne de foi noire par le trait zéro de la graduation intérieure, le zéro de la graduation du limbe étant en regard de l'index. Alors la ligne de visée est horizontale, et si la bulle n'est pas entre ses repères, il faut rectifier le niveau.

Mais, comme la rectification a été faite préalablement par le constructeur, qui a dû fixer très-solidement le niveau sur l'éclimètre au moyen de deux vis, il ne peut y avoir que très-peu de chose à faire. Aussi le niveau n'a-t-il pas de vis de rectification, ce qui est une garantie de stabilité dans la rectification; mais la division qui sert à repérer la position de la bulle, au lieu d'être gravée sur la fiole en verre, est portée par une réglette mobile, comme dans le niveau à fiole indépendante, ce qui permet de changer la directrice de la fiole. Le pointé étant fait, comme nous venons de le dire, on déplacera donc l'échelle Rectification du niveau.

mobile jusqu'à ce que les deux extrémités de la bulle marquent le même nombre de divisions, et la nouvelle directrice de la fiole sera horizontale en même temps que la ligne de visée.

Déterminer l'erreur de collimation de l'éclimètre par les visées directes et inverses.

On peut aussi constater le défaut précédent par une série de visées directes et inverses, suffisamment concordantes, faites avec grand soin, en visant chaque fois sur une mire fixée bien exactement à une hauteur égale à celle de l'instrument. S'il n'y avait pas d'incertitude dans les opérations, et si l'éclimètre était exactement rectifié, la somme des deux lectures, pour les pentes directe et inverse d'un même côté, devrait être de 100 grades juste. Si donc il y a un désaccord, il indiquera que l'éclimètre a un défaut de rectification, et comme ce défaut agit en sens contraire sur les pentes ascendantes et sur les pentes descendantes, la discordance constatée donnera le double de l'*erreur de collimation de l'éclimètre.*

Compensation de l'erreur de collimation.

On voit en même temps que la moyenne des deux lectures[1] sera débarrassée de cette erreur; par conséquent le procédé des visées directes et inverses a l'avantage de compenser le défaut de rectification de l'éclimètre. De plus, comme ce défaut doit rester à peu près constant pendant un certain temps, ou du moins comme il ne varie que lentement, les sommes des deux lectures doivent aussi rester à peu près constantes pour plusieurs côtés consécutifs. Si donc on trouvait, tout à coup, sur un côté une discordance notablement trop forte ou trop faible, cela prouverait, sur l'une des deux observations de ce côté, une faute, qu'il faudrait rechercher. On obtient ainsi un contrôle extrêmement efficace des opérations.

Correction de l'erreur de collimation.

Lorsque, sur les divers côtés d'un cheminement assez long, on aura constaté des discordances sensiblement constantes, on en prendra la moyenne, et la moitié de cette moyenne donnera l'erreur de collimation de l'éclimètre. On pourrait se servir de cette valeur ainsi trouvée pour corriger l'instrument. L'erreur de collimation est, en effet, l'angle dont est inclinée la ligne de visée de la lunette, lorsqu'on la croit horizontale. Il suffirait donc de calculer la hauteur e sous-tendue par cet angle à une distance de 100 mètres, par exemple; puis, après avoir fait une première visée sur une mire par le zéro de l'échelle intérieure, la bulle étant calée et le zéro du limbe étant en regard de l'index, il faudrait modifier le voyant de la mire de cette quantité e et agir sur la vis

[1] Pour prendre cette moyenne, il ne faut pas oublier que la lecture donne la valeur même de l'inclinaison, s'il s'agit d'une pente ascendante, et son complément à 100 grades, s'il s'agit d'une pente descendante.

de rappel de l'éclimètre pour amener le zéro de l'échelle sur la nouvelle ligne de foi. Alors la ligne de visée est horizontale, et il ne reste plus qu'à déplacer la réglette qui porte les divisions du niveau, pour faire marquer le même nombre de divisions aux deux extrémités de la bulle.

Mais, au lieu de corriger l'éclimètre, on peut se contenter de faire subir cette correction constante à toutes les pentes non compensées qu'on lit sur l'instrument. Cependant, quand cette correction moyenne ne dépasse pas ± 4 ou $5'$, on peut la négliger dans les cheminements secondaires, pourvu que l'on compense, en partie, les erreurs provenant du défaut de réglage, en sautant une station sur deux. En effet, les différents points se trouvent alors déterminés alternativement par une observation inverse et par une observation directe, et nous avons déjà dit que les lectures se trouvent alors affectées d'erreurs angulaires égales et de signes contraires, de sorte que, si tous les côtés étaient égaux, la compensation serait parfaite de deux en deux côtés.

Vérifications de la règle à éclimètre.

Outre les deux rectifications que nous venons d'étudier, il y a encore d'autres vérifications, relatives à la bonne construction de l'instrument.

Il faut, en particulier, qu'il n'y ait aucun ballottement dans les diverses parties de l'instrument, ce que l'on vérifie en tâtant à la main toutes les pièces les unes après les autres. On pourrait encore être averti d'un défaut de ce genre par les variations que l'on observerait dans la valeur de l'erreur de collimation de l'éclimètre; il faudrait chercher à y remédier.

Il importe aussi que les dents du tambour mobile de l'éclimètre aient bien exactement la valeur voulue, c'est-à-dire 5 grades. Pour le vérifier, il faudrait fixer l'éclimètre sur un instrument goniométrique très-précis, un théodolite, par exemple, muni d'un limbe vertical, qui permettrait de mesurer avec précision le déplacement angulaire correspondant aux diverses dents du tambour mobile.

Précision de la règle à éclimètre.

Quant à la précision que donne cet éclimètre pour la mesure des inclinaisons, nous avons déjà dit qu'elle dépend de la distance à laquelle on fait la visée, à cause de la facilité plus ou moins grande avec laquelle on peut estimer les fractions des divisions de l'échelle en grades. Mais nous pouvons dire, d'une manière générale, que, pour des côtés n'excédant pas 200 mètres, ce qui est la limite qu'il convient de ne pas dépasser, on aura bien rarement à craindre une erreur plus grande que 2 ou 3 minutes centésimales, ce qui correspond à une différence de niveau de 4 à 5 centimètres à une distance de 100 mètres. Il résulte de là, en vertu du calcul des probabilités appliqué à ces

erreurs accidentelles, que, pour un polygone d'une vingtaine de côtés, atteignant un développement total de 1,200 à 2,000 mètres, l'erreur de fermeture du nivellement doit rester comprise entre ± 20 centimètres et ± 30 centimètres.

Échelles stadimétriques. Jalon-mire à double voyant.

Outre l'échelle en grades dont nous venons de parler, on voit encore, dans la lunette, deux échelles stadimétriques en parties inégales, qui servent à mesurer les distances. Pour en faire usage, un aide porte sur le point dont on cherche la distance un jalon-mire terminé par deux voyants dont les lignes de foi doivent être distantes de 2 mètres exactement. Il écarte les jambes pour maintenir cette règle bien fixe, soit horizontalement, soit dans le plan vertical de visée, avec la précaution de donner toujours à la règle, dans l'un ou l'autre cas, une direction perpendiculaire au rayon visuel de l'observateur. L'opérateur se sert alors soit de la rotation latérale de la règle, soit du mouvement de la vis de rappel de l'éclimètre, pour faire correspondre le trait ∞ de celle des échelles qui est parallèle à la règle avec l'un des deux voyants, puis, en regard du second, il lit, sur l'échelle, la distance réelle de l'éclimètre au jalon-mire.

Échelles logarithmiques de la règle. Réduction à l'horizon.

Les longueurs ainsi obtenues et les chaînages faits en suivant la pente du terrain doivent être réduits à l'horizon, soit par l'emploi de l'échelle de réduction à l'horizon, soit au moyen d'un calcul que l'on peut faire avec les échelles logarithmiques tracées sur la règle.

Calcul des différences de niveau.

Ces échelles servent encore à calculer les différences de niveau; pour cela, il faut multiplier les distances mesurées en pente ou les distances horizontales, respectivement par le sinus ou la tangente de l'angle de pente. Les résultats obtenus sont exacts à $\frac{1}{300}$ ou $\frac{1}{500}$ près, selon le soin apporté par l'opérateur. Si l'on avait besoin d'une précision plus grande, il faudrait avoir recours à des tables spéciales de sinus ou de tangentes.

Signes des différences de niveau.

Les différences de niveau sont additives ou soustractives, selon que la lecture faite sur l'éclimètre est une inclinaison ou le complément à 100 grades de l'inclinaison réelle. Elles sont inscrites, suivant leur signe, dans deux colonnes distinctes d'un carnet spécial, destiné à enregistrer tous les éléments du lever, et dont on peut voir le modèle à la page 233 ci-contre.

Vérification du nivellement.

La vérification du nivellement s'obtient toujours de la même manière, en faisant la *somme algébrique des différences de niveau,* laquelle somme doit reproduire la différence déjà connue des altitudes rectifiées du point d'arrivée et du

Modèle du carnet des cheminements. (Notations des pentes : vers le point à déterminer ; vers le point connu .)

NUMÉROS DES STATIONS.	DISTANCES SUIVANT LA PENTE — EN MÈTRES.	DISTANCES SUIVANT LA PENTE — EN DOUBLES PAS.	PENTES OU COMPLÉMENTS — e.......=+i. e' − 100° = −i.	PENTES OU COMPLÉMENTS — COMMENT PRIS.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — ADDITIVES — CALCULÉES.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — ADDITIVES — PLANCHETTE.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — SOUSTRACTIVES — CALCULÉES.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU — SOUSTRACTIVES — PLANCHETTE.	ALTITUDES DES STATIONS — DÉDUITES.	ALTITUDES DES STATIONS — COMPENSÉES.	REPÈREMENTS ET REMARQUES.
	POLYGONE A, PARTANT DU POINT 1 ET SE FERMANT AU MÊME POINT.										
1	83m,7	52p,5	+ 4° 35	d	5m,7	"	"	"	184m,1	184m,1	Les altitudes sont rattachées au repère du nivellement général de la France, fixé sur le soubassement de la station de Moulins, et coté 184m,767.
	"	"	−95 60	i	"	"	"	"			
2	38,3	23,5	+ 8 70	d	5,2	"	"	"	189,8	189,8	
	"	"	−91 20	i	"	"	"	"			
3	"	"	"	"	"	"	"	"	195,0	195,1	Grosse pierre bleue à la crousée des chemins.
	"	"	"	"	"	"	"	"			
"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	"	"	"	"	"	"	"	"			
	"	"	"	"	"	"	"	"			
22	87,2	54,6	−98 30	d	"	"	2m,3	"	176,4	176,5	
	"	"	+ 1 65	i	"	"	"	"			
23	139,9	87,5	+ 3 05	d	6,8	"	"	"	174,1	174,3	
	"	"	−96 85	i	"	"	"	"			
24	43,1	27,0	+ 4 40	d	3,0	"	"	"	180,9	181,1	
	"	"	−95 55	i	"	"	"	"			
1									183,9	184,1	Longueur moyenne du double pas = 1m,60.
									184,1	184,1	Erreur de fermeture = −0m,2.
Sommes. .	2,205m,4	1,267p,0			46m,2	"	46m,4	"			
	Différences égales..................				−0m,02				−0,2	0,0	

point de départ. La discordance constatée donnera l'*erreur de fermeture* du nivellement; si cette erreur est admissible, on procède de proche en proche au calcul des altitudes, et la différence entre la cote obtenue pour le point d'arrivée et la cote du point de départ doit reproduire identiquement la somme algébrique des différences de niveau. C'est la vérification des calculs.

Répartition de l'erreur de fermeture.

Puis on calcule les cotes rectifiées, en répartissant l'erreur de fermeture sur tous les points proportionnellement aux différences de niveau qui les séparent. Pour cela, on représente consécutivement sur une même droite (fig. 15), à l'échelle de $\frac{1}{1000}$ ou de $\frac{1}{2000}$, les différences de niveau $1-2$, $2-3$, $3-4$, ..., sans avoir égard à leurs signes. On divise la longueur totale en autant de parties qu'il y a de centimètres à répartir. On chiffre ces divisions à partir du point de départ marqué zéro, et on lit, sur cette double échelle, en regard du point qui correspond à chaque sommet, le nombre de centimètres dont la cote doit être modifiée.

§ 5. Alidade nivelatrice.

Alidade nivelatrice.

Lorsqu'on n'a pas besoin d'une aussi grande précision, on peut remplacer la règle à éclimètre par un autre instrument d'un emploi très-commode et beaucoup plus simple. Nous voulons parler de l'alidade nivelatrice, qui sert également à viser et à tracer les directions et à mesurer les pentes.

Description sommaire.

Cet instrument se compose essentiellement d'une règle en buis de 20 à 25 centimètres de longueur, dont l'un des bords est taillé en biseau et porte une échelle en millimètres et une échelle des cotangentes. Deux pinnules se redressent à angle droit aux extrémités de la règle; l'une d'elles est percée de trois trous servant d'œilletons; l'autre porte, dans une grande fenêtre rectangulaire, un crin vertical, et, sur les deux montants, des divisions qui sont des centièmes de la distance qui sépare les pinnules. Ces divisions sont chiffrées de 0 à 40 sur la droite de bas en haut, et sur la gauche de haut en bas. Un niveau encastré dans la règle, et dont la directrice est parallèle à la face inférieure de la règle, permet de la rendre horizontale, et alors les lignes qui joignent respectivement les œilletons inférieur et supérieur aux zéros des chiffraisons de droite et de gauche sont elles-mêmes horizontales.

Usage de l'alidade nivelatrice.

Pour l'usage, l'alidade est portée par une planchette qu'il suffit de mettre à peu près horizontale, soit à vue, soit à l'aide du niveau de l'alidade. Une horizontalité parfaite n'est pas nécessaire, en effet, pour tout ce qui concerne la

planimétrie. Pour viser une direction, on se sert généralement de l'œilleton moyen, en ayant soin de mettre l'œil à quelques centimètres en arrière de la pinnule oculaire.

Puis, pour mesurer la pente, on se sert soit de l'œilleton inférieur, soit de l'œilleton supérieur, suivant que la pente est ascendante ou descendante; mais, avant tout, il faut avoir soin de caler exactement le niveau dans la direction de la visée. Pour cela l'alidade est munie, près de ses extrémités, de deux petits *excentriques de calage*, sur lesquels on agit à l'aide d'un petit levier et qui servent à soulever l'un ou l'autre bout de la règle. Alors on désoriente un peu l'alidade pour faire en sorte que la ligne de visée corresponde non plus au crin vertical, mais au bord de la fenêtre sur laquelle on doit faire la lecture de l'inclinaison; on amène exactement la bulle au milieu du tube; puis, s'il s'agit d'une pente ascendante, on regarde par l'œilleton inférieur et on lit le nombre qui, si la chiffraison était complète, devrait être inscrit sur l'échelle de droite, à la hauteur apparente du point visé. Ce nombre est la tangente trigonométrique de la pente, exprimée en centièmes du rayon. Soit h ce nombre (fig. 16) et D la distance horizontale de la planchette au point visé; la différence de niveau de ce point et de la planchette est égale à $D\times\frac{h}{100}$, calcul d'une grande simplicité, qui peut même être fait au moyen de la règle à calcul. Mesure des pentes.

Pour une pente descendante, on opère de la même manière, en se servant de l'œilleton supérieur et de l'échelle de gauche.

Pour les pentes plus fortes que $\frac{40}{100}$, on fait sortir une réglette de la pinnule oculaire, jusqu'à ce qu'elle rencontre un arrêt à la partie supérieure. On se sert alors de l'œilleton supérieur, ainsi relevé, pour mesurer les pentes descendantes, au moyen de la deuxième chiffraison de l'échelle de gauche, qui part de 35, à l'emplacement du zéro, pour aller jusqu'à 70. Pour les pentes ascendantes, on retourne l'alidade bout pour bout; on vise par un œilleton percé dans le bas de la pinnule objective, et on lit la valeur de la pente sur l'échelle complémentaire tracée sur le revers de la réglette mobile. Les alidades qui présentent cette disposition prennent le nom d'alidades nivelatrices *à coulisse*. Pentes plus fortes que $\frac{40}{100}$.

Pour les opérations ordinaires, il faut toujours s'assurer, en commençant une station, que la réglette est *à fond* dans sa coulisse; elle y est maintenue, du reste, à l'aide d'un petit ressort.

Cet instrument n'est susceptible que d'une seule rectification, celle du niveau, c'est-à-dire qu'il faut s'assurer que la directrice de la fiole est bien pa- Rectification du niveau.

rallèle au-dessous de la règle. Cette opération se fait comme toujours par un retournement de la règle bout pour bout sur place, après avoir repéré une première position, dans laquelle la bulle était au milieu du tube. On agit, au besoin, sur les vis du niveau pour le rectifier.

Vérification des lignes de visée horizontales.

Il faut encore, bien entendu, que les lignes passant respectivement par les œilletons inférieur et supérieur et les zéros des échelles de droite et de gauche soient horizontales, lorsque la bulle du niveau est au milieu du tube. Cette vérification se fait, comme pour la règle à éclimètre, soit au moyen d'une ligne tracée à l'avance de niveau avec l'instrument, soit au moyen d'une série d'observations directes et inverses. Mais l'opérateur n'a pas la possibilité de faire la rectification, s'il y a lieu, et il faudrait rendre l'instrument au constructeur, si l'on constatait un défaut trop considérable, afin qu'il déplace l'une ou l'autre des pinnules.

Erreur de collimation.

D'ailleurs un défaut de ce genre aurait uniquement pour effet de produire une *erreur de collimation* constante, et il en résulterait pour les pentes ascendantes et descendantes mesurées avec l'instrument des erreurs égales et de signes contraires; par conséquent, on obtiendra la compensation, en prenant pour chaque côté la moyenne des observations directe et inverse. Enfin, lorsque la valeur de cette erreur de collimation aura été déterminée d'une manière sûre par une série d'opérations directes et inverses suffisamment concordantes, on pourra en corriger les observations simples que l'on pourrait avoir à faire, soit que l'on opère par intersection ou relèvement, soit que, opérant par cheminement, on veuille gagner du temps en sautant une station sur deux. Et encore, dans ce dernier cas, obtiendrait-on une certaine compensation de l'erreur, comme nous l'avons expliqué pour la règle à éclimètre.

Précision de l'alidade nivelatrice.

Quant à la précision sur laquelle on peut compter pour le nivellement fait avec cet instrument, elle dépend, d'une part, de l'erreur à craindre sur la valeur de la pente, et, de l'autre, de l'erreur qui peut affecter la mesure des longueurs. En ce qui concerne la pente, si l'on amène bien la bulle du niveau au milieu du tube, et si, en visant, on n'exerce aucune pression sur la planchette, on obtient les pentes à $\frac{1}{10}$ de division près, ce qui équivaut à une erreur de 10 centimètres sur la différence de niveau entre la planchette et un point distant de 100 mètres.

En ce qui concerne les longueurs, lorsqu'on opère par cheminement, on est obligé de chaîner horizontalement, puisque l'instrument ne donne pas le

moyen de réduire facilement à l'horizon les distances chaînées suivant la pente. Ces mesures par ressauts horizontaux sont une cause d'erreurs assez sensibles dans les longueurs. Lorsqu'on opère par intersection ou par relèvement, c'est encore bien pis, puisque les longueurs sont mesurées directement sur le plan, et aux incertitudes de la construction première viennent se joindre celles de la mesure graphique.

Or l'erreur qui affecte la mesure de la pente croîtra proportionnellement à la distance, et, réciproquement, l'erreur qui affecte la longueur produira un effet proportionné à la roideur de la pente. Par conséquent, l'erreur maximum à craindre sur la détermination d'une différence de niveau sera d'autant plus faible que la pente h et la distance D seront elles-mêmes plus faibles. Elle est, pour un opérateur ordinaire :

	Pour h =	2 div.	5 div.	10 div.	15 div.	20 div.
et pour D =	200^m......	0^m,3	0^m,4	0^m,6	0^m,8	1^m,0
	500^m......	0 ,7	0 ,8	1 ,0	1 ,3	1 ,5
	1000^m.....	1 ,2	1 ,4	1 ,7	2 ,1	2 ,4

Mais, dans la plupart des cas, l'erreur n'atteindra pas la moitié de ces nombres. Quoi qu'il en soit, nous voyons que la précision que donne l'alidade nivelatrice est au moins deux ou trois fois plus faible que celle de la règle à éclimètre.

Erreur de fermeture.

Cependant cet instrument permet d'obtenir encore des résultats assez satisfaisants, même à l'échelle de $\frac{1}{5000}$, à la condition d'opérer par cheminements fermés, se vérifiant par fermeture les uns sur les autres, et n'excédant pas un développement de 1,000 à 1,500 mètres. Avec ces précautions, et en compensant l'erreur de collimation par la moyenne des visées directes et inverses, on peut espérer que l'erreur de fermeture du nivellement ne dépassera pas $\pm$ 60 centimètres pour un polygone de 1,500 mètres de développement.

Carnet des opérations pour les cheminements.

Toutes les opérations du lever sont enregistrées dans un carnet spécial, dont on peut voir le modèle page 238 ci-contre. En général, du moins lorsqu'on opère par cheminement, les visées se font parallèlement au terrain, sur une petite mire dont le voyant a été fixé à une hauteur égale à celle de l'instrument.

Pour les intersections.

Mais, lorsqu'on opère par intersection ou par relèvement, il faut ordinairement tenir compte de la hauteur de la planchette au-dessus du sol, car le calcul $H = \frac{h \times D}{100}$ (fig. 17 et 18) donne la différence de niveau du dessus de la planchette et du point visé, et, suivant qu'il s'agit de déterminer l'altitude

Modèle du carnet des cheminements. (Notations des pentes : vers le point à déterminer ; vers le point connu .)

NUMÉROS	DISTANCES		PENTES DES CÔTÉS		DIFFÉRENCES DE NIVEAU				ALTITUDES DES STATIONS		REPÈREMENTS
					ADDITIVES		SOUSTRACTIVES				
DES STATIONS.	EN DOUBLES PAS.	EN MÈTRES.	TANGENTES ET SIGNE.	COMMENT PRISES.	CALCULÉES.	PLANCHETTE.	CALCULÉES.	PLANCHETTE.	CALCULÉES.	COMPENSÉES.	ET REMARQUES.
	Polygone A, partant du point 1 et se fermant au même point.										
1	44^{p},7	72^{m},4	+8^{d} 35	d	6^{m},0	"	"	"	138^{m},6	138^{m},6	Les altitudes sont rattachées au pied de la croix du clocher de Chazelles, coté 239^{m},4.
	"	"	−8 30	i	"	"	"	"			
2	58 ,2	94 ,2	+3 80	d	3 ,6	"	"	"	144 ,6	144 ,5	
	"	"	−3 75	i	"	"	"	"			
3	"	"	"	"	"	"	"	"	148 ,2	148 ,1	
	"	"	"	"	"	"	"	"			
"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	
	"	"	"	"	"	"	"	"			
18	28 ,0	45 ,3	−6 40	d	"	"	2^{m},9	"	141 ,5	141 ,2	
	"	"	+6 45	i	"	"	"	"			
19	23 ,8	38 ,6	+1 20	d	0 ,4	"	"	"	138 ,6	138 ,2	
	"	"	−1 10	i	"	"	"	"			
1									139 ,0 138 ,6	138 ,6 138 ,6	Longueur moyenne du double pas = 1^{m},62. Erreur de fermeture = + 0^{m},4.
Sommes.	522^{p},0	846^{m},5			34^{m},6	"	34^{m},2	"			
	Différences égales...				+ 0^{m},4				+ 0^{m},4	0^{m},0	

d'un point extérieur en fonction de celle de la station ou celle de la station en fonction de l'altitude connue du point visé, il faut ajouter ou retrancher la hauteur de la planchette. Il y a précisément dans le carnet une colonne qui permet d'inscrire cette hauteur; mais nous verrons, dans la deuxième partie du cours : *Méthodes de levers,* comment on peut souvent simplifier le calcul, en évitant cette double opération en sens contraire.

Manière d'opérer aux petites échelles.

D'ailleurs, aux échelles de $\frac{1}{10000}$ et plus petites, on ne tient généralement plus registre des opérations, vu qu'on opère surtout alors par intersections et par relèvements. Les valeurs des pentes mesurées s'inscrivent en nombres de divisions et dixièmes de division, sur la planchette même, le long des lignes correspondantes, avec de petites flèches qui indiquent le sens de la pente. Les calculs de différence de niveau et de cotes se font au fur et à mesure, dès que l'on a obtenu les éléments nécessaires, et les cotes s'inscrivent immédiatement à côté des points. Lorsque les opérations conduisent à plusieurs cotes suffisamment concordantes pour le même point, on en prend la moyenne; une trop grande discordance indiquerait une faute qu'il faudrait rechercher. Du reste, on ne peut plus compter alors, pour le nivellement, sur une précision aussi grande que celle que nous avons admise jusqu'ici, d'autant plus que, les distances étant souvent mesurées simplement au pas, l'incertitude qui affecte les longueurs vient apporter une cause d'erreur considérable dans le calcul des différences de niveau, surtout lorsque les pentes sont roides.

CHAPITRE V.

TACHÉOMÈTRE (PL. IX).

§ 1er. DESCRIPTION SOMMAIRE ET USAGE.

Avantages du tachéomètre.

Pour terminer ce qui concerne la question des instruments de lever, il nous reste à parler d'un instrument de construction récente, imaginé par M. le colonel Goulier pour le service de l'École d'application. Bien que le tachéomètre soit destiné également aux opérations de la planimétrie et à celles du nivellement, nous avons cru devoir lui consacrer un chapitre spécial, à la suite des instruments de nivellement, parce qu'il nous permettra de résumer, pour ainsi dire, tout ce que nous avons dit jusqu'à présent de tous les autres instruments de lever.

Comme instrument de planimétrie.

En ce qui concerne la planimétrie, le tachéomètre peut, en effet, remplacer avantageusement la planchette et la boussole pour le lever des cheminements, car il participe des qualités de ces deux instruments, et a sur eux l'immense avantage de pouvoir être employé dans toutes les circonstances, alors que l'emploi des deux autres serait extrêmement difficile ou même impossible, tout en donnant pourtant une précision au moins égale.

Comme instrument de nivellement.

Sous le rapport de l'altimétrie, le tachéomètre peut servir à faire le nivellement par les pentes, puisqu'il est muni d'un éclimètre; il peut aussi être employé comme niveau à lunette à fiole fixe, et permet, par conséquent, de faire le nivellement direct avec une précision comparable à celle que nous avons signalée au chapitre III.

Description sommaire.

Le tachéomètre, qui, au point de vue de la planimétrie, est un véritable goniasmomètre à lunette, se compose essentiellement de deux tambours circulaires d'assez faible dimension en hauteur, pouvant tourner ensemble ou séparément autour d'un axe vertical porté par un trépied muni de trois vis calantes; le tout est relié au support à doubles branches par une tige à pompe qui se visse dans un écrou percé au centre du trépied. Le tambour inférieur sert de limbe et porte sur son pourtour une division en grades et demi-grades; le tambour supérieur, qui est l'alidade, porte deux verniers situés aux extré-

mités d'un même diamètre et sur lesquels deux loupes permettent de faire facilement les lectures. Les verniers, qui donnent directement les cinq minutes à la lecture, permettent d'estimer la minute centésimale. Le mouvement général du limbe et de l'alidade est arrêté à l'aide d'une pince fixée au trépied de l'instrument et munie d'une vis de rappel qui permet encore de donner un mouvement lent à tout le système, lorsque la pince est serrée. Une autre pince, placée au-dessous du contre-poids, permet de lier invariablement l'alidade au limbe horizontal; il n'y a pas de vis de rappel pour le mouvement particulier de l'alidade.

Les visées se font à l'aide d'une lunette anallatique qui repose par deux colliers égaux sur deux fourches, sur lesquelles elle peut se retourner sens dessus dessous et bout pour bout, de telle sorte qu'elle peut, en définitive, prendre quatre positions d'observation. Deux de ces positions, qui sont les positions normales, sont déterminées par l'arrêt d'un taquet porté par la lunette contre deux vis butantes, une à chaque fourche; les deux autres positions s'obtiennent simplement à vue par tâtonnements. Lunette.

La lunette est munie d'un réticule composé de deux fils en croix; l'un de ces fils, celui qui est horizontal dans les positions normales d'observation, est complétement fixe; l'autre, au contraire, celui qui est alors vertical, peut être déplacé par le jeu alternatif de deux vis butantes, qui doivent toujours être toutes les deux serrées à fond. Nous distinguerons dorénavant ces deux fils en les appelant respectivement le *fil fixe* et le *fil mobile* du réticule.

Les fourches, et par suite la lunette, tournent autour d'un axe horizontal, de telle sorte que, lorsque l'instrument est réglé et calé, l'axe optique décrit un plan vertical passant par le centre du limbe.

Dans son mouvement de rotation autour de l'axe horizontal, la lunette entraîne un tambour ou limbe vertical divisé également en grades et demi-grades, qui tourne contre un autre tambour fixe servant d'alidade et muni de deux verniers aux extrémités du diamètre horizontal, avec deux loupes pour faire les lectures, à une minute centésimale près. Ce système de deux limbes verticaux constitue l'éclimètre, qui permet de faire le nivellement par les pentes, pourvu que, l'instrument étant calé, la ligne de visée soit horizontale, quand les zéros du limbe et des verniers sont en coïncidence. Une goupille d'arrêt, qui s'introduit avec frottement dans deux trous correspondants des cercles verticaux fixe et mobile, permet d'accorder les zéros des deux cercles, et alors l'instrument fonctionne comme un niveau à lunette. Disposition de l'éclimètre.

Fiole fixe. Une fiole fixée au cercle vertical fixe sert à caler l'axe vertical de l'instrument, pour les usages ordinaires; c'est ce qu'on appelle le *niveau fixe*. Une autre fiole, placée en dessous des fourches qui portent la lunette, est entraînée dans leur mouvement; c'est ce qu'on appelle la *fiole mobile*, qui trouve son emploi dans les rectifications et lorsqu'on se sert de l'instrument comme d'un niveau.

Fiole mobile.

Manière de faire le pointé. Pour faire un pointé avec cet instrument, on commence par mettre la lunette au point avec beaucoup de soin et avec les précautions que nous avons déjà indiquées. Alors on fait tourner soit tout l'instrument, en agissant avec la main sur le contre-poids, soit la lunette elle-même que l'on manœuvre aussi à la main, pour les mouvements respectifs autour de l'axe vertical ou de l'axe horizontal. Puis, pour obtenir un pointé précis, on frappe de petits coups avec un crayon sur le contre-poids ou sur la lunette, ce qui est très-suffisant et évite la complication des vis de rappel.

Usage de l'instrument comme goniomètre. Au point de vue de la planimétrie, l'instrument ainsi disposé peut servir à mesurer les angles, comme un instrument goniométrique ordinaire, avec cette différence qu'on obtiendra un peu plus d'exactitude qu'avec le goniasmomètre dont nous avons parlé dans la première section (chap. III, § 4); d'une part, en effet, la visée se fait avec une lunette, et, de l'autre, les lectures se font avec plus de précision, tant à cause de la plus grande dimension du limbe que par suite de l'emploi d'une loupe. Le tachéomètre permet, en effet, avec des verniers qui donnent directement les cinq minutes à la lecture, d'obtenir à l'estime la minute centésimale.

Pour faire une observation, on établit l'instrument en station dans la verticale du sommet de l'angle; puis on se sert du mouvement général pour diriger la lunette sur l'un des points (celui de droite, à cause du sens de la graduation du limbe), les zéros du vernier et du limbe étant en coïncidence, et l'on serre la pince du mouvement général; enfin on desserre la pince de l'alidade pour amener la lunette sur le point de gauche et on lit l'angle marqué par le zéro du vernier, ce qui donne la valeur de l'angle cherché.

Déclinatoire. Mais l'instrument est muni, en outre, d'un déclinatoire fixé sur un manchon qui entoure la colonne verticale et que l'on peut fixer dans la position convenable, à l'aide d'une vis de pression. Ce déclinatoire se compose d'un tube en laiton (fig. 19) fermé à l'une de ses extrémités par un verre dépoli, et portant à l'autre un oculaire ordinaire composé de deux verres. Une petite

aiguille aimantée très-légère, de 4 centimètres de longueur, est suspendue à l'intérieur par une chape en rubis sur un pivot d'acier; ses pointes sont légèrement recourbées vers le haut. Une demi petite lentille, placée au-dessus de la chape, et dont la distance focale principale est le quart de la longueur de l'aiguille, c'est-à-dire 1 centimètre, donne au-dessus de la pointe antérieure, qui est la pointe sud de l'aiguille, une image renversée de l'autre pointe. Un crin tendu verticalement, à l'intérieur du tube, tout près de la pointe sud, détermine d'ailleurs, avec le centre optique de cette petite lentille, le plan de visée, dans lequel doit se trouver autant que possible le pivot de l'aiguille. L'oculaire grossit les images du crin et des pointes et reporte ces objets à la distance de la vue distincte.

Si donc alors nous dirigeons ce déclinatoire dans le plan du méridien magnétique, nous verrons les images des deux pointes l'une au-dessus de l'autre dans le plan du crin vertical; et s'il y a un défaut de rectitude de l'aiguille, ou si le point de suspension ne se trouve pas dans la verticale du centre optique de la petite lentille, soit par suite d'un défaut de construction, soit parce que le pivot s'est un peu émoussé par l'usage, les deux images seront symétriques par rapport au fil. Il vaut même mieux, peut-être, au point de vue de la précision, qu'il y ait un petit défaut de ce genre, car il est plus sûr de faire bissecter par le fil le petit intervalle blanc qui sépare les images des deux pointes que d'établir exactement la coïncidence de l'axe du fil et de l'axe de ces deux images, en supposant l'instrument parfaitement réglé. Dans tous les cas, nous éliminons de cette manière le défaut de rectitude de l'aiguille et de centrage du pivot, absolument comme nous l'avons fait dans la boussole, en prenant la moyenne des lectures faites sur les deux pointes. Son usage.

L'addition de ce déclinatoire donne au tachéomètre les propriétés de la boussole pour la mesure des angles que l'on obtient alors par rapport à une direction fixe. Autrement dit, l'instrument donne les orientements des différents côtés, au lieu de donner les angles qu'ils font entre eux. Pour cela, voici comment on opère : l'instrument étant en station en un point A, on se sert du mouvement général et de la vis de rappel de ce mouvement, pour faire en sorte que le fil de repère du déclinatoire paraisse également distant des deux pointes de l'aiguille; alors le limbe horizontal est ce qu'on appelle *orienté*, et, si l'on vise un point B au moyen du mouvement particulier de l'alidade, la lunette étant à la droite de l'éclimètre, on lit sur le vernier le plus voisin de l'oculaire l'orientement de la ligne AB, compté du nord en passant par l'ouest. Les Usage du tachéomètre orienté.

orientements lus partent, d'ailleurs, de la direction pour laquelle on lit l'angle zéro, quand le limbe est orienté, direction qui fait avec le méridien un angle constant.

Décliner le tachéomètre.

Quand on veut lire sur l'instrument les orientements vrais, il faut régler à l'avance le déclinatoire, ce qui se fait de la manière suivante.

On trace d'abord sur le terrain une méridienne vraie SN, longue d'une cinquantaine de mètres au moins. On installe le tachéomètre en S, au-dessus de l'extrémité sud, la lunette étant à la droite de l'éclimètre; on accorde les zéros du limbe horizontal et du vernier placé du côté de l'oculaire; on serre la pince de l'alidade et on agit sur la pince et la vis du mouvement général pour diriger la lunette sur N, extrémité nord de la méridienne.

On dévisse alors la vis à tête carrée du collier qui porte le déclinatoire, pour le faire tourner autour de l'axe, jusqu'à ce que le fil de repère bissecte l'intervalle qui sépare les deux pointes de l'aiguille. Pour arriver juste, il faut, après un très-léger serrage du collier, donner de petits chocs au déclinatoire, et enfin serrer très-fortement la vis.

On porte ensuite l'instrument à l'extrémité nord de la méridienne; on y oriente le limbe au moyen du déclinatoire, et l'on fait tourner l'alidade pour viser l'extrémité sud de la méridienne, la lunette étant toujours à la droite de l'éclimètre par rapport à l'observateur. Le vernier placé du côté de l'oculaire doit alors indiquer 200 grades juste. S'il y avait un petit désaccord, de 2 à 3 décigrades, par exemple, cela tiendrait aux défauts de l'instrument, comme dans la boussole. Pour y avoir égard, on donnerait au vernier la position moyenne entre 200 grades et celle qu'il occupe; puis, par la vis de rappel du mouvement général, on dirigerait la lunette vers l'extrémité sud de la méridienne; enfin on réglerait définitivement le déclinatoire en faisant tourner son collier jusqu'à ce que le fil de repère paraisse également distant des pointes de l'aiguille.

Avantages du tachéomètre sur la boussole.

L'instrument ainsi réglé donnera donc les orientements vrais des directions visées, et cela avec plus de commodité et de précision que la boussole, puisque, au lieu de lire les angles en regard de la pointe d'une aiguille, qui est toujours plus ou moins grosse, on les lit à l'aide d'un vernier et avec une loupe. Mais il est bon de remarquer que, dans le cas où l'on se sert du déclinatoire pour orienter l'instrument, la lecture, à une minute centésimale près, donne une précision tout à fait illusoire, parce que l'aiguille aimantée laisse une incertitude d'au moins 5 minutes sur l'orientation, comme nous l'avons vu à

propos de la boussole. Quoi qu'il en soit, il y aura toujours beaucoup moins d'indécision dans la lecture des angles; de plus, on ne perd pas de temps à attendre que les oscillations de l'aiguille soient complétement arrêtées, ce qui est surtout avantageux lorsque, d'une même station, on a plusieurs orientements à mesurer consécutivement.

Il est inutile aussi, avec le tachéomètre, de se préoccuper de l'altération du pivot ou de la chape de l'aiguille, par suite des chocs produits dans le transport, parce que l'aiguille du déclinatoire est extrêmement légère. Aussi n'y a-t-il aucun moyen de soulever l'aiguille.

Nivellement direct.

En ce qui concerne le nivellement, nous avons déjà dit que le tachéomètre pouvait être employé comme un niveau à lunette à fiole fixe, avec possibilité de compenser les erreurs tenant aux défauts de rectification par le retournement de la lunette sens dessus dessous et bout pour bout sur les fourches. Cela résulte des dispositions que nous avons signalées dans la description de l'instrument.

Nivellement par les pentes.

Mais son usage le plus fréquent consiste à faire le nivellement par les pentes à l'aide de son éclimètre. Pour cela on installe l'instrument, supposé réglé, dans la verticale d'un point A (fig. 9), puis on vise, avec le fil horizontal du réticule, sur la ligne de foi d'une mire dont le voyant a été fixé à une hauteur égale à celle de l'instrument au-dessus du sol, et que l'on fait tenir verticalement sur le point B; alors le limbe, qui est mobile avec la lunette, marque en regard du zéro du vernier situé du côté de l'oculaire, que la lunette soit à droite ou à gauche de l'éclimètre, un certain angle qui correspond à l'inclinaison de la ligne visée. Par suite de la manière particulière dont est faite la chiffraison du limbe, on lit soit la valeur même de l'inclinaison, s'il s'agit d'une pente ascendante, soit son complément à 100 grades, s'il s'agit d'une pente descendante. Cette disposition a l'avantage d'éviter les fautes très-fréquentes que l'on commet dans l'inscription des signes dont on affecte les pentes, car, par suite de la valeur très-différente des nombres inscrits pour représenter les pentes ascendantes ou descendantes, il n'y a plus d'erreur possible.

Fils stadimétriques.

Enfin la lunette du tachéomètre est munie de fils micrométriques qui permettent de mesurer les distances, au moyen de l'*euthymètre* dont nous avons déjà parlé dans le chapitre II de la première section. Mais, pour compléter ce qui concerne l'usage du tachéomètre, nous allons ajouter quelques détails pratiques sur ce sujet.

Euthymètre. Son usage.

Nous avons dit que la stadia de l'euthymètre pouvait être placée soit horizontale, soit dans le plan vertical de visée, mais toujours perpendiculairement à la ligne de visée. De plus, il faut pouvoir la placer à une hauteur égale à celle de l'instrument au-dessus du sol; pour cela, elle peut glisser le long d'un cadre à pédale, dont l'un des montants est divisé en centimètres, pendant que l'autre porte des divisions de 5 en 5 centimètres, peintes alternativement en blanc et en rouge et chiffrées de décimètre en décimètre. L'opérateur ayant pris, avec un double mètre à voyant, la hauteur du centre de l'éclimètre au-dessus de la station A, crie cette hauteur au porte-mire placé en B. Celui-ci tourne le montant peint du cadre vers l'opérateur et fixe la stadia à la hauteur convenable, d'après les indications du montant divisé en centimètres, qu'il a sous les yeux. Au moyen de la lunette, l'observateur constate, sur le montant peint, que le porte-mire ne se trompe pas.

L'aide tourne alors la stadia vers l'opérateur; il empoigne, de la main gauche, le bout de l'arc-boutant et le montant gauche du cadre, et il s'efforce de le maintenir vertical, en se guidant sur les indications du fil à plomb porté par l'instrument. En même temps il oriente la stadia, en la faisant tourner d'une part autour de son articulation, et de l'autre autour de la verticale, de manière que le tachéomètre lui paraisse enfermé dans le petit rond blanc du collimateur. Alors la perpendiculaire à la stadia ne s'écarte du rayon visuel de l'observateur que d'une quantité insignifiante.

Mesure des distances.

L'opérateur dirige alors la croisée des fils du réticule sur le carré noir placé au centre de la stadia, de manière à prendre en même temps l'orientement et l'inclinaison du rayon visuel parallèle au terrain. Il lit ensuite les nombres et les fractions de divisions qui correspondent aux deux fils stadimétriques, et il vérifie immédiatement si la somme des deux lectures est égale à 100 divisions, à peu près. Cela doit toujours avoir lieu quand les fils stadimétriques sont équidistants du fil du milieu; dans le cas contraire, cette somme peut différer de 100, toujours dans le même sens, et de 1 à 2 unités selon que les distances sont petites ou grandes. Cette vérification une fois faite, l'opérateur fait la différence des lectures, ce qui donne la distance mesurée suivant la pente du terrain.

Contrôle des lectures.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, l'euthymètre permet de mesurer ainsi les longueurs jusqu'à 88 mètres. Pour les distances plus grandes, on se sert successivement des deux moitiés de l'angle micrométrique. Pour cela, on pointe d'abord le fil de gauche, puis le fil du milieu sur la division chiffrée 10, et l'on fait la somme des nombres de divisions qui, dans chacun des pointés, pa-

raissent compris entre ces fils et les fils placés à leur droite. Cette somme est la distance cherchée.

Quand on veut opérer avec la stadia placée dans le plan vertical de visée, ce qui ne se fait que dans le cas seulement où des obstacles gênent l'observation sur la stadia horizontale, on fait faire à la lunette un quart de tour environ, et de telle sorte que le fil qui devient vertical soit parallèle à l'axe de la stadia. Cette position, qui n'est pas la position normale d'observation, n'est déterminée par aucun arrêt fixe, et s'obtient simplement à vue. Les deux fils stadimétriques sont alors horizontaux, et on s'en sert d'ailleurs comme précédemment. Stadia verticale.

Quant à la précision[1] que l'euthymètre permet d'obtenir pour la mesure des distances, elle est peut-être légèrement inférieure à celle que donne la chaîne. Aussi, en général, emploie-t-on simultanément les deux modes de mesure, au moins pour les cheminements principaux, se réservant de n'employer que l'euthymètre pour les opérations secondaires du lever. Précision des mesures.

Les distances obtenues par l'un ou l'autre de ces moyens sont mesurées suivant la pente du terrain; elles ont, par conséquent, besoin d'être réduites à l'horizon pour être rapportées sur le plan, ce que l'on obtient soit à l'aide d'une échelle de réduction à l'horizon, tracée sur cuivre, soit à l'aide d'un calcul par la formule $P = L \cos I$, calcul que l'on peut faire à l'aide de la règle du topographe jointe au tachéomètre. Réduction à l'horizon.

Les mêmes distances doivent servir aussi à calculer la différence de niveau de deux points consécutifs, ce qui se fait par le calcul à l'aide de la formule $H = L \sin I$. Des tables de sinus simplifient l'exécution de ce calcul, qui peut se faire aussi, d'ailleurs, à l'aide de la règle du topographe. Calcul de la différence de niveau.

Telles sont les diverses opérations que comporte l'usage du tachéomètre, considéré tant au point de vue du nivellement qu'au point de vue de la planimétrie.

§ 2. Rectifications usuelles du tachéomètre.

Nous allons d'abord supposer l'instrument bien construit, et nous allons voir quelles sont les rectifications que l'opérateur doit faire, toutes les fois qu'il Rectifications courantes.

[1] On peut réduire d'un tiers au moins l'erreur à craindre sur la mesure des longueurs avec l'euthymètre, en ayant soin de déranger un peu la lunette, de manière que l'un des fils stadimétriques bissecte une division.

veut employer un tachéomètre, et même de temps en temps dans le cours des opérations.

Régler les vis butantes des fourches.

1° Il faut s'assurer que, dans les deux positions fixes que la lunette peut prendre sur les fourches, le fil horizontal est bien perpendiculaire à l'axe vertical de l'instrument, afin que l'on puisse faire la visée par un point quelconque de ce fil, ce qui consiste à *régler les vis butantes des fourches.*

Pour cela, on fixe l'éclimètre par sa goupille et on amène la lunette dans une de ses positions fixes d'observation, c'est-à-dire que l'on fait buter la goupille de la lunette contre l'une des vis d'arrêt; alors les fils stadimétriques doivent paraître verticaux. Puis on agit sur les mouvements de l'instrument, et même sur une vis calante pour obtenir que l'extrémité droite du fil horizontal bissecte un petit objet bien net.

On fait alors tourner l'instrument pour que cet objet soit vu vers l'extrémité gauche du champ de la lunette. Si le fil horizontal ne le bissecte plus, c'est qu'il n'est pas perpendiculaire à l'axe autour duquel on l'a fait tourner. Il faut alors, tout en maintenant le contact de la goupille d'arrêt et de la vis butante, agir sur cette vis avec la clef de rectification, jusqu'à ce que l'écart soit réduit à moitié. On recommence ces deux épreuves successives jusqu'à satisfaction.

On retourne alors la lunette bout pour bout et sens dessus dessous, de manière à lui donner sa seconde position fixe d'observation, et on recommence l'opération précédente pour la seconde vis d'arrêt que l'on règle de la même manière.

Cette première rectification est assez stable, pourvu que les vis d'arrêt ne soient pas trop libres dans leurs écrous, sans quoi elles pourraient se dévisser simplement par le transport. Il faudrait alors resserrer les écrous au moyen de légers coups de marteau, après les avoir enlevés de l'instrument sur lequel ils sont vissés, et après en avoir retiré les vis.

Accorder les deux fils du réticule.

2° Il faut *accorder les deux fils du réticule,* c'est-à-dire faire en sorte que la visée soit la même par l'un ou par l'autre de ces deux fils dans les deux positions que l'on peut donner à la lunette sur ses fourches, en lui faisant faire un quart de tour.

Pour cela on dispose l'instrument de telle sorte que le milieu du fil horizontal bissecte un petit objet bien net; puis on fait tourner la lunette d'un quart de tour autour de son axe de figure et on établit à vue, par tâtonnements, la perpendicularité du second fil à l'axe vertical de l'instrument. Alors

si le petit objet ne peut pas être bissecté par le fil qui, actuellement, paraît horizontal, on agit avec la petite clef alternativement sur les deux vis tirantes, qui traversent le renfort du coulant, près de l'oculaire, en ayant soin de toujours desserrer l'une avant de serrer l'autre, et de toujours serrer cette dernière. On déplace ainsi le fil horizontal de haut en bas ou de bas en haut, et on peut lui faire bissecter le petit objet que l'on vise. On recommence ces tâtonnements jusqu'à satisfaction.

Alors, pour les visées, on pourra employer indifféremment l'un ou l'autre des deux fils en croix du réticule.

Cette seconde rectification est encore assez stable, si l'on a la précaution, après avoir desserré une des vis tirantes, de serrer l'autre de la même quantité, de manière qu'il n'y ait pas le moindre ballottement possible des pièces qui portent le réticule.

3° Il faut *régler le niveau mobile,* c'est-à-dire rendre la directrice de la fiole parallèle au plan de visée de la lunette, de telle sorte que lorsqu'elle sera horizontale le plan de visée soit lui-même horizontal. **Régler le niveau mobile.**

Pour cela on commence par caler à peu près l'axe vertical de l'instrument; on fixe l'éclimètre par sa goupille, on fait porter l'euthymètre à une cinquantaine de mètres, sa stadia étant verticale, et on dirige la lunette sur cette stadia. Puis on agit sur la vis calante la plus voisine du plan vertical de visée, pour caler exactement la fiole mobile dans cette direction, et on fait, avec le fil horizontal, une première lecture sur la stadia.

On retourne alors la lunette bout pour bout et sens dessus dessous, on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de son axe vertical, on agit de nouveau sur la vis calante pour caler exactement la fiole mobile, et on fait une seconde lecture sur la stadia. La moyenne des lectures, nous l'avons démontré dans le chapitre précédent, indique le point qui correspond à la visée horizontale.

On agit alors sur la vis calante pour amener le fil horizontal sur cette lecture moyenne de la stadia; le plan de visée est, par suite, horizontal, mais la fiole s'est inclinée et la bulle n'est plus entre ses repères. On agit donc sur la vis de rectification du niveau mobile, pour ramener la bulle entre ses repères, et alors la directrice de la fiole sera horizontale en même temps que le plan de visée; par conséquent ils seront parallèles.

On peut ne pas réussir complétement du premier coup, et il faut recommencer les mêmes opérations jusqu'à satisfaction.

Régler l'éclimètre et la fiole fixe.

4° Il faut *régler l'éclimètre et la fiole fixe,* c'est-à-dire rendre simultanément l'axe optique de la lunette à zéro et la directrice de la fiole mobile perpendiculaires à l'axe vertical de l'instrument, puis régler la fiole fixe, de manière que ces indications puissent servir à caler l'axe vertical, à la place de la fiole mobile.

Pour cela, l'éclimètre étant toujours fixé par sa goupille, on commence par faire, à l'aide de la fiole mobile, les calages préalables de l'axe dans deux directions perpendiculaires entre elles. Puis, ayant, dans une certaine position, amené bien exactement la bulle entre ses repères, on fait faire à l'instrument une demi-révolution autour de l'axe vertical. Si la bulle ne revient pas au milieu de la fiole, son déplacement indique le double du défaut de perpendicularité; on la fait alors rétrograder de la moitié de son déplacement, en agissant, avec la clef de rectification, sur les deux vis butantes à carré, qui sont situées au-dessous du cercle des verniers de l'éclimètre et qui maintiennent entre elles un appendice de ce cercle. Il faut toujours desserrer l'une des vis avant de serrer l'autre, et cette double opération a pour effet d'incliner à la fois tout l'éclimètre, les niveaux et la lunette. On a donc ainsi rendu simultanément l'axe optique de la lunette et la directrice de la fiole mobile perpendiculaires à l'axe de rotation de l'instrument. Il ne reste donc plus qu'à recommencer les calages dans deux sens perpendiculaires, pour rendre cet axe de rotation vertical et, par suite, l'axe optique et la directrice de la fiole horizontaux. Mais on ne réussit pas généralement du premier coup; il faut donc recommencer ces diverses opérations jusqu'à ce que, dans toutes les positions autour de l'axe, la bulle de la fiole mobile reste entre ses repères.

Alors il ne reste plus, pour régler le niveau fixe, qu'à agir sur sa vis de rectification, de manière que sa bulle vienne au milieu du tube, et la directrice de cette fiole se trouvera, par cela même, rendue perpendiculaire à l'axe de l'instrument.

Pour que la rectification de l'éclimètre soit stable, il faut avoir soin que les deux vis butantes de l'éclimètre soient simultanément serrées fortement contre l'appendice du cercle alidade, et, pour la stabilité des rectifications des deux fioles, il faut rendre durs les mouvements des vis des niveaux, en serrant les vis de leurs écrous.

Telles sont les rectifications courantes à faire subir au tachéomètre; nous verrons, d'ailleurs, dans le paragraphe 4, comment on peut arriver par le mode d'observation à compenser les erreurs tenant aux défauts de rectification qui peuvent subsister ou survenir pendant les opérations.

§ 3. Vérifications à faire subir au tachéomètre.

Il est nécessaire de soumettre l'instrument, avant de l'accepter, à d'autres vérifications, d'autant plus importantes que l'opérateur n'aurait pas la possibilité de remédier aux défauts qu'il pourrait constater. Vérifications.

1° Il faut avant tout s'assurer de la *rigidité de l'instrument et de la lunette*. Pour cela on pointe la lunette sur un objet bien net, toutes les pinces étant serrées et la goupille de la lunette enfoncée à fond. Puis on exerce de légers efforts de torsion ou de flexion sur les diverses parties de l'instrument, à l'exception de la lunette, et l'on examine si la lunette reste sensiblement pointée sur l'objet. Si cela n'avait pas lieu, c'est qu'il y aurait quelque ballottement, que l'on devrait chercher à corriger en serrant plus fortement les vis d'assemblage. Rigidité de l'instrument et de la lunette.

En ce qui concerne la lunette, on s'assure d'abord que l'objectif est bien vissé à fond de manière qu'il ne puisse pas avoir de ballottement; puis la lunette étant pointée, on presse ou l'on frappe dans divers sens sur le coulant porte-fils. Si le pointé se trouvait ainsi dérangé d'une manière notable, c'est qu'il y aurait dans ce coulant une ou plusieurs causes de ballottement auxquelles il faudrait remédier.

2° Il faut que *l'aiguille du déclinatoire soit suffisamment sensible*. Pour s'assurer que cette condition est remplie, on écarte l'aiguille de sa position d'équilibre, en approchant un morceau de fer, un canif, une clef, etc., puis on examine si les oscillations qu'elle fait pour revenir à cette position sont graduellement décroissantes jusqu'à devenir insensibles. Si l'aiguille s'arrêtait brusquement après une oscillation d'une certaine amplitude, cela prouverait que la chape est piquée ou la pointe du pivot émoussée, ou encore que l'aiguille n'est pas suffisamment aimantée, et il faudrait remédier à ces inconvénients. Lorsque le déclinatoire est bien construit et que l'aiguille a une bonne chape, l'aiguille est si légère qu'un accident de ce genre peut difficilement se produire par l'usage. Sensibilité de l'aiguille du déclinatoire.

3° Il faut *vérifier l'angle stadimétrique*, c'est-à-dire s'assurer que le nombre de divisions de la stadia compris entre les fils micrométriques donne bien le nombre de mètres qui séparent l'euthymètre du centre de l'instrument, car le tachéomètre est muni d'une lunette anallatique, ainsi que nous l'avons déjà dit. Vérifier la valeur de l'angle stadimétrique.

Pour cela le dos de la stadia porte deux petits voyants noirs avec une ligne

de foi blanche, et l'intervalle qui sépare les axes de ces deux lignes de foi correspond précisément à 80 divisions de la stadia. On mesure alors, sur un terrain dont la pente est uniforme, et en suivant cette pente, une longueur de 80 mètres, par plusieurs épreuves et avec un décamètre en ressort, préalablement bien étalonné. On établit le tachéomètre en station sur l'une des extrémités de cette base, et l'euthymètre sur l'autre, le dos de la stadia tourné vers l'observateur. Comme, dans cette position, on ne peut pas se servir du petit collimateur pour assurer la perpendicularité de la stadia au rayon visuel de l'opérateur, on fait usage d'une équerre à dessiner dont on place l'un des côtés de l'angle droit contre la stadia, et dont on dirige l'autre côté sur l'instrument.

On met la lunette au point *très-minutieusement,* et, par le mouvement général, on cherche à faire correspondre les deux fils stadimétriques simultanément aux deux lignes de foi blanches des petits voyants. Si l'on ne pouvait pas obtenir cette coïncidence, il faudrait d'abord s'assurer que cela ne tient pas à un défaut de perpendicularité de la stadia ou à un défaut de mise au point, et alors on serait certain que c'est l'angle stadimétrique qui n'a pas la valeur convenable. Pour faire la correction, il faudrait déplacer le verre anallatiseur, de manière à faire varier sa distance à l'objectif, ce qui fait varier en même temps la valeur de l'angle stadimétrique; mais cette opération est si délicate, surtout à cause de la précision qu'elle exige dans la mise au point et aussi dans la position de la stadia, qu'on n'a pas voulu laisser à l'observateur la possibilité de faire cette correction. Il faudrait donc renvoyer l'instrument au constructeur, qui devrait enlever la goupille servant à fixer le coulant du verre anallatiseur, déplacer ce coulant de la quantité convenable et le fixer par une nouvelle goupille [1].

Déterminer la valeur de la correction.

Mais il peut se faire que l'on soit obligé de se servir quand même d'un instrument dans lequel on a constaté un défaut de ce genre, et il faut alors déterminer la valeur de l'erreur, afin d'en tenir compte. Pour cela, après avoir constaté le défaut de coïncidence des deux fils micrométriques avec les lignes de foi des voyants, on avance ou on recule le tachéomètre jusqu'à ce que la concordance paraisse parfaite. La distance comprise entre la verticale de l'ins-

[1] En réalité, le constructeur s'est réservé la possibilité de déplacer plus facilement le verre anallatiseur; pour cela il a fixé le coulant à l'aide d'une petite vis à laquelle il a laissé une course de 1 ou 2 millimètres dans une rainure pratiquée dans le corps de la lunette. Seulement cette vis se trouve masquée sous le système qui sert à mettre au point, afin de ne pas la laisser à la disposition de l'opérateur, qui fera toujours mieux de ne pas y toucher.

trument et l'extrémité de la base donne alors l'erreur commise sur une longueur de 80 mètres. On en conclut proportionnellement les erreurs qui affecteront toutes les distances lues sur la stadia, et on peut même établir un tableau de corrections à leur faire subir.

Absence de fer dans le laiton de l'instrument.

4° Il faut s'assurer que *le laiton de l'instrument ne renferme pas de fer;* sans quoi le déclinatoire pourrait être influencé de quantités variables suivant la position des pièces qui renfermeraient du fer, et, par suite, l'instrument donnerait des indications erronées.

Pour faire cette vérification, on commence par orienter le limbe avec le déclinatoire, en se servant pour cela de la vis de rappel du mouvement général. Puis on fait tourner très-lentement le cercle alidade avec toute la partie supérieure de l'instrument, et on examine si, pendant cette rotation, l'aiguille du déclinatoire (dont la mobilité a dû être constatée à l'avance) conserve bien la même direction. Si cela a lieu, la partie mobile ne renferme pas de fer, ou du moins le fer qu'elle peut renfermer produit des effets insensibles.

Il faut faire la même vérification pour la partie fixe de l'instrument, et d'abord pour son trépied et ses vis calantes. Pour cela on place le tachéomètre sur une planchette bien horizontale et on le cale, puis on donne successivement au trépied et, par suite, aux vis calantes, des positions diverses autour de l'axe vertical. Pour chaque position on oriente le limbe avec le déclinatoire, et l'on vise un objet éloigné de 300 à 400 mètres et à peu près de niveau avec la lunette, de telle sorte que la visée soit horizontale, afin de se mettre à l'abri de l'erreur tenant au défaut d'horizontalité de l'axe de l'éclimètre. Les orientements lus sur le limbe pour chaque position doivent être égaux entre eux. Si cet accord n'existait pas, cela prouverait qu'il y a du fer réparti dans le laiton, soit du trépied, soit de ses vis calantes, soit de la pince et de sa vis de rappel.

Enfin il faut encore que le pied à doubles branches qui supporte l'instrument ne contienne pas de fer. Pour le vérifier, on fixe le tachéomètre sur son support. On donne aux pieds à doubles branches diverses orientations sur le sol; on cale chaque fois l'axe, on oriente le limbe avec le déclinatoire et l'on vise le même objet que tout à l'heure. Les orientements lus, pour chaque position, sur le limbe horizontal, doivent être identiques. Si l'on constate des différences, tandis que, dans les épreuves précédentes, les orientements avaient été constants, ces différences ne peuvent tenir qu'au fer réparti dans les pièces de laiton du support.

Si l'on constate la présence du fer dans l'une ou l'autre de ces épreuves, il faut faire changer les pièces qui renferment ce fer. Le constructeur les reconnaît facilement, en démontant l'instrument et présentant les pièces, une à une et dans tous les sens, à la pointe d'une aiguille aimantée suffisamment mobile.

Centrage des limbes.

5° Il faut vérifier le *centrage des limbes,* c'est-à-dire examiner si les zéros des verniers opposés de chaque limbe correspondent toujours à des divisions diamétralement opposées. Pour cela, il faut faire les lectures sur les deux verniers, pour diverses orientations et pour diverses inclinaisons, et voir, dans le premier cas, si ces lectures diffèrent toujours de 200 grades juste, et, dans le second, si leur somme est toujours exactement de 100 grades.

Si cela n'avait pas lieu, il y aurait, dans les limbes, des défauts de centrage; mais si ces défauts ne dépassaient pas 5 à 6 centigrades, ils ne produiraient que des erreurs insignifiantes sur les pentes et les orientements obtenus par cheminement, parce que les lectures sont toujours faites avec les mêmes verniers. On pourrait compenser ces erreurs en prenant toujours, pour chaque observation, la moyenne des lectures sur deux verniers opposés, après avoir retranché 200 grades de la seconde lecture sur le cercle horizontal, et avoir pris, au lieu de la deuxième lecture du cercle vertical, son complément à 100 grades.

Centrage du fil fixe du réticule.

6° Il faut s'assurer si *le fil fixe du réticule est centré.* Nous avons vu déjà dans les rectifications courantes de l'instrument (2e rectification, p. 248) comment on peut accorder les deux fils du réticule, pour que l'on puisse faire les visées indifféremment par l'un ou par l'autre. Mais la lunette pouvant en outre se retourner sens dessus dessous et bout pour bout sur les fourches, il faut aussi que, dans ces deux positions, la visée soit la même. C'est quelque chose d'analogue à ce que nous avons fait dans les niveaux à lunette, lorsqu'il s'est agi du centrage par rapport au fil horizontal. Seulement, ici, la question se complique du défaut de perpendicularité de l'axe de figure de la lunette à l'axe de rotation de l'éclimètre, défaut qui peut exister concurremment avec le défaut de centrage. Mais le premier défaut est toujours assez faible et, par conséquent, négligeable, parce qu'il produit une erreur sensiblement constante sur la valeur des orientements; c'est ce que nous verrions sans peine par une discussion analogue à celle qui a été faite pour la boussole, à propos de la perpendicularité de la ligne de visée à l'axe de rotation du viseur ou de la lunette. Occupons-nous donc seulement du défaut de centrage du fil fixe.

Pour constater ce défaut, on commence par rendre vertical, à vue, le fil fixe du réticule, celui qui, dans la position normale d'observation, est horizontal; alors le bouton molleté du coulant de la lunette se trouve en dessus. La pince de l'alidade étant serrée, on se sert du mouvement général pour pointer le fil vertical sur un objet bien net, en ayant soin de compléter le pointé par le jeu de la vis de rappel. On rend alors le fil perpendiculaire à l'axe de rotation de l'éclimètre en faisant en sorte que l'image de l'objet reste bissectée par les deux extrémités du fil, quand, par une légère rotation autour de l'axe de l'éclimètre, on amène l'objet vers le haut ou le bas du champ de la lunette; il suffit, pour obtenir ce résultat, de faire tourner légèrement la lunette autour de son axe de figure.

On enlève alors la lunette pour la retourner, seulement sens dessus dessous, de telle sorte que le bouton molleté du coulant vienne en dessous. On règle de nouveau la perpendicularité du fil à l'axe de l'éclimètre, et le fil devra encore bissecter l'objet visé.

Valeur du défaut de centrage.

Si cela n'avait pas lieu, l'écart constaté indiquerait le double du défaut de centrage. En effet, soient AX (fig. 20) l'axe de rotation de l'éclimètre, AF l'axe de figure de la lunette, que, pour plus de généralité, nous ne supposerons pas perpendiculaire à l'axe AX, et AO l'axe optique, dirigé dans la première partie de l'opération sur un point B. Lorsque nous retournons la lunette sens dessus dessous sur les fourches, l'axe de figure conserve la direction AF, et l'axe optique vient prendre une position AO′ symétrique de AO par rapport à AF. Pour pouvoir de nouveau viser le point B, il faudra donc faire tourner l'axe optique et, par suite, l'axe de rotation AX et l'alidade qui est liée invariablement à lui, de l'angle O′AO, égal précisément au double du défaut de centrage.

Manière de corriger ce défaut.

Pour corriger le défaut, il faut donc lire l'angle dont on a été obligé de faire tourner tout le système pour ramener le pointé sur B, puis faire rétrograder l'alidade de la moitié de cet angle. Alors l'axe optique se trouvera écarté du point B d'un angle précisément égal au défaut de centrage, et l'on pourra généralement, en vissant ou dévissant plus ou moins l'objectif, profiter de son excentricité habituelle pour faire de nouveau bissecter l'objet. Mais il faudra ensuite limer le bout de la bonnette d'objectif, de manière que, une fois la correction faite, cet objectif soit vissé à fond, afin d'éviter tout ballottement.

Naturellement, après avoir ainsi centré le fil fixe, il faudra accorder le se-

cond avec lui, en opérant comme nous l'avons déjà expliqué dans les rectifications courantes du tachéomètre.

Manière de tenir compte du défaut de centrage.

Au lieu de faire la correction du défaut de centrage du fil fixe, ce qui, du reste, est une opération assez délicate, on peut aussi tenir compte de l'erreur qui en résulte. Il suffit de corriger tous les orientements de la moitié de l'angle dont il a fallu faire tourner l'alidade, pour faire bissecter l'objet visé par le fil dans la seconde position.

Comparaison des deux modes de compensation des erreurs: Par les visées directe et inverse.

La figure 20 nous montre également que la moyenne des visées directe et inverse faites avec l'instrument sur un côté AB ne compense nullement ni le défaut de perpendicularité de l'axe de figure de la lunette à l'axe de rotation, ni le défaut de centrage, qui se combinent, d'ailleurs, pour produire le défaut de perpendicularité de l'axe optique à l'axe de rotation de l'éclimètre. En effet, dans les deux observations, l'instrument se trouvera disposé comme pour viser un point plus à gauche ou plus à droite, selon le sens du défaut. Si donc nous désignons par p le premier défaut et par c le second, la moyenne des orientements direct et inverse sera affectée d'une erreur $e=p+c$, p et c pouvant d'ailleurs être affectés du signe $+$ ou du signe $-$. Mais cette erreur e, étant sensiblement constante, n'aura pour effet que de produire une désorientation générale; on pourra donc la négliger, à la condition que l'on opérera uniquement par cheminement et toujours avec la lunette située du même côté de l'éclimètre.

Il faudra, au contraire, y avoir égard, toutes les fois qu'on retournera la lunette bout pour bout et sens dessus dessous, parce que alors l'erreur c, provenant du défaut de centrage, change de signe.

Par les visées à droite et à gauche.

La même figure nous montre encore que la moyenne des visées à droite et à gauche compense le défaut de centrage, puisque les deux orientements ainsi obtenus sont affectés, de ce chef, d'erreurs égales et de signes contraires; mais elle ne compense pas le défaut de perpendicularité de l'axe de figure de la lunette à l'axe de rotation de l'éclimètre. Par conséquent, la moyenne des orientements à droite et à gauche sera affectée seulement d'une erreur $e'=p$. Ce qui prouve que les deux modes de compensation ne donnent pas des résultats comparables et ne peuvent pas, par conséquent, être employés concurremment, dans un même lever, sans avoir égard à la discordance constante qu'ils pourraient présenter par suite du défaut de centrage du fil vertical de la lunette.

7° Enfin il faut s'assurer que *l'axe de l'éclimètre est horizontal,* quand l'instrument est calé. Pour cela, on accorde le zéro du limbe horizontal et le zéro de l'un des verniers, et l'on fait la lecture sur l'autre, afin de se mettre à l'abri des erreurs tenant au défaut de centrage de l'alidade. Puis, l'instrument étant bien calé, on se sert du mouvement général pour viser un objet éloigné, bien net, et à peu près de niveau avec l'instrument, la lunette étant à droite. On retourne alors la lunette sens dessus dessous et bout pour bout sur les fourches, et on fait mouvoir l'alidade pour viser le même objet, la lunette étant à gauche; on fait encore la double lecture sur les deux verniers opposés. La différence des moyennes de ces lectures au commencement et à la fin donne le double de l'erreur causée par le défaut de centrage de la lunette. Pour les visées horizontales, en effet, l'erreur à craindre, par suite d'un défaut d'horizontalité de l'axe de l'éclimètre, est nulle; cela résulte de considérations analogues à celles que nous avons développées pour la boussole.

Horizontalité de l'axe de rotation de l'éclimètre.

On fait la même opération en visant une girouette ou un autre objet très-élevé au-dessus de l'horizon, et, si l'erreur nouvelle, conclue de la double visée à droite et à gauche, n'a pas la même valeur que la précédente, cela tiendra au défaut d'horizontalité de l'axe de rotation de l'éclimètre. La discordance des deux erreurs exprimera l'erreur commise, par suite de ce dernier défaut, sur les orientements des lignes ayant l'inclinaison du rayon visuel que l'on considère. Nous avons vu, en effet, à propos de la boussole, que l'erreur provenant d'un défaut de ce genre est essentiellement variable avec l'inclinaison des rayons visuels, et qu'elle change même de signe, en passant par zéro pour la visée horizontale, suivant qu'il s'agit de pentes ascendantes ou descendantes.

Le constructeur seul pourrait corriger ce défaut; mais nous avons vu, toujours à propos de la boussole, comment on peut le compenser par la moyenne des doubles observations directe et inverse ou à droite et à gauche.

§ 4. Divers modes d'emploi du tachéomètre.

Voyons maintenant comment on peut se servir du tachéomètre pour faire le lever d'un canevas. Il est clair que la planimétrie et le nivellement se font simultanément; mais, pour simplifier l'exposition, nous traiterons successivement ces deux parties du travail.

Lever d'un canevas.

Toutes les opérations ordinaires d'un lever au tachéomètre, mesure des orientements, mesure des distances à la chaîne ou à l'euthymètre, mesure des

Carnet des opérations.

inclinaisons, calculs des différences de niveau et des cotes, s'enregistrent dans un carnet particulier dont on trouvera le modèle page 259 ci-contre.

Emploi avec le déclinatoire. Planimétrie.

En ce qui concerne la planimétrie, nous avons vu, dans le paragraphe 1[er], comment on peut régler le déclinatoire sur une méridienne, de manière à faire lire sur l'instrument les orientements vrais. Dans le cas où l'on n'aurait pas fait ce réglage préliminaire, on obtiendrait des orientements arbitraires comptés à partir de la direction pour laquelle on lit l'angle zéro, quand le limbe est orienté.

Procédé de cheminement.

Quoi qu'il en soit, pour faire le lever d'un canevas, nous pourrons employer le procédé par cheminement, comme avec la boussole et avec les mêmes avantages, en ayant soin de tenir toujours la lunette à droite et de prendre, pour chaque côté AB, l'orientement direct de A sur B et l'orientement inverse de B sur A, que nous lirons tous les deux sur le vernier le plus voisin de l'oculaire. La moyenne de ces deux orientements, le dernier étant modifié de 200 grades, est débarrassée de toutes les erreurs tenant aux défauts de rectification de l'instrument, sauf un, qui peut être regardé comme produisant une erreur constante, le défaut de perpendicularité de l'*axe optique* à l'axe de rotation horizontal.

Orientements direct et inverse.

Les deux orientements direct et inverse d'un même côté, qui, théoriquement, devraient différer de 200 grades juste, présenteront donc, en réalité, une petite discordance, résultant de la somme des incertitudes inévitables des opérations et des défauts de rectification de l'instrument. Une discordance trop considérable accuserait soit une faute, soit une *déviation locale* de l'aiguille aimantée; il faudrait rechercher la faute avant de passer outre, ou constater d'une manière bien sûre la valeur de la déviation locale, afin de pouvoir corriger les observations erronées.

Procédé par intersections et par relèvements.

On peut aussi opérer par intersections et par relèvements, à la condition de ne pas prendre des côtés trop longs, à cause de l'incertitude de l'orientation donnée par le déclinatoire. Dans ce cas, si l'on fait deux visées, la première avec la lunette à la droite de l'éclimètre, la seconde avec la lunette retournée bout pour bout et sens dessus dessous sur les fourches et ramenée à gauche, les deux orientements ainsi obtenus et lus sur le même vernier devraient différer de 200 grades; mais, en réalité, on constate une légère discordance sensiblement constante, et tenant aux incertitudes des observations et aux défauts de rectification de l'instrument. Quant à la moyenne des deux

Modèle du carnet des opérations du lever au tachéomètre.

NUMÉROS DES POINTS.	ORIENTEMENTS DIRECTS ET INVERSES.	DISTANCES		LECTURES SUR L'EUTHYMÈTRE.	HAUTEUR DE L'INSTRUMENT.	INCLINAISONS OU COMPLÉMENTS.	DIFFÉRENCES DE NIVEAU		COTES DES POINTS		REMARQUES.
		CHAÎNÉES suivant la pente.	PAR L'EUTHYMÈTRE.				ADDITIVES.	SOUSTRACTIVES.	DÉDUITES.	COMPENSÉES.	
						Polygone A, partant du point 1 et se fermant au même point.					
1	....	....	....	....	....	....	....	....	103^m,20	103^m,20	
	310° 55' 109 70	47^m,20	47^m,25	73^d 65 26 40		−99° 05' + 0 92	″	0^m,68			
2	(110 50)	....	....	....	1^m,36	....	....	....	102 ,52	102 ,52	Déviation moyenne de − 80' au point 2.
	326 50 (327 30) 127 25	46 ,95	47 ,00	73 50 26 50		+ 0 14 −99 83	0^m,12	″			
3	....	....	....	....	1 ,39	....	....	....	102 ,64	102 ,64	
	22 95 223 05	56 ,15	56 ,10	78 10 22 00		+10 20 −89 75	8 ,97	″			
4	....	....	....	....	1 ,41	....	....	....	111 ,61	111 ,60	
	25 00 ″	″	″	″ ″		+13 25 ″	″	″			
″	....	....	....	....	″	....	....	....	″	″	
	″ 297 55	52 ,60	52 ,60	76 30 23 70		″ −91.42	″	″			
18	....	....	....	....	1 ,38	....	....	....	102 ,65	102 ,58	
	43 05 243 00	19 ,20	19 ,15	59 60 40 45		+ 2 06 −97 92	0 ,62	″			
1	....	....	....	....	1 ,37	....	....	....	103 ,27 103 ,20	103 ,20 103 ,20	Cotes du point de fermeture. Cote de départ.
Sommes des différences..........							52^m,90	52^m,83			
Différences égales..........							+0^m,07		+0^m,07	0^m,00	Erreur de fermeture = +0^m,07.

lectures, la seconde étant préalablement modifiée de 200 grades, elle n'est affectée que de l'erreur à peu près constante tenant au défaut de perpendicularité de *l'axe de figure* de la lunette à l'axe de rotation horizontal. C'est en effet ce que nous avons constaté en vérifiant le centrage du fil fixe du réticule.

Par suite, la moyenne des orientements direct et inverse et la moyenne des orientements pris avec la lunette à droite et à gauche pour un même côté ne seraient pas identiques, et il est indispensable de tenir compte de cette différence sensiblement constante, si l'on emploie, dans un même lever, les deux modes de compensation des erreurs.

Cas où l'emploi de la boussole n'est plus possible.

Mais dans l'intérieur des villes, dans les usines ou sur les terrains attirables à l'aimant, on ne peut plus compter sur les indications de l'aiguille aimantée. Dans ce cas il faut renoncer à l'emploi de la boussole ou du déclinatoire du tachéomètre. Quant à la planchette, nous avons vu combien son emploi est peu commode et peu sûr pour les cheminements, d'autant plus qu'il serait à peu près impossible d'éviter d'avoir au moins quelques côtés très-courts.

Emploi du tachéomètre sans déclinatoire.

C'est alors que le tachéomètre, employé sans déclinatoire et comme instrument goniométrique ou planchette simple, jouit de tous ses avantages, qu'il doit surtout à la possibilité du retournement de la lunette bout pour bout et sens dessus dessous sur les fourches. Voici comment on opère.

Trois supports identiques.

Pour se mettre à l'abri des désorientations résultant du défaut de mise au point et du défaut de fixité des points visés, comme cela a lieu dans l'emploi de la planchette, on fait usage de trois pieds identiques, qui seront à mouvement de translation et munis d'un genou à calotte sphérique, pour pouvoir mettre l'instrument ou les mires exactement dans la verticale des points, en même temps qu'on pourra assurer l'horizontalité. D'ailleurs, la précision dans la mise au point ne sera indispensable d'une manière rigoureuse qu'au commencement et à la fin de chaque séance de travail, soit pour partir exactement des points auxquels on s'est arrêté à la séance précédente, soit pour marquer avec précision les points de départ de la séance suivante. Pour tous les autres points, en effet, si ceux que l'on détermine réellement se trouvent à 10 centimètres des points véritables, c'est-à-dire de l'axe des piquets qui les marquent sur le terrain, cela n'aura aucun inconvénient au point de vue des détails qui seront rattachés plus tard aux côtés du canevas. L'important est que, dans la mesure des angles, le centre de l'instrument se substitue bien exactement au centre des mires ou réciproquement, de manière à éviter les petites désorien-

tations qui sont à craindre dans ce genre d'opération. On obtient ce résultat à l'aide des trois pieds identiques, qui sont mis de proche en proche sur trois points consécutifs du cheminement, et sur lesquels on place successivement soit une mire, soit l'instrument, sans changer leur position.

Cette manière d'opérer ne serait pas applicable avec la planchette; de là un premier avantage en faveur du tachéomètre.

Avantages du tachéomètre sur la planchette.

On pourrait alors mesurer successivement, avec le tachéomètre, les angles que les différents côtés du cheminement font entre eux, et cela avec de grandes chances d'exactitude. Mais il ne serait pas commode de construire ces angles avec le rapporteur, et il vaut mieux chercher à obtenir les orientements de ces différents côtés avec une direction fixe; c'est ici que l'on profite du retournement possible de la lunette sur ses supports.

Cas d'une triangulation préalable.

Supposons d'abord que le lever s'appuie sur une triangulation préalable[1], donnant à l'avance les orientements d'un certain nombre de lignes marquées sur le terrain par des signaux naturels ou artificiels. Soit donc (fig. 21) un cheminement A-1-2-3-4- ... K, partant d'un point trigonométrique A et aboutissant à un autre point K de la triangulation. Les trois supports identiques étant installés en A, 1, 2, on place l'instrument en A et une mire en 1; puis, à l'aide du mouvement général, on oriente le limbe de telle sorte que l'alidade marque du côté de l'oculaire l'orientement connu d'un côté AB de la triangulation, lorsque la lunette est pointée sur B. Alors si, desserrant la pince de l'alidade, on dirige la lunette sur la mire placée en 1, on lira sur le vernier, du côté de l'oculaire, l'orientement du côté A-1.

Dans cette position, on serre la pince qui fixe l'alidade au limbe, et on retourne la lunette bout pour bout et sens dessus dessous, de sorte que l'orientement qu'on lit actuellement du côté de l'oculaire est l'orientement inverse de A-1, c'est-à-dire l'orientement de 1-A. On porte alors le tachéomètre sur le support placé en 1, pendant que la mire, qui était en 1, vient se substituer au tachéomètre en A. On se sert du mouvement général pour amener la lunette sur le voyant A, sans toucher à la position de l'alidade, de sorte que le limbe se trouve transporté parallèlement à lui-même. Si donc on fait de nouveau mouvoir l'alidade pour viser le point 2, sur lequel est installé le troisième support avec une autre mire, on lira encore, du côté de l'oculaire, l'orientement du côté 1-2, et ainsi de suite.

[1] Voir, pour l'exécution de ces triangulations, la troisième partie du cours, *Opérations trigonométriques*.

Cette manière de procéder ne compense pas, pour chaque côté, les erreurs tenant aux défauts de rectification par la moyenne des observations directe et inverse; mais comme, pour deux côtés consécutifs, les visées se font avec la lunette à droite, puis avec la lunette à gauche, il s'établit néanmoins une sorte de compensation de deux en deux stations, puisque les erreurs sont ainsi de signes contraires.

Vérification du cheminement.

On vérifie le cheminement lorsque, par la progression du travail, on arrive à un nouveau point trigonométrique K, auquel aboutit un côté de la triangulation KL dont l'orientement est déjà connu. Il faut, en effet, que l'orientement déduit des opérations successives reproduise l'orientement connu de KL. Une trop grande discordance accuserait une ou plusieurs fautes, qu'il faudrait rechercher immédiatement. Si, au contraire, la différence constatée est explicable par les incertitudes inévitables des opérations, on la répartit par parties égales sur tous les orientements intermédiaires.

Manières de s'orienter sur une direction fixe prise arbitrairement.

A défaut de triangulation préalable, on attribuera à une direction initiale quelconque un orientement arbitraire, par exemple l'orientement zéro au premier côté du cheminement, et on continuera la série des opérations comme tout à l'heure. Pour obtenir une vérification, il faut alors venir fermer le premier cheminement au même point. Pour les autres cheminements, on se vérifiera sur les orientements déjà connus des côtés aboutissant aux points de départ et de fermeture, lesquels devront appartenir au premier polygone, et ainsi de suite.

On peut aussi, dans certains cas, choisir à l'avance sur le terrain à lever un ou plusieurs points culminants, tels que O, O′, O″, . . . (fig. 22), d'où l'on puisse voir un certain nombre de points A, B, C, . . . appartenant aux cheminements que l'on aura à faire ultérieurement. On détermine les orientements des directions aboutissant à ces différents points par rapport à une direction initiale OA, par exemple, et les orientements inverses de ces côtés serviront à appuyer les cheminements qui joindront ces points les uns aux autres.

Nivellement direct.

En ce qui concerne le nivellement, nous avons dit qu'il se faisait en même temps que la planimétrie; pour cela, on se sert soit du niveau fixe, soit du niveau mobile, suivant que l'on veut faire du nivellement par les pentes ou du nivellement direct. Il faut avoir soin, après avoir calé l'axe vertical de l'instrument à une ou deux divisions près du niveau, dans deux directions perpendiculaires, de ramener exactement la bulle au milieu du tube dans la direction de la ligne de visée.

Dans le nivellement par les pentes, nous avons déjà vu que la lecture faite sur le vernier voisin de l'oculaire donne la valeur même de l'inclinaison, ou son complément à 100 grades, suivant que la pente est ascendante ou descendante, et nous avons fait ressortir l'avantage de ce mode de chiffraison qui évite les erreurs de signes. Nivellement par les pentes.

Quand on opère par cheminement avec le déclinatoire, on compense les erreurs tenant aux défauts de rectification, en faisant pour chaque côté, sur l'éclimètre, les deux lectures qui correspondent aux visées directe et inverse. Lorsqu'on opère par intersections ou relèvements, on fait les deux lectures qui correspondent aux visées avec la lunette à droite et à gauche. Cela résulte de ce que nous avons dit dans le chapitre précédent, à propos des éclimètres en général. Compensation des défauts de rectification dans les opérations avec le déclinatoire;

Dans le premier cas, si l'une des pentes est ascendante, l'autre est forcément descendante; par conséquent la somme des deux lectures devrait être de 100 grades. Dans le second cas, au contraire, les deux pentes prises avec la lunette à droite et à gauche ayant forcément le même signe, les deux lectures devraient être égales. Si cela n'a pas lieu, la discordance tenant aux incertitudes des observations et aux défauts de rectification doit, au moins, rester à peu près constante de valeur et de signe, pour plusieurs couples consécutives d'opérations. Une trop grande variation de la discordance accuserait, soit un défaut de fixité relative des différentes pièces de l'instrument, soit des fautes de visée ou de lecture. Il faudrait y remédier.

Lorsque la discordance est à peu près constante, la moitié de cette discordance donne l'*erreur de collimation* de l'éclimètre. Quand on est arrivé à déterminer la valeur de cette erreur de collimation par une série d'observations suffisamment concordantes, on peut en corriger les visées simples faites dans les opérations secondaires du lever, par exemple lorsqu'on saute une station sur deux; pour cela, il faut la retrancher algébriquement de toutes les lectures.

Dans les cheminements sans déclinatoire, la manière d'opérer ne compense pas les erreurs de rectification par la moyenne des visées directe et inverse faites sur chaque côté. En effet, comme l'une des visées se fait avec la lunette à droite et l'autre avec la lunette à gauche, les deux lectures seront affectées d'erreurs égales mais de même signe, qui ne disparaîtront pas dans la moyenne. Seulement, pour le côté suivant, comme la visée directe sera faite avec la lunette à gauche et la visée inverse avec la lunette à droite, les erreurs qui affecteront les deux lectures seront encore égales et de même signe, mais de Dans les cheminements sans déclinatoire.

signe contraire à celles du côté précédent. Par conséquent, il s'établira encore une sorte de compensation sur deux côtés consécutifs.

Nivellement direct.

Pour le nivellement direct avec la mire, on fixe l'éclimètre avec la goupille. et, l'axe de l'instrument étant à peu près calé, à l'aide des indications de l'un ou de l'autre des niveaux, on amène exactement la bulle de la fiole mobile au milieu du tube dans le sens de la visée. On emploie alors l'instrument exactement comme un niveau à lunette à fiole fixe, c'est-à-dire que, pour compenser les erreurs de rectification, on prend, sur chaque point, deux hauteurs de mire, l'une avant, l'autre après le retournement de la lunette bout pour bout et sens dessus dessous. La discordance entre les deux hauteurs de mire doit être à peu près proportionnelle à la distance de l'instrument à la mire, et toujours dans le même sens, si l'on a soin de faire les deux opérations toujours dans le même ordre, c'est-à-dire la première avec la lunette à droite et la seconde avec la lunette à gauche. Tout ce que nous avons dit, du reste, à propos des niveaux à lunette à fiole fixe, pourrait s'appliquer ici.

Précision des deux modes de nivellement.

Quant à la précision de ces deux modes de nivellement, nous la déduirons facilement des considérations suivantes. Dans le nivellement par les pentes, nous lisons les angles d'inclinaison à une demi-minute près, puisque le vernier nous permet d'apprécier la minute à l'estime; mais nous pouvons admettre que l'ensemble des autres causes d'incertitude, tenant au pointé, à la hauteur à laquelle on vise sur la mire, au défaut de calage du niveau, etc., correspond bien encore à une demi-minute, de sorte que, en définitive, nous avons des chances de commettre une erreur d'une minute sur la valeur de l'inclinaison. Or une minute centésimale, dont le sinus ou la tangente est $\frac{1}{5000}$, produit à une distance de 100 mètres une erreur de 2 centimètres sur la différence de niveau. Telle est donc la précision sur laquelle nous pourrons compter dans le nivellement par les pentes.

Avec le nivellement direct, au contraire, nous avons vu que, à propos du niveau à lunette, nous n'avons guère à craindre qu'une erreur de 4 à 5 millimètres sur une hauteur de mire prise à la même distance de 100 mètres. La précision de ce second mode de nivellement est donc environ quatre ou cinq fois plus grande. On devra donc le préférer toutes les fois que l'on visera à l'exactitude, et particulièrement dans les terrains légèrement ondulés, et on réservera le nivellement par les pentes pour les cas où l'on peut sacrifier un peu l'exactitude à la rapidité d'exécution, par exemple dans les terrains accidentés et à pentes roides.

CHAPITRE VI.

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DU RELIEF DU TERRAIN (PL. X).

§ 1. Canevas de nivellement.

Éléments divers de la représentation géométrique du relief du terrain.

Pour arriver à représenter géométriquement le relief du terrain, il faut soit déterminer les altitudes d'un très-grand nombre de points de sa surface, points qui peuvent être déjà connus sur le plan, ou dont on détermine en même temps les positions, soit déterminer et lever des sections horizontales. Nous aurons à nous occuper successivement de ces différents cas qui peuvent se présenter dans le nivellement.

Canevas de nivellement.

Mais, quel que soit le but qu'on se propose, on commence par établir un canevas de nivellement, qui a la même raison d'être que le canevas dans la planimétrie, c'est-à-dire que l'on décompose l'opération en canevas de nivellement et nivellement de détail, ce qui a le double avantage de faire gagner du temps et d'augmenter les chances d'exactitude, absolument comme pour la planimétrie. Ce canevas doit fournir les altitudes d'un certain nombre de points appartenant, autant que possible, à des objets fixes, bornes, seuils de portes, angles de maçonnerie, etc., ou, au besoin, on se contente de forts piquets enfoncés à fleur de terre et accompagnés d'un témoin; dans les terrains tourbeux, il faut enfoncer ces piquets quelque temps à l'avance, car la réaction du sol les élève pendant quelque temps après leur enfoncement. On choisit d'ailleurs, de préférence, des piquets appartenant au canevas de la planimétrie.

But des points de repère.

Ces points du canevas de nivellement, ou *points de repère,* doivent faciliter les opérations du nivellement de détail, qui se fait par rayonnement, comme nous l'avons déjà dit. Il faut donc qu'ils soient répartis sur toute la surface du terrain à niveler et assez nombreux pour que, dans la plupart des stations de rayonnement, sinon dans toutes, on puisse avoir un de ces points à sa portée pour déterminer l'altitude du plan du niveau.

Choix de l'instrument. Avantages du niveau à lunette.

Or, si l'on considère que la portée du niveau à lunette est trois fois plus grande que celle des autres niveaux, à visée simple, niveau d'eau, niveau Burel ou niveau à collimateur, on en conclut que les cercles d'action de ces derniers instruments auront une superficie neuf fois moindre que celui dans lequel

pourra rayonner le niveau à lunette ; par suite, ils exigeraient neuf fois plus de points de repère. Aussi pour le nivellement des terrains légèrement ondulés, malgré la lenteur de la mise en station, le niveau à lunette est-il l'instrument préférable, non-seulement comme exactitude, mais comme rapidité d'exécution ; en effet, la multiplicité des stations que les autres instruments exigent pour le nivellement de détail, et le temps absorbé par l'exécution d'un canevas de nivellement trop détaillé, compensent et au delà le temps employé à la mise en station du niveau à lunette.

Organisation du canevas de nivellement. Le canevas de nivellement est nivelé par cheminement ; on organise les opérations en polygones accolés de 10 à 12 points au plus chacun, afin que l'erreur de fermeture admissible ne puisse pas dépasser un petit nombre de millimètres, sans quoi elle pourrait masquer des fautes grossières ; ces polygones sont eux-mêmes subdivisés par des traverses qui sont également vérifiées par fermeture. On a soin, d'ailleurs, de placer le niveau à peu près à égale distance de deux points consécutifs[1] et de compenser les erreurs tenant aux défauts de rectification, en faisant les retournements prescrits.

Cheminements en zigzag dans les terrains en pente. Dans les terrains en pente, on espace convenablement les points, en faisant le cheminement en zigzag (fig. 1), les stations successives du niveau étant en N_1, N_2, N_3, ... sur une ligne de plus grande pente et, autant que possible, dans une gouttière, et les points étant à droite et à gauche à une centaine de mètres de distance. On gagne alors beaucoup de temps en employant deux mires, parce que la mire qui est en 1 se transporte directement en 3, puis en 5, etc., et la mire qui est en 2 se transporte en 4, 6, etc. Ceci est surtout avantageux, avec les mires parlantes, parce qu'il n'y a pas alors à se préoccuper des fautes de lecture que pourraient commettre les porte-mire.

Un polygone se compose, dans ce cas, de deux zigzags analogues, l'un en montant, l'autre en descendant, réunis à la partie supérieure et à la partie inférieure par des côtés tels que 7-8, de 200 mètres environ de longueur.

Emploi de l'éclimètre dans les pays de montagnes. Sur des pentes très-roides, dans les pays de montagnes, l'emploi du niveau à lunette serait très-long et donnerait une exactitude superflue. Alors on n'emploie le niveau à lunette que pour faire quelques polygones principaux, que l'on subdivise par des cheminements de 800 mètres au plus faits avec l'écli-

[1] Lorsqu'un obstacle, une rivière, par exemple, empêche de mettre le niveau à égale distance des deux points que l'on considère, on peut employer, pour compenser les erreurs constantes de visée, la méthode du nivellement réciproque, que nous avons exposée, comme moyen de vérifier le niveau à collimateur.

mètre, autant que possible dans le sens de la pente. Quelquefois même on se contente de déterminer par le nivellement géodésique[1] un certain nombre de points que l'on relie par des cheminements faits avec l'éclimètre.

Vérification du nivellement des profils en long.

Nous avons déjà vu, chapitre Ier, § 2, que certains nivellements par cheminement, comme les profils en long pour projets de routes, de canaux, de chemins de fer, ne peuvent pas être vérifiés par fermeture. Dans ce cas la vérification consiste à faire faire deux fois les mêmes opérations par deux opérateurs différents, en comparant une à une les différences de niveau obtenues.

Emploi et avantages d'un contrôleur.

Avec le niveau à lunette et la mire parlante, on peut obtenir une vérification plus simplement. Pour cela, l'opérateur se fait accompagner d'un aide qui porte son niveau et qu'il dresse à faire les opérations; c'est alors un véritable contrôleur, qui doit avoir, autant que possible, sensiblement la même vue que l'opérateur, pour que la même mise au point de la lunette puisse servir. Chacun d'eux fait la lecture sur la mire et l'enregistre tacitement sur son carnet, pendant que l'autre veille à la position de la bulle. La comparaison des carnets dénote les fautes de lecture ou les grosses inexactitudes, puis chacun fait séparément le calcul des cotes avec son carnet, ce qui permet de constater les fautes de calcul.

Toutefois, on n'a pas ainsi une garantie suffisante contre les grosses fautes de lecture qui peuvent se produire identiques pour les deux opérateurs, quand, par exemple, une partie de la mire est cachée par des branches. Pour les constater, il faut recommencer le nivellement, ce que l'on peut faire alors en opérant à très-grande portée et sous les retournements prescrits.

§ 2. Nivellement de détail.

Nivellement par rayonnement.

Le nivellement de détail se fait par rayonnement et avec les précautions que nous avons indiquées chapitre Ier, § 2. Comme, dans ce cas, on doit opérer dans toutes les directions tout autour de la station, il faut que le niveau soit très-sensiblement rectifié, afin d'éviter les pertes de temps et les causes d'erreur qui résulteraient de la nécessité de ramener à chaque instant la bulle au milieu du tube. On se contente d'ailleurs de donner sur chaque point un seul coup de niveau, sans faire aucune espèce de retournement. Il suffit aussi de prendre, à 2 centimètres près environ, les hauteurs de mire sur les points du terrain qui ne sont pas invariables, lorsqu'il s'agit, par

[1] Voir la troisième partie du cours, *Opérations trigonométriques*.

exemple, de niveler des terrassements. On évite du reste de placer la mire dans des trous ou sur des bosses accidentels, ou bien on a égard à cette variation locale de la surface.

L'erreur du niveau apparent est négligeable.

Dans la méthode de nivellement que nous venons de détailler, les cotes des points sont réellement rapportées à une surface de niveau. Car, soit dans le cheminement, soit dans le rayonnement, le plan du niveau peut être considéré, sans erreur appréciable, comme se confondant, à chaque station, avec un élément d'une surface de niveau, et cela à cause de la distance toujours assez restreinte que nous avons admise entre l'instrument et les points nivelés. Nous avons vu, en effet, chapitre Ier, § 1, que jusqu'à la portée de 150 mètres on peut négliger l'erreur du niveau apparent.

Détermination de cotes isolées.

Il y a certains cas où les cotes des points déterminés sur le plan par les opérations de la planimétrie sont insuffisantes pour définir géométriquement le relief du terrain, bien qu'il n'y ait pas, pourtant, d'autre moyen d'y parvenir que de multiplier suffisamment les points cotés. Il faut alors déterminer la position de ces points sur le plan, en même temps qu'on en fait le nivellement, et on peut employer pour cela plusieurs procédés.

Cas d'un terrain plat. Quadrillage.

Lorsqu'il s'agit de définir un terrain plat ou légèrement ondulé, on place des cotes à tous les sommets d'un quadrillage formant des carrés plus ou moins petits, suivant que les ondulations du sol sont plus ou moins multipliées. Pour tracer ce quadrillage sur le terrain, on commence par planter des jalons sur une ligne AB du canevas (fig. 2), aux distances égales A*a*, *ab*, *bc*, etc.; en A, *d* et B on élève des perpendiculaires sur lesquelles on plante des jalons à des distances A-1, 1-2, 2-3, ..., *d*-1', 1'-2', 2'-3', ..., B-1'', 1''-2'', 2''-3'', ... égales aux premières. On obtient ainsi des parallèles 11'1'', 22'2'', ... marquées chacune par trois jalons; on place de même des jalons équidistants sur les lignes 3-3'' et 6-6''. Ces deux nouvelles séries de jalons déterminent avec ceux de la ligne AB de nouvelles parallèles, qui se trouvent aussi marquées chacune par trois jalons et qui forment avec les premières le quadrillage en question.

Le porte-mire peut alors, en s'alignant sur deux directions rectangulaires, se porter successivement aux différents sommets de ces carreaux; par exemple, en *m*, il s'alignerait sur *b'b''* et sur 2'-2''. L'opérateur, placé au niveau qu'il a rattaché à un point de repère situé dans son voisinage, prend les hauteurs de mire sur ces différents points, en rayonnant dans une étendue égale à la portée

de son instrument, et, par suite, détermine leurs altitudes. Il tient d'ailleurs registre de ses opérations, comme s'il s'agissait d'un rayonnement ordinaire, et dans le carnet il désigne chaque point par les noms des deux perpendiculaires sur lesquelles il est placé; ainsi le point *m* serait désigné par *b*-2.

Il est inutile, du reste, d'insister sur la manière extrêmement simple dont les différents points de ce quadrillage seraient rapportés sur le plan; on les y marque par un gros point noir, à côté duquel on écrit la cote correspondante.

Profils en travers.

Lorsqu'on veut déterminer le mieux possible des profils du terrain, par exemple pour les profils en travers d'une étude de route, de chemin de fer, de canal, etc., voici comment on opère.

Ces profils sont généralement menés perpendiculairement à une droite connue, qui est le plus souvent la ligne d'axe du tracé, et à des distances que l'on mesure et qui sont plus ou moins grandes, suivant que les accidents du sol l'exigent. Ces différents profils peuvent être facilement rapportés sur le plan. Puis on prend sur chacun d'eux (fig. 3) les points 1, 2, 3, 4, 5, 6, qui correspondent aux changements de pente du terrain, et pour les déterminer de position, en même temps qu'on les nivelle, le porte-mire est accompagné d'un chaîneur qui l'aide à mesurer les distances de ces différents points à l'origine P du profil[1].

Quand les profils sont assez rapprochés et que le chaînage est difficile ou même impossible, on détermine par intersection la position des points nivelés, comme nous allons l'expliquer pour le cas où il s'agit de déterminer les cotes du lit d'une rivière.

Nivellement du lit d'une rivière.

On commence par planter dans la rivière, à une certaine distance du bord, un ou plusieurs forts piquets R, R′, R″, et on détermine avec soin les altitudes de leur sommet. En mesurant l'abaissement de l'eau au-dessous de ces piquets, on connaîtra, par une moyenne, la cote de sa surface, et c'est en retranchant de cette cote les profondeurs d'eau mesurées avec un demi-décamètre gradué, ou avec une chaîne tendue par un poids, qu'on obtiendra les cotes du fond en différents points.

Dans le carnet, la surface de l'eau représentera le plan du niveau; l'abaissement de cette surface au-dessous du piquet, prise avec le signe —, représentera la hauteur de mire prise sur le repère connu, et les différents son-

[1] Cette opération se simplifie beaucoup par l'emploi d'une mire parlante et d'un niveau dont la lunette est munie de fils stadimétriques, car on obtient alors immédiatement la distance à l'instrument de tous les points sur lesquels on fait porter la mire.

dages les hauteurs de mire prises sur les points dont on veut avoir les cotes. Le même carnet de rayonnement pourra donc servir à enregistrer les opérations.

Il nous reste à dire comment on obtiendra, sur le plan, l'emplacement de chaque sondage.

Tracé des profils.

On tracera des profils menés perpendiculairement à une droite de canevas AB (fig. 4), placée sur le bord de la rivière et en des points dont les distances au point A seront mesurées. Ces profils seront marqués chacun par deux jalons 1-1′, 2-2′, ..., placés sur la rive que l'on occupe. Puis, si la rivière est étroite, on tendra sur chacun d'eux une chaîne ou un cordeau divisé par des nœuds, partant des jalons placés sur AB, et l'on sondera en regard de ces divisions, ce qui fera connaître immédiatement les distances des sondes à la ligne AB et permettra, par conséquent, de construire facilement les points correspondants sur le plan.

Manière de rapporter la position des sondages sur le plan.

Si l'emploi du cordeau est impossible, vu la largeur de la rivière, on placera une planchette en station en C sur le prolongement de AB ou en tout autre point où l'on puisse l'orienter convenablement; on y rapportera le tracé des profils, et, lorsque les sondeurs placés en nacelle feront un sondage sur un profil, en s'alignant sur les deux jalons qui le déterminent, un fanion en avertira l'opérateur placé à la planchette, qui visera la sonde et déterminera son emplacement par l'intersection de la direction tracée et de la ligne qui représente le profil. Il faut, bien entendu, faire en sorte que les rayons visuels ne coupent pas les profils sous des angles trop aigus. Il est bon de remarquer aussi que le courant empêchera souvent les sondeurs de se maintenir rigoureusement sur chaque profil; par conséquent il faudra, autant que possible, opérer vite, ce qui n'empêchera pas cette cause d'erreur d'avoir une influence notable sur la position des points. On peut employer, pour ces déterminations, la boussole au lieu de la planchette, mais avec moins de sécurité, parce que les lignes qui recoupent les profils sont généralement longues sur le plan.

Sondages à la mer, sur les côtes.

Lorsqu'il s'agit de faire des sondages à la mer sur le bord des côtes, on opère d'une façon un peu différente. D'abord les profondeurs d'eau étant beaucoup plus considérables, on emploie, pour faire les sondages, un plomb de sonde attaché à une ligne. De plus, comme le niveau de la mer varie à chaque instant, voici comment on arrive à rapporter tous les sondages à une même surface de niveau. On établit solidement, à une certaine distance de la côte,

une *échelle maréométrique*, sur laquelle on observe, à l'aide d'une lunette et à des heures connues, l'altitude du niveau de la mer. On note les heures auxquelles on effectue les différents sondages, et alors, par une simple interpolation, on peut les rapporter tous à une même surface de niveau [1].

Échelle maréométrique.

Pour rapporter les sondages sur la carte, voici comment on opère. On détermine à l'avance les positions relatives d'objets remarquables situés sur la côte, clochers, croix, arbres isolés, phares, pignons de maisons, etc. et visibles de la mer. Alors le canot s'éloigne sur l'alignement de deux de ces objets, P et Q par exemple (fig. 5), et, pour déterminer la position du point C, au moment du sondage, l'opérateur placé dans le canot mesure avec un sextant l'angle PCR, formé par la direction sur laquelle il se trouve avec un objet R également connu de position. On obtient ainsi le point C par recoupement sur le plan.

Manière de rapporter les sondages sur le plan par recoupement.

Mais il peut être difficile ou même impossible de maintenir ainsi le canot sur une direction donnée. Alors, au moment du sondage en C, deux observateurs mesurent avec des sextants les angles sous-tendus par PR et RS (fig. 6). Le point C se trouve alors déterminé par relèvement.

Par relèvement.

On pourrait aussi employer pour ces opérations une boussole portative à l'aide de laquelle on mesurerait, dans le premier cas, l'orientement de CR, et, dans le second, les orientements de CP, CR et CS. Mais on serait exposé alors à de grandes incertitudes, tant à cause des déviations locales produites par le fer de l'embarcation qu'à cause du peu de précision que comporte la lecture des orientements.

Inconvénients de la boussole pour ces opérations.

§ 3. Détermination directe et lever des sections horizontales par la méthode des profils.

Les procédés que nous venons d'étudier sont employés pour définir le relief du terrain dans certains cas particuliers; mais, en général, lorsqu'il s'agit d'un terrain d'une certaine étendue et à ondulations assez multipliées, ce mode de représentation serait tout à fait insuffisant. Il faudrait, en effet, répandre sur la carte une foule de cotes pour arriver à décrire la surface ondulée du terrain d'une manière complète, et un plan couvert de cotes numériques serait extrêmement pénible, pour ne pas dire impossible à lire. Loin de parler aux yeux,

Insuffisance des cotes isolées pour définir le relief du terrain.

[1] Pour les cartes hydrographiques, cette surface est celle des *basses mers de vive eau*, afin qu'à l'inspection de la carte les marins puissent voir immédiatement le minimum de profondeur d'eau qu'ils seront exposés à rencontrer sur chaque point.

il ne présenterait qu'une confusion de chiffres d'autant plus inintelligible qu'ils seraient plus nombreux.

Sections horizontales. Leurs avantages.

Pour se rendre compte de la forme du terrain, on en serait réduit à un travail très-long et très-pénible, qui consisterait, par exemple, à chercher au milieu de ce fouillis de chiffres les points à même cote pour se faire une idée des parties qui sont de niveau et, par suite, de celles qui sont plus ou moins élevées. Cette difficulté a été levée de la manière la plus heureuse par la méthode des *sections horizontales* ou lignes de niveau, qui ne sont autre chose que les intersections de la surface du terrain avec les surfaces de niveau. Ces lignes présentent ce premier avantage que chacune d'elles est définie par une seule cote applicable à tous ses points. De plus, si l'on suppose ces courbes ou mieux les surfaces de niveau qui leur donnent naissance équidistantes, on a une représentation singulièrement expressive du terrain. En effet, leur configuration et leur écartement sur le plan donnent l'idée la plus claire de ses formes ondulées et de son inclinaison.

Historique de ce mode de représentation du relief du sol.

C'est à Philippe Buache, géographe distingué du dernier siècle, que l'on doit l'idée ingénieuse de décrire ainsi les surfaces par leurs intersections avec des plans équidistants[1]. Il destinait cette méthode à la représentation graphique des montagnes sous-marines. Les ingénieurs-hydrographes font en effet usage de ce procédé, et les courbes qu'ils tracent pour représenter les littoraux et les hauts-fonds présentent le même aspect que produiraient, selon la propre idée de Buache, les rivages eux-mêmes, si la mer venait à se retirer progressivement. Cependant, ce n'est pas l'hydrographie qui exploita la première ce système. Ducarla l'appliqua le premier à la topographie de la Suisse, et, en complétant la pensée de son inventeur, les montagnes se trouvent par là décrites comme si la mer s'élevait successivement de hauteurs égales et marquait sur leurs flancs la trace de ses différents niveaux.

Depuis cette époque, l'usage des sections horizontales équidistantes[2], pour définir le relief du sol, s'est étendu de plus en plus; dès 1801, les chefs de bataillon du génie Haxo et Liédo faisaient quelques essais timides de cette définition géométrique des formes dans leurs projets pour Rocca d'Anfo; en

[1] Longtemps avant Philippe Buache et Ducarla, dès 1729, l'arpenteur hollandais Cruquius avait défini le lit de la Merwede à l'aide de sections horizontales équidistantes.

[2] Malgré la variation de distances graphiques des courbes horizontales sur un plan, on est dans l'habitude de les nommer équidistantes, par abréviation, à cause de l'équidistance des plans ou des surfaces de niveau qui leur ont donné naissance.

1809, le capitaine du génie Clerc prouvait, par le lever nivelé et le plan-relief réduit du golfe de la Spezzia, que la méthode des sections était praticable même dans les terrains difficiles. C'est d'ailleurs ce topographe habile et consciencieux qui a le mérite d'avoir créé, après de longs tâtonnements, faits en silence et à ses frais, les méthodes qui résolvent cette question. Aujourd'hui le lever des sections horizontales est le préliminaire indispensable de toute construction de quelque importance, comme fortifications, routes, chemins de fer, ouvrages d'art, etc.

Nous allons donc nous occuper de la détermination et du lever des sections horizontales. *Principe de la détermination des sections horizontales.*

On connaît par les opérations antérieures du canevas de nivellement l'altitude d'un point de repère R, coté $182^m,37$, et on se propose de tracer sur le terrain la courbe à cote ronde 183 mètres. On mettra le niveau en station à portée du point R, et on donnera un coup de niveau sur ce point. Soit $1^m,42$ la hauteur de mire trouvée. On en conclura que la cote du niveau est

$$A_n = 182,37 + 1,42 = 183,79.$$

Donnons alors à la mire une hauteur égale à 79 centimètres, et faisons-la déplacer sur le terrain de telle sorte que, le pied étant sur le sol, le voyant soit dans le plan du niveau. Le voyant étant à l'altitude $183^m,79$, le pied de la mire sera 79 centimètres plus bas, c'est-à-dire à la cote 183 mètres; nous obtiendrons donc ainsi un point de la courbe cherchée, et nous pourrons, par le même tâtonnement et dans l'étendue de la portée du niveau, déterminer autant de points que nous voudrons de cette même courbe.

En général, le niveau étant en station dans une position convenable et à portée d'un point de repère déterminé préalablement, on prend la hauteur de mire sur ce point; cette hauteur de mire, ajoutée à l'altitude connue du point de repère, donne l'altitude du plan du niveau. Il ne reste plus alors qu'à donner à la mire des hauteurs convenables pour que, le voyant étant dans le plan du niveau, le pied qui repose sur le sol se trouve à la cote ronde dont on veut tracer la courbe.

Nous avons pu tracer ainsi tout à l'heure la courbe 183 avec une hauteur de mire de 79 centimètres. Pour obtenir de même les courbes 182, 181, 180, il suffira de donner à la mire les hauteurs respectives $1^m,79$, $2^m,79$, $3^m,79$, de sorte que d'une même station du niveau on peut *filer* quatre courbes de mètre en mètre. *D'une même station de niveau, on peut déterminer quatre sections horizontales.*

de mètre en mètre. Changement de station.

Pour des courbes plus hautes ou plus basses, il faudrait changer la station du niveau et le rattacher soit à de nouveaux repères préalablement établis, soit à des repères provisoires pris de la première station. Mais, de même que dans le nivellement par rayonnement, il faudrait bien se garder de faire ainsi plusieurs stations consécutives rattachées à des repères provisoires, à cause de l'accumulation possible des erreurs, et il est nécessaire de se vérifier le plus vite possible sur un repère appartenant au canevas de nivellement.

Vérification relative à la hauteur de mire.

Après avoir déterminé les points d'une courbe, on doit toujours vérifier si, pendant les opérations, la hauteur de mire n'a pas varié, car il n'est pas rare de voir le voyant glisser plus ou moins dans le transport en s'accrochant à un obstacle, comme des branches d'arbre, ou bien par suite des chocs produits contre le sol dans les déplacements successifs de la mire.

Tolérance admise.

Il est bon de remarquer, d'ailleurs, qu'une incertitude de 2 à 3 centimètres sur la hauteur du voyant, relativement au plan du niveau, est tout à fait négligeable. Aussi se contente-t-on, en général, de faire tomber le fil horizontal de la lunette entre les deux points blancs qui sont au-dessus et au-dessous de la ligne de foi et à 4 centimètres de cette ligne. Mais les courbes horizontales pourraient présenter des bizarreries fâcheuses, si l'on n'évitait pas de placer la mire sur des bosses ou dans le fond de dépressions accidentelles, telles que le fond des sillons, par exemple, car on a pour but de représenter la forme générale et habituelle du relief du terrain, et non toutes ces petites irrégularités locales. Lorsqu'une dépression de ce genre se présente, il faut donc avoir soin de faire maintenir le pied de la mire sur la pointe du soulier, de telle sorte qu'il paraisse être à la hauteur moyenne du terrain environnant.

Lever des sections horizontales.

On pourrait piqueter sur le terrain les points que nous venons de déterminer et en faire ensuite le lever par un des procédés connus. Mais il vaut mieux les lever en même temps qu'on les détermine, ce que l'on obtient de plusieurs manières, et d'abord par la méthode des profils.

Méthode des profils rectangulaires ou obliques.

On trace sur le terrain, et chacun par trois jalons, placés, deux aux extrémités et l'autre vers le milieu, une série de profils dirigés suivant la pente; c'est sur ces profils que seront situés les points que l'on détermine de chaque section. Pour éviter la confusion, on peut, alternativement pour chaque profil, mettre ou non du papier aux jalons. L'espacement plus ou moins grand de ces profils varie, d'ailleurs, avec les ondulations du terrain et la rigueur que l'on cherche.

Ces profils doivent pouvoir être rapportés sur le plan d'une manière simple. Pour cela, tantôt on les mène perpendiculaires à une droite AB du canevas de la planimétrie (fig. 7) et à des distances mesurées du point A; tantôt on les trace moins régulièrement et on les détermine par la mesure des segments qu'ils interceptent sur des lignes connues du canevas ABCDEF ... (fig. 8), tantôt enfin on les rattache à une seule ligne AB du canevas (fig. 9) par les distances qu'ils y interceptent et leurs orientements donnés par la boussole.

Quand le terrain présente, comme les glacis de fortifications, des arêtes et des gouttières bien senties, on a soin de placer d'abord des profils sur ces lignes et d'en espacer ensuite d'autres dans leurs intervalles. Alors on emploie pour les tracer sur le plan l'un des deux derniers procédés que nous venons d'indiquer. Mais on sera certain, de cette manière, de définir le mieux possible la forme du terrain, puisque, parmi les points des sections que l'on aura déterminés, se trouveront ceux qui sont situés précisément sur les lignes caractéristiques de la forme, là où les courbes changent brusquement de direction. Choix des profils.

Les profils étant tracés sur le terrain et rapportés sur le plan, on détermine les sections horizontales soit avec la planchette et le niveau, soit avec la boussole nivelante ou le tachéomètre.

Dans le premier cas, on stationne avec la planchette en un point connu P (fig. 10) et placé soit en dehors, soit au milieu des profils. On cale le niveau en N à portée de la planchette, et on détermine son altitude en fonction de celle d'un point de repère. Puis on donne à la mire la hauteur qui convient à la courbe que l'on cherche; le porte-mire se déplace alors sur le premier profil, ce qui lui est facile, puisqu'il a toujours pour s'aligner, d'un côté ou de l'autre, deux des trois jalons qui tracent le profil. Dans ces déplacements, il obéit aux signes du niveleur, qui, lorsqu'il est satisfait, en avertit par le mot *bien!* l'opérateur chargé de la planchette. Alors ce dernier, qui a dû, avec l'alidade, suivre les derniers déplacements de la mire, en vise le pied et trace un petit trait qui donne la position du point sur le dessin par son intersection avec la ligne qui représente le profil. Il fait alors signe au porte-mire de passer au profil suivant, et les mêmes opérations se succèdent ainsi dans le même ordre. Manière d'opérer avec la planchette et le niveau à lunette.

Il importe, pour la rapidité de l'opération, que le porte-mire soit averti qu'il doit marcher horizontalement, en passant d'un profil à l'autre, ce à quoi Précautions à prendre

pour la rapidité;

il s'habitue très-vite, de telle sorte que les tâtonnements sont beaucoup moins longs.

Pour l'exactitude.

Pour l'exactitude, il faut que les intersections des profils et des coups d'alidade ne se fassent pas sous des angles trop aigus, sans quoi il y aurait trop d'incertitude dans la position des points. Il importe donc de bien choisir la station de la planchette, et, puisque cet instrument permet de tracer exactement de très-longues lignes, on ne doit pas craindre de se placer, au besoin, en dehors des profils, pourvu qu'au point choisi on ait le moyen de s'orienter avec précision, et pourvu que l'on puisse facilement s'entendre avec la mire et le niveau, ce qui exige que les portées extrêmes des coups d'alidade ne dépassent pas 200 mètres.

Profil passant par la station de la planchette.

On est souvent obligé d'établir la planchette sur un des profils. Alors on rapporte les points déterminés sur ce profil, à l'aide de leurs distances mesurées à la station de la planchette. Pour faciliter ce mesurage, on marque, à l'avance, par des piquets ou des fiches des points de 10 mètres en 10 mètres, sur le profil, le long duquel on laisse une chaîne développée.

Emploi de la boussole à éclimètre ou du tachéomètre.

Au lieu du niveau et de la planchette, on peut employer, pour les opérations précédentes, la boussole à éclimètre ou le tachéomètre. Pour cela on pousse la goupille qui fixe la lunette à zéro, ou bien, à défaut de cette goupille, on assure la coïncidence des zéros de l'éclimètre et de son vernier. Alors, si l'instrument est réglé, l'axe optique est horizontal, et par la visée avec le fil horizontal la lunette remplace le niveau; par la visée avec le fil vertical, elle remplace la planchette, puisqu'elle donne les orientements des différentes directions visées. On n'a plus alors qu'un seul observateur au lieu de deux; mais on n'y gagne rien, puisque le même est obligé de faire successivement les opérations confiées aux deux autres.

On tient registre des observations, ce qui offre certains avantages, en permettant de retrouver des fautes; puis on construit les divers orientements partant de la station, qui a été rattachée elle-même à un point voisin du canevas par un orientement et une distance. L'intersection des lignes ainsi tracées avec les profils correspondants donnera la position des points des diverses sections horizontales cherchées. Il n'y aura plus qu'à les joindre par des traits continus pour obtenir le tracé des courbes de niveau.

Dans l'emploi de la boussole à éclimètre, il faut avoir égard aux précautions suivantes :

1° Dans le cas où il n'y a pas de goupille d'arrêt pour la lunette, s'assurer fréquemment que la coïncidence des zéros n'est pas dérangée, et, pour éviter autant que possible cet inconvénient, manœuvrer l'instrument de la main gauche pour ne pas être exposé à toucher à la lunette. Toutes les fois qu'on est obligé d'y toucher, par exemple pour compléter la mise au point suivant les distances très-variables auxquelles se trouve placée la mire, rétablir avec soin la coïncidence des zéros.

Précautions à prendre avec la boussole à éclimètre.

2° Agir de temps en temps sur une des vis calantes pour amener la bulle au milieu du tube, ce qui corrigera les dérangements inévitables dans la perpendicularité de la fiole et de la lunette à l'axe vertical de l'instrument.

3° Ne pas dépasser des portées de 80 mètres, sans quoi on s'exposerait à trop d'erreur sur les points extrêmes, d'un côté par suite de l'incertitude qui affecte l'horizontalité de la lunette, d'autre part à cause de l'incertitude inévitable qui existe sur la valeur des orientements, incertitude qui pourrait avoir une trop grande influence sur la position des points sur le plan, surtout si les intersections se faisaient sous des angles un peu aigus.

Avec la boussole à éclimètre en cuivre, munie d'un niveau à jambes qui repose sur des colliers égaux, et surtout avec le tachéomètre, les opérations précédentes offrent beaucoup plus de sécurité, parce que, une fois la goupille d'arrêt mise, ces instruments fonctionnent comme de véritables niveaux à lunette. Le calage se maintient aussi beaucoup mieux, de sorte que l'on n'a plus à se préoccuper autant de la bulle, et l'on peut opérer avec des portées de 120 et même de 150 mètres, pourvu que, pour ces portées extrêmes, les rayons visuels rencontrent les profils sous des angles très-ouverts.

Avantages des boussoles en cuivre et du tachéomètre.

Le procédé des profils est toujours applicable; mais il convient surtout à des terrains peu étendus, comme des glacis de fortifications, ou à des terrains d'un parcours difficile, tels que des vignes ou autres cultures. Il a l'inconvénient d'exiger un matériel considérable de jalons et une opération préliminaire pour tracer et lever les profils, opération qui peut encore être assez longue dans certains cas.

Inconvénients du procédé des profils.

§ 4. Détermination directe et lever des sections horizontales par la méthode de la chaîne traînante ou de la stadia.

Dans les terrains nus et d'un parcours facile dans tous les sens, il vaut mieux employer la méthode de la chaîne traînante, surtout si l'on veut déterminer sur les sections des points très-rapprochés les uns des autres.

Méthode de la chaîne traînante.

Avec la planchette et le niveau à lunette.

On peut encore se servir de la planchette et du niveau à lunette. Pour cela la planchette étant en station en un point P (fig. 11) et le niveau calé dans son voisinage, on commence par établir de part et d'autre de la station P, et à 150 ou 200 mètres de distance, deux profils que l'on marque chacun par trois jalons, et entre lesquels on va opérer. Ces profils sont rapportés sur la planchette.

La hauteur de mire étant fixée comme précédemment pour la courbe que l'on veut tracer, le porte-mire attache une des poignées de la chaîne au pied de la mire; il se munit de fiches et il est accompagné d'un aide qui porte l'autre poignée de la chaîne. On fait d'abord, comme tout à l'heure, la recherche d'un point m_A à la cote voulue, sur l'un des profils extrêmes, et ce point est déterminé sur la planchette par l'intersection du coup d'alidade et de la ligne qui représente le profil. Le porte-mire plante une fiche en ce point du terrain, puis il s'éloigne de 10 mètres sur l'horizontale, et l'aide ayant sa poignée de chaîne en m_A, le porte-mire se déplace pour rectifier sa position suivant les indications du niveleur, en décrivant un arc de cercle de 10 mètres de rayon, autour de m_A comme centre. Il est arrêté au point 1 de la courbe, où il plante une nouvelle fiche. Ce point est déterminé sur le dessin par la rencontre de la ligne tracée le long de la règle de l'alidade et d'un arc de cercle de 10 mètres de rayon décrit du point précédent comme centre. On cherche et on détermine de même successivement les points 2, 3, 4, ... de 10 mètres en 10 mètres, jusqu'à ce qu'on arrive à une distance du profil extrême B, moindre que 10 mètres. Alors le porte-mire, laissant une fiche au dernier point n ainsi obtenu, se transporte directement sur le profil et recherche, à la manière ordinaire, le point de la courbe situé sur BB'. Ce point sera déterminé sur la planchette par l'intersection du coup d'alidade et de la ligne qui représente le profil, et, comme vérification, la distance mesurée entre ce point m_B et le point n devra se trouver reproduite sur le dessin.

Vérification du demi-cheminement par fermeture.

On obtient ainsi le tracé de la section horizontale par une sorte de demi-cheminement, qu'il est indispensable de vérifier par la fermeture sur deux profils extrêmes. Car la chaîne sera forcément plus ou moins tendue, et il pourrait en résulter, au bout d'un certain temps, un déplacement assez notable, par suite de l'accumulation possible des erreurs, tenant à ce que chaque point dépend du précédent. De plus, on aurait pu commettre une faute grossière, comme l'oubli de la visée d'un point, ce qui produirait une erreur de 10 mètres environ à la fermeture. Si donc on constatait un désaccord no-

table, il faudrait recommencer les opérations pour rechercher les fautes commises.

Condition nécessaire pour l'exactitude.

Il est important aussi, pour l'exactitude, que les arcs de cercle de 10 mètres de rayon viennent rencontrer sous des angles convenables les directions tracées le long de la règle de l'alidade, et il faut éviter en particulier que l'un des rayons visuels ne rencontre la section horizontale sous un angle voisin de 90 degrés, car alors l'arc de cercle décrit du point précédent serait sensiblement tangent à la ligne tracée, et, par suite, il y aurait beaucoup d'indécision dans la position du point, si même il n'y avait pas deux points d'intersection distincts. C'est ce que nous avons montré à propos du *demi-cheminement* (pl. V, fig. 24).

Choix des stations de planchette.

Il faut donc choisir convenablement les stations de la planchette, de manière que les rayons visuels rencontrent la section horizontale sous des angles aigus. Par suite, s'il s'agit de déterminer des sections horizontales présentant une courbure assez prononcée, comme cela a lieu sur les faîtes, les arêtes, les thalwegs, il est convenable que la station soit située sur la ligne de flexion elle-même, et placée, dans le cas d'une arête, un peu plus bas, et dans le cas d'une gouttière, un peu plus haut que la section à tracer (fig. 12).

Cas où le terrain est couvert d'herbes d'une certaine hauteur.

Quand le terrain n'est pas nu, mais couvert d'herbes d'une certaine hauteur, on donne à l'aide-chaîneur un jalon, le long duquel il élève la chaîne à la hauteur convenable au-dessus des herbes. Le porte-mire tient la seconde poignée de la chaîne d'une main, pendant qu'il tient la mire de l'autre; il tend la chaîne pour se mettre à peu près à distance convenable, et, dès qu'il est arrêté par le niveau, il rectifie sa distance avant qu'on prenne direction sur lui; ce déplacement le laisse sensiblement sur l'horizontale, puisque la chaîne est un élément même de la courbe.

Le porte-mire, dans ce cas, ne laisse pas à sa place des fiches qu'il serait souvent difficile de retrouver; mais l'aide-chaîneur, abandonnant la poignée de sa chaîne, vient avec son jalon prendre la place de la mire avant qu'elle soit déplacée, puis, quand la poignée de sa chaîne passe près de lui, entraînée par le mouvement du porte-mire, il la saisit, et les opérations continuent de la même manière.

Emploi de la boussole à éclimètre.

Au lieu de la planchette et du niveau, on peut employer la boussole à éclimètre, comme le faisait le commandant Clerc, qui a attaché son nom à ce procédé et qui a même créé, pour ce genre d'opérations, une méthode extrême-

ment simple et sûre, qui permet de faire exécuter le lever des courbes par des aides nombreux, de manière à aller vite, tout en assurant l'exactitude à l'aide de vérifications fréquentes et certaines.

Méthode du commandant Clerc.

Nous aurons occasion de revenir plus tard, dans la deuxième partie du cours, avec détails, sur cette méthode et sur toutes les précautions qu'elle comporte, et nous allons nous contenter ici d'en exposer le principe.

On opère entre deux profils.

On opère toujours entre deux profils marqués à l'avance sur le terrain et rapportés sur le dessin; ces profils sont distants de 150 mètres environ, si l'on emploie une boussole à éclimètre ordinaire, et de 200 ou 250 mètres, si l'on emploie une boussole en cuivre avec niveau à jambes ou un tachéomètre. On établit l'instrument en B entre les deux profils que l'on considère (fig. 13) et à peu près au milieu de leur intervalle, et la station est rattachée par l'orientement et la distance à un point voisin du canevas; puis, l'instrument étant réglé comme niveau, on détermine, comme précédemment, la hauteur qui convient pour la courbe que l'on veut tracer. On opère alors, comme nous l'avons dit plus haut, à la chaîne traînante, en déterminant des points de la courbe de 10 mètres en 10 mètres et en partant de l'un des profils pour se fermer sur l'autre.

On lit chaque fois l'orientement, en ayant soin que le fil vertical de la lunette corresponde au pied de la mire, en même temps que le fil horizontal tombe sur le voyant, et on tient registre des observations, de manière à pouvoir vérifier la construction, ce qui fait souvent retrouver les fautes constatées à la fermeture. Chaque point de la courbe se trouve alors déterminé sur le plan par l'intersection de la ligne tracée avec l'orientement voulu et de la ligne qui représente le profil, ou d'un petit arc de cercle décrit du point précédent avec 10 mètres de rayon. Dans la pratique, on ne trace pas ces petits arcs de cercle et on se contente d'intercaler, à l'aide d'un double décimètre, la longueur qui représente 10 mètres entre la direction tracée et le dernier point obtenu. La vérification du demi-cheminement se fait, d'ailleurs, de la même manière que précédemment.

On peut ainsi, de la même station, filer quatre courbes de mètre en mètre et dans l'étendue qui sépare les deux profils, lesquels peuvent être souvent des côtés mêmes du canevas ou des lignes joignant deux points du canevas convenablement choisis. Puis on change de station, et on se transporte plus loin en B′ entre deux profils voisins, pour opérer de la même manière. Les nouvelles courbes obtenues de cette seconde station doivent se raccorder sur le

profil intermédiaire avec les courbes à même cote obtenues de la station précédente.

Quelquefois ce changement de station se fait sur repère provisoire. Par exemple, on peut rattacher la station B′ à un point *r* que l'on aura dû alors déterminer de la station précédente avec beaucoup d'exactitude comme position et comme altitude. Dans ce cas, pour trouver la hauteur de mire qui convient à la nouvelle station, pour la courbe qui aboutit à *r*, il suffit de faire porter la mire sur ce point et d'élever ou d'abaisser le voyant jusqu'à ce qu'il corresponde à la ligne de visée de l'instrument placé en B′. **Changement de station sur repère provisoire.**

Du reste, il faudrait bien se garder de faire plus de deux ou trois changements de station sur repères provisoires, sans se procurer des vérifications par le rattachement direct à des points du canevas de la planimétrie et du nivellement.

Lorsque la lunette de l'instrument est munie de fils stadimétriques, on remplace avantageusement la mire ordinaire et la chaîne traînante par une stadia sur laquelle on fixe, à la hauteur convenable, un petit voyant noir de 4 centimètres de hauteur. On déplace cette stadia sur le terrain jusqu'à ce que le fil horizontal du milieu tombe sur le petit voyant, et le point correspondant de la courbe sera déterminé sur le plan, d'une part par l'orientement donné par la boussole, et de l'autre par la distance résultant de la différence des lectures faites sur les deux fils du micromètre. On tient registre des observations, et, pour avoir une vérification des lectures, il faut tenir compte de la quantité (plus ou moins 1 ou 2 centimètres) dont l'axe optique s'écarte de l'axe du voyant. **Emploi de la stadia.**

On peut aussi employer, d'une manière analogue, l'euthymètre, dont on fixe la stadia horizontalement à la hauteur convenable; un point sera déterminé à l'aide des mêmes éléments que ci-dessus, et avec une exactitude suffisante, pourvu que le fil horizontal de la lunette corresponde à la règle horizontale dont la hauteur est de 65 millimètres. L'euthymètre a, sur la stadia ordinaire, l'immense avantage de permettre d'opérer sur des terrains couverts de végétations, qui empêcheraient presque toujours la lecture sur le fil inférieur de la stadia verticale, tandis qu'on peut toujours s'arranger de manière que la stadia horizontale de l'euthymètre soit au-dessus des plantes qui couvrent le sol, alors même que ce sont des vignes. **Emploi de l'euthymètre.**

Par suite des lenteurs occasionnées par les lectures sur la stadia, et aussi à **Avantages**

de la stadia. cause de la fatigue qui en résulte pour l'opérateur, ce dernier procédé serait moins commode et moins expéditif que celui de la chaîne traînante, si l'on devait autant multiplier les points sur les sections; mais, avec la stadia, on est maître d'espacer les points plus ou moins, suivant que la courbure des sections horizontales est plus ou moins prononcée, et, surtout, on peut les choisir sur les lignes caractéristiques du modelé. On a donc plus de chance d'obtenir une expression plus exacte des formes, quoique avec un nombre de points déterminés moins considérable. Enfin, la détermination de chacun de ces points se faisant d'une manière tout à fait indépendante, l'erreur qui peut affecter l'un d'eux ne se reporte pas sur les suivants; il est vrai aussi, par contre, qu'il n'y a de cette façon aucune vérification, et qu'on ne serait averti d'une faute commise sur la position d'un point de la courbe que par le sentiment de la continuité des formes.

Ses inconvénients. Absence de vérification.

Un autre inconvénient de la stadia et surtout de l'euthymètre, c'est que ces instruments ne permettent pas, en général, de filer, d'une même station, plusieurs courbes de mètre en mètre; il est vrai que, dans la pratique, comme nous allons le voir, on a rarement besoin de filer plus d'une courbe de la même station; dans le cas contraire, il faudrait employer la mire à coulisse avec la chaîne traînante.

Simplification de la méthode dans le cas d'un terrain à formes largement dessinées.

Lorsque l'on opère sur un terrain à formes largement dessinées, on se contente en effet, parfois, de lever les courbes équidistantes de 5 mètres, et on intercale les intermédiaires à vue. Alors le mieux consiste à piqueter sur le terrain des points d'une même section horizontale, distants de 130 à 150 mètres pour une boussole à éclimètre ordinaire, et de 200 à 250 mètres pour une boussole en cuivre ou un tachéomètre. Ces points se déduisent successivement les uns des autres par le nivellement direct, au moyen de stations placées dans leur intervalle en B, B', etc. (fig. 14). On les piquète sur le sol et on les lève à l'aide des orientements alternativement directs et inverses pris de la station de la boussole sur eux et de leur distance à cet instrument, mesurée directement ou donnée par la stadia. Cela constitue, en définitive, un cheminement dont les sommets sont de deux en deux sur la courbe cherchée, et qui est levé par les orientements simples de chaque côté, puisqu'on saute une station sur deux. Ce cheminement est d'ailleurs vérifié par fermeture : d'abord, pour le nivellement, on part naturellement d'un repère connu, résultant des opérations préliminaires du lever, et on a soin de rattacher le dernier point de la courbe à un autre repère situé dans le voisinage. Pour la planimétrie, on

prend également la précaution d'intercaler le cheminement entre deux points du canevas.

Après ces préparatifs, on recommence les stations B, B', etc. pour lever par points les sections horizontales entre *a* et *a'*, puis entre *a'* et *a''*, et ainsi de suite, soit par rayonnement avec la stadia, soit par le procédé de la chaîne traînante.

Cette méthode est d'une exécution facile, peu sujette à des fautes, et elle donne, pour la forme des courbes, une précision plus grande que la méthode du paragraphe suivant, avec une dépense de temps qui n'est pas plus considérable, quand on tient à définir la surface du terrain avec précision.

On peut encore employer, d'une manière analogue, la petite planchette déclinée et la règle à éclimètre ou même l'alidade nivelatrice; il faut avoir soin alors d'établir la planchette sensiblement horizontale, et de caler exactement l'alidade dans la direction de la courbe que l'on veut tracer, afin d'assurer l'horizontalité de la ligne de visée, déterminée par la lunette à zéro dans la règle à éclimètre ou par l'œilleton supérieur et le zéro de la graduation de gauche dans l'alidade nivelatrice. Emploi de la petite planchette.

Avec la règle à éclimètre, on opère par rayonnement jusqu'à 200 ou 250 mètres, de part et d'autre de la station, en se servant, pour mesurer les distances, des échelles stadimétriques de la lunette et du jalon à double voyant, sur lequel on a fixé, en outre, un troisième voyant à la hauteur convenable pour la section que l'on veut tracer. Avec la règle à éclimètre.

Avec l'alidade nivelatrice, on vise horizontalement soit sur un petit voyant fixé sur un double mètre à la hauteur convenable, soit même simplement sur la main que l'aide tient à la hauteur voulue en plaçant un doigt entre deux boutons de l'habit. On emploie d'ailleurs un procédé analogue à celui de la chaîne traînante, dans lequel la chaîne est remplacée soit par un cordeau de 20 ou 40 mètres de longueur, soit même par le pas de l'aide, préalablement étalonné; on peut opérer ainsi jusqu'à 100 ou 150 mètres à droite et à gauche de la station de planchette. Ce procédé, qui ne peut pas donner naturellement une grande précision, eu égard aux instruments employés, et surtout à cause de l'incertitude sur la mesure des distances, ne s'applique qu'aux petites échelles, à partir de $\frac{1}{5000}$; il donne alors d'assez bons résultats. Avec l'alidade nivelatrice.

Avant de quitter la question de la détermination directe des sections hori- Appareil

homolographique de MM. Peaucellier et Wagner.

zontales, nous croyons devoir signaler l'existence d'un instrument particulier que MM. Peaucellier et Wagner ont fait construire dans ces dernières années pour le service de la brigade topographique du génie. Nous voulons parler de l'*homolographe,* qui est accompagné d'une mire analogue au *stadimètre.* Cet instrument permet, au moyen d'une simple visée, de piquer mécaniquement, sur une feuille de papier fixée sur une planchette circulaire, la position horizontale du point occupé par la mire dans un rayon de 140 mètres, et de lire immédiatement l'altitude vraie de ce point. Il peut être employé, tant pour le lever du canevas par cheminement que pour le lever des détails par rayonnement ou pour le lever des sections horizontales par points, et, dans ces différents cas, il fournit des résultats au moins comparables, sinon supérieurs, à ceux des procédés habituels, par suite surtout de la réduction du nombre des opérations et de leur plus grande simplicité. Mais, pour les mêmes raisons, l'homolographe a surtout l'immense avantage de réduire dans des proportions considérables le temps employé par les opérations sur le terrain; il résulte, en effet, des expériences faites par MM. Peaucellier et Wagner, que la vitesse du travail se trouve à peu près triplée, par rapport aux autres procédés les plus perfectionnés.

On peut donc dire que cet instrument a réalisé un immense progrès dans l'art de la topographie; cependant nous ne croyons pas devoir décrire ici l'homolographe ni même indiquer son principe mécanique, parce que ce n'est pas un instrument de service courant, qui soit à la portée de tous ceux qui pourront avoir à faire accidentellement de la topographie. Il est d'ailleurs d'un prix très-élevé, et ses organes un peu délicats exigent impérieusement qu'il soit manié par des mains expérimentées et par des topographes pour ainsi dire de profession, comme c'est le cas dans la brigade topographique du génie. Nous renvoyons d'ailleurs le lecteur à un mémoire très-complet de M. le commandant Wagner, publié dans le n° 23 du *Mémorial de l'officier du génie.*

§ 5. Détermination indirecte des sections horizontales par interpolation sur des profils nivelés par les pentes.

En pays de montagnes on n'a pas besoin d'autant de précision.

La grande précision que donnent les divers procédés de détermination directe que nous venons de passer en revue est rarement indispensable en pays de montagnes; en effet, lorsque les pentes sont roides, une erreur de 10 centimètres sur la cote d'un point ne le déplace sur le terrain que de 20 ou 30 centimètres, suivant que la pente est $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$, et les grandeurs qui représentent ces longueurs sur le dessin sont de l'ordre des erreurs inévitables dans

le tracé des courbes qui joignent les points déterminés. Alors on peut aller plus vite, en se servant de l'éclimètre.

On lève alors par cheminement et on nivelle par les pentes un réseau de lignes polygonales, dont les sommets sont choisis de telle sorte que les côtés qui les séparent aient sur le terrain une pente sensiblement uniforme. Les côtés des sommets étant connus, on peut, soit par le calcul, soit par une interpolation graphique, soit à l'aide de l'échelle des pentes, marquer sur ces côtés les points à cotes rondes, et les sections horizontales s'obtiennent en joignant les points à mêmes cotes. Lever de profils nivelés par les pentes.

1° *Par le calcul.* Détermination des points à cotes rondes par le calcul.

On fait la différence des cotes et l'on mesure en millimètres la longueur *ab* (fig. 15). Soient $87^m,54$ et $79^m,36$ les cotes respectives des points *b* et *a*, leur différence sera $8^m,18$; soit $42^{mm},6$ la longueur *ab*. Si l'on veut marquer les points à cotes rondes de 2 mètres en 2 mètres, par exemple, on fait, avec la règle à calcul, les proportions suivantes :

$$8^m,18 : 42^{mm},6 :: 0^m,64 : x_1 :: 2^m,64 : x_2 :: 4^m,64 : x_3 :: 6^m,64 : x_4,$$

proportions dans lesquelles les valeurs x_1, x_2, x_3, x_4 expriment les distances horizontales de *a* aux points cotés 80, 82, 84, 86.

2° *Par une interpolation graphique.* Par interpolation graphique.

On trace par le point *a* une droite quelconque *ac* (fig. 16), que l'on divise en échelle de pente portant les cotes connues et cherchées de *ab*. Pour cela, on place le bord d'un double décimètre suivant *ac*, de manière à faire correspondre au point *a* la division 9,36, en supposant chaque mètre représenté par 5 millimètres, et l'on marque en *m*, *n*, *p*, *q*, *c* les points qui, dans la même hypothèse, seraient cotés 80, 82, 84, 86 et 87,54. Puis, avec l'équerre, on mène par *m*, *n*, *p* et *q* des parallèles à *bc*, et ces parallèles viennent déterminer sur *ab* les points à cotes rondes cherchés. Il est bon de remarquer que, pour obtenir les points par l'intersection de lignes ne faisant pas des angles trop aigus, il faudra, selon la roideur de la pente, prendre sur le double décimètre 20, 10, 5 ou 2 millimètres pour représenter 1 mètre de différence de niveau.

3° *Par l'échelle des pentes.* Par l'échelle des pentes.

Ce procédé exige que l'on connaisse non-seulement les cotes des deux extrémités du côté donné (l'une d'elles suffirait à la rigueur), mais encore la valeur de la pente de ce côté, ce qui, du reste, est le cas général.

L'échelle des pentes (fig. 17) se compose de lignes horizontales correspondant aux différentes pentes exprimées en degrés, à l'extrémité gauche de ces lignes, et d'obliques qui divisent chacune des horizontales en parties égales. Chacune de ces parties donne l'écartement, en plan, de deux points situés sur la pente correspondant à la ligne considérée et dont la différence de niveau est de 1 millimètre (ce millimètre représentera 1 mètre, 2 mètres, 5 mètres, 10 mètres, 20 mètres, 50 mètres, suivant que l'on opérera aux échelles de $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{2000}$, $\frac{1}{5000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{20000}$, $\frac{1}{50000}$). La première de ces parties est subdivisée en deux, en cinq ou en dix parties égales, qui donnent, par conséquent, les distances correspondant à des différences de niveau deux fois, cinq fois, dix fois plus petites; et même chacune des parties entières des échelles inférieures est subdivisée, par des lignes pointillées, en deux parties égales, correspondant à une différence de niveau de 1 demi-millimètre.

Construction de l'échelle des pentes.

Donnons d'abord les principes de la construction de cette échelle. A partir d'un point O, on porte les longueurs O-45 degrés.... O-25 degrés,... O-15 degrés, proportionnelles aux cotangentes des pentes de 45 degrés.... 25 degrés,... 15 degrés; puis, sur l'horizontale 15 degrés, on porte des parties égales à la cotangente de 15 degrés, dans un cercle de 1 millimètre de rayon, soit $\frac{1^{mm}}{0,2679} = 3^{mm},73$; enfin, on joint ces points de divisions au point O. Alors chacune des horizontales supérieures est divisée en parties égales, proportionnelles à leur distance au point O, et de plus ces parties sont, comme celles de l'échelle 15 degrés, les cotangentes des pentes correspondantes dans un cercle de 1 millimètre de rayon. De 15 à 8 degrés, on prend un autre point de concours O', par rapport auquel on opère de la même manière, et l'on continue ainsi pour les diverses portions de l'échelle.

Son usage.

Voici maintenant l'usage qu'on peut faire de cette échelle pour trouver les points à cotes rondes : considérons un côté représenté par la ligne *ab* (fig. 18) à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, par exemple; soient 4° 20′ sa pente et $79^{m},36$ la cote du point *a*. On prend une échelle des pentes tracée sur papier transparent, et on place la ligne correspondant à la pente de 4° 20′ sur *ab*, de manière que le point de la première division de gauche, qui serait chiffré 1,36, coïncide avec le point *a*, en ayant égard à cette considération que chaque partie entière de cette échelle correspond à 2 mètres de différence de niveau, puisqu'on opère à l'échelle de $\frac{1}{2000}$. Alors il ne reste plus qu'à piquer les divisions entières de la ligne 4° 20′, et on marquera ainsi les points à cotes rondes 80, 82, 84, 86 de 2 mètres en 2 mètres.

Pour toute autre valeur de la pente et pour toute autre échelle, on opérerait d'une manière analogue.

A droite de l'échelle, on a amorcé des lignes parallèles qui correspondent aux pentes exprimées par leurs tangentes trigonométriques, pour le cas où l'instrument qui sert à faire le lever donne les tangentes des inclinaisons, et non les inclinaisons elles-mêmes, comme l'alidade nivelatrice.

A défaut d'une échelle construite d'avance, on peut y suppléer par un calcul très-simple; il suffit, en effet, de multiplier la cotangente de la pente du côté par les différences de niveau successives qui existent entre le point *a*, dont l'altitude est connue, et les points à cotes rondes que l'on veut marquer. Ce calcul, qui peut se faire avec la règle du topographe ou avec la règle à calcul de la règle à éclimètre, donne les distances de ces différents points au point *a*.

Échelle de cotangentes de la règle à éclimètre.

Lorsqu'on opère avec la règle à éclimètre, on peut aussi se servir des échelles de cotangentes, tracées sur le biseau de la règle pour les équidistances graphiques 4 millimètres et 2 millimètres. Ces échelles donnent entre le trait ∞ et le trait qui correspond à la pente donnée l'intervalle qui sépare, en plan, deux sections horizontales consécutives, à l'équidistance de 4 millimètres ou de 2 millimètres, ce qui correspond, suivant l'échelle du dessin, à des différences de niveau diverses.

Points à cotes rondes marqués à vue.

Enfin, dans certains cas où les pentes sont roides, et aux petites échelles, on peut souvent se contenter de marquer les points à cotes rondes à l'estime, à vue, et on obtient encore ainsi une exactitude suffisante.

Organisation d'un canevas nivelé par les pentes.

Telles sont les différentes manières de marquer les points à cotes rondes sur les côtés du canevas nivelé par les pentes, dont nous avons parlé. Parmi ces cheminements, les uns sont des cheminements principaux ou secondaires qui suivent les voies de communication et servent à la fois à la planimétrie et au nivellement; mais les autres, qu'on appelle plus particulièrement des profils, servent uniquement au nivellement et s'appliquent sur le sol naturel, tandis que le sol sur lequel passent les premiers a été souvent modifié par la main de l'homme. On a égard à ces modifications pour transformer les profils des chemins en profils du terrain primitif, et donner aux courbes leur véritable allure. Autrement dit, on se sert de ces profils transformés pour modeler la surface générale du terrain, sans tenir compte de ces accidents produits par le travail de l'homme, et que l'on vient modeler ensuite, dans leur étendue généralement assez restreinte.

Emploi de rayonnements faits avec la stadia.

Lorsque le lever est à assez petite échelle, comme le $\frac{1}{5000}$, et que l'on ne peut pas viser à la précision dans le tracé des courbes, on peut encore simplifier la méthode précédente. Après avoir levé et nivelé, comme nous venons de le dire, le canevas qui convient à la planimétrie, on en part pour rayonner sur le terrain avec la stadia. Pour cela, on donne à l'instrument (fig. 19) les positions successives a_1, a_2, a_3, . . ., qui, placées sur le terrain non modifié, sont rattachées aux points 1, 2, 3, . . ., d'un cheminement voisin, qui suit un chemin souvent en déblai ou en remblai. De ces stations, on rayonne en 1', 2', 3', . . ., et quelquefois en 1", 2", 3", . . ., ce qui permet d'obtenir les cotes du terrain non modifié en a_1, a_2, a_3, . . ., 1', 2', 3', . . ., 1", 2", 3", . . ., en fonction des sommets du cheminement. On espace sur les côtés ainsi obtenus des points à cotes rondes, qui donnent certaines horizontales, et ces rayonnements, que l'on multiplie suffisamment, en partant même des sommets du canevas, lorsqu'ils sont situés sur le sol non modifié, permettent d'arriver très-rapidement au figuré du terrain, que l'on complète, d'ailleurs, à vue.

Le procédé d'interpolation n'est pas très-rigoureux.

Ce dernier procédé est donc assez expéditif, mais n'est pas susceptible d'une grande rigueur. D'une manière générale, du reste, la détermination des sections horizontales par interpolation sur des profils nivelés par les pentes ne peut conduire à un figuré un peu exact qu'à la condition de multiplier beaucoup les profils, et alors cette méthode perd son seul avantage, qui est la rapidité.

Combinaison de la détermination directe et des profils nivelés par les pentes.

Aussi, quand on tient à définir le terrain avec précision, on a soin de combiner les deux procédés. Pour cela, on fait le lever du canevas nivelé par les pentes, comme nous venons de le dire, de manière à obtenir par interpolation sur les différents côtés des points de passage des sections horizontales; mais, en même temps, on a soin de tracer de distance en distance, et principalement dans les parties où il y aurait le plus d'indécision dans la forme, quelques courbes ou amorces de courbes par points, à cotes rondes ou non, de manière à s'en servir comme de guides, pour réunir ensuite par des traits continus les points à cotes rondes marqués par interpolation. On se base, pour cela, sur les lois de continuité des formes, qui font qu'en général, dans la nature, les sections horizontales ne passent qu'insensiblement d'une forme à une autre, et l'on obtient ainsi un figuré beaucoup plus expressif, beaucoup plus vrai, sans pourtant y dépenser trop de temps.

TROISIÈME SECTION.

DESSIN TOPOGRAPHIQUE[1].

CHAPITRE PREMIER.

DES CARTES OROMÉTRIQUES (PL. XI).

§ 1er. GÉNÉRALITÉS SUR LES CARTES OROMÉTRIQUES.

Nous avons étudié dans les deux premières sections les instruments et les procédés à l'aide desquels on arrive à réunir tous les éléments géométriques d'un lever de terrain, et il nous resterait encore à indiquer les méthodes qu'il convient d'employer pour arriver le plus sûrement et le plus vite possible à un résultat satisfaisant. Mais auparavant, et pour ne plus avoir à revenir sur ce sujet, nous allons donner les principes du dessin topographique, dessin purement conventionnel, qui a remplacé les anciens procédés de l'imitation artistique. Historique du dessin topographique. Demi-perspectives.

Autrefois, en effet, les cartes topographiques n'étaient pas autre chose qu'un dessin d'imitation, dans lequel les différents accidents du terrain étaient représentés en demi-perspective, avec plus ou moins de talent et de vérité. Parmi ces *images*, on distingue quelques œuvres de Callot, entre autres les vues des siéges de l'île de Ré et de la Rochelle, sortes de vues perspectives prises à vol d'oiseau, qui fourmillent de scènes variées et pleines de verve. Nous pourrions citer encore comme représentations ayant déjà un plus grand degré de correction les œuvres de quelques dessinateurs du Dépôt de la guerre, Bagetti, Siméon Fort, etc., particulièrement le tableau plein de vérité du premier, représentant le massif des Alpes et la marche de l'armée française en Italie pendant la campagne de Marengo, et les vues, faites par le second, des siéges de Dantzig, de Tarragone, etc.[2].

[1] Le fond de cette troisième section a été emprunté, en grande partie, à des notes très-complètes laissées par M. le colonel Goulier sur cette partie du cours, surtout en ce qui concerne l'exécution du modelé au pinceau ou avec hachures.

[2] Voir les *Galeries historiques du musée de Versailles*, t. III et IV.

Mais ce ne sont pas là des descriptions géométriques du terrain ; ce sont de véritables peintures, dans lesquelles le talent de l'artiste est surtout en jeu, et qui, par conséquent, ne sont pas à la portée de tout le monde. Ce n'est guère qu'à partir du commencement de ce siècle que l'effet artistique a été banni progressivement du dessin des cartes, et qu'on y a substitué un mode de représentation géométrique et conventionnel, dont le principal avantage est d'être uniforme pour tous les dessinateurs, en même temps qu'il n'exige plus un degré d'habileté exceptionnel.

Mérites d'une carte topographique. Exactitude. Clarté.

Les principaux mérites d'un dessin ou d'une carte topographique sont l'*exactitude* et la *clarté*. L'exactitude dépend de l'instrument et du procédé employés, de l'intelligence et du soin apportés aux opérations sur le terrain, et enfin de l'habileté manuelle du topographe à transcrire sur le papier les éléments du lever. Quant à la clarté, elle dépend surtout du soin que l'on a mis à se conformer aux conventions du dessin topographique, mais aussi, dans une certaine mesure, de la netteté de l'exécution due au talent du dessinateur.

Si donc il n'est plus nécessaire d'être un artiste habile pour faire du dessin topographique, il n'en est pas moins vrai que le talent du dessinateur et le sentiment artistique jouent encore un grand rôle dans l'exécution des cartes, pour qu'elles soient claires et intelligibles, nous ne dirons pas pour le public, puisque, malheureusement, leur lecture exige un apprentissage, mais même pour les initiés, à qui elles ne donnent pas toujours, par exemple, d'une manière assez nette, la sensation du relief. C'est là peut-être, en effet, le danger de l'esprit géométrique qui tend à dominer de plus en plus, à l'exclusion presque absolue du sentiment artistique, qui, lui, cherchait surtout à plaire et à parler aux yeux. Sans doute, l'exactitude et la rigueur géométrique doivent passer avant tout : mais n'y aurait-il pas, en même temps, un intérêt immense à obtenir des cartes qui à ces qualités joindraient l'avantage d'être lisibles pour le plus grand nombre, en donnant à première vue une idée nette non-seulement des différents détails topographiques, mais encore des formes plus ou moins variées du terrain. C'est à quoi l'on arrive, jusqu'à un certain point, d'une part par l'emploi de couleurs diverses pour le trait et de teintes conventionnelles, de l'autre par l'emploi de divers procédés pour la mise à l'effet des cartes [1]. Nous allons étudier successivement ces différentes parties du dessin topographique.

[1] Nous ne nous occuperons ici exclusivement que de l'exécution des cartes manuscrites. Cependant, depuis plusieurs années, l'impression polychrome, qui tend à se répandre de plus en plus, donne aux cartes gravées des qualités analogues, mais il reste encore beaucoup à faire sous ce rapport.

L'échelle que l'on adopte pour une carte varie avec l'usage que l'on veut en faire et le but que l'on se propose. Par économie de temps et pour la facilité de l'emploi, on doit adopter, parmi les échelles consacrées par l'usage, la plus petite de celles qui permettent de définir les détails avec l'exactitude dont on a besoin. **Échelles usitées.**

Voici le tableau des échelles usitées pour les cartes topographiques plus ou moins détaillées et pour la *chorographie* (description d'une contrée); les échelles plus petites sont affectées à la géographie.

DÉSIGNATION.	PLANS DE GRANDS DÉTAILS.	TOPOGRAPHIE DÉTAILLÉE.	TOPOGRAPHIE GÉNÉRALE.	CHOROGRAPHIE.
Échelles décimales simples....	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$
Leurs moitiés............	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{2000}$	$\frac{1}{20000}$	$\frac{1}{200000}$
Leurs doubles............	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{5000}$	$\frac{1}{50000}$

Ces échelles jouissent des avantages suivants : 1° elles rentrent dans la loi du système métrique, qui n'admet pour unités de mesure que les multiples ou sous-multiples décimaux de l'unité principale, leur double et leur moitié; 2° elles permettent de lire facilement les distances sur un double décimètre divisé en millimètres; 3° elles sont suffisantes pour les besoins des services publics et sont d'ailleurs prescrites par les règlements généraux de ces services; 4° vu leur petit nombre, l'œil peut prendre, sans trop de peine, l'habitude d'apprécier les grandeurs réelles des distances des objets représentés, sans avoir recours à l'échelle et au compas. **Leurs avantages.**

Il est donc regrettable que, pour une œuvre aussi considérable que celle de la carte de France du Dépôt de la guerre, on ait adopté des échelles qui ne rentrent pas dans cette série; en effet, les minutes sont exécutées au $\frac{1}{40000}$, la gravure au $\frac{1}{80000}$ et la réduction au $\frac{1}{320000}$. Les motifs qui ont déterminé le choix de ces échelles incommodes n'ont plus maintenant aucune valeur : on n'avait pas voulu, en effet, s'écarter trop des échelles de la carte de Cassini, $\frac{1}{86400}$, et de celle de Capitaine, $\frac{1}{345600}$; or quelles sont aujourd'hui les personnes qui ont encore l'habitude de lire ces cartes?

Quelles que soient leurs échelles, les cartes se divisent en plusieurs classes : les *minutes*, leurs *copies* ou leurs *réductions*, et les *cartes modelées à l'effet*, manuscrites ou gravées.

Minutes. Cartes orométriques.

Une *carte minute* est la première traduction graphique des opérations exécutées sur le terrain, traduction faite à l'échelle du lever et mise à l'encre. Une carte de ce genre doit être complète sous tous les rapports, et, sauf le cas de quelques reconnaissances très-rapides, elle est toujours *orométrique*[1], c'est-à-dire que les formes du terrain y sont exprimées par des sections horizontales équidistantes. Autant que possible, on doit y conserver la trace des opérations géométriques faites sur le terrain, afin qu'à un moment quelconque on puisse savoir le degré de confiance que l'on doit accorder à telle ou telle partie. Les minutes doivent d'ailleurs être conservées sans modification, dans les archives des services; ce sont de véritables pièces officielles, indiquant l'état des terrains à l'époque de leur lever.

Copies ou réductions. Cartes modelées à l'effet.

D'après les minutes, on fait, pour les besoins du service, des *copies* ou des *réductions*, en ayant égard à la déformation qu'a pu subir l'échelle du dessin par suite du retrait du papier; nous verrons plus tard comment on obtient ce résultat, à l'aide des carreaux modules. Suivant le but que l'on se propose, on dessine ces cartes comme les minutes elles-mêmes, ou bien on y peint le relief du terrain d'après des conventions particulières, qui ont pour but d'en faciliter l'intelligence et la lecture à première vue; ces cartes sont dites *cartes à l'effet*.

Dessin des cartes orométriques.

Le dessin des cartes orométriques comprend plusieurs parties distinctes:

1° L'exécution du trait, qui comprend lui-même l'expression des limites réelles et de quelques détails indiqués conventionnellement, et le dessin des sections horizontales qui définissent les formes du terrain;

2° Les teintes conventionnelles qui expriment les cultures ou l'état habituel de la surface du sol;

3° Les écritures qui servent à donner les noms des différents objets répandus sur la carte.

Nécessité de la netteté du trait au crayon.

Nous nous occuperons successivement de ces diverses parties du travail, mais disons, avant tout, que l'exactitude du trait dépend de la netteté de la construction au crayon. Il est donc de la plus grande importance que le dessin au crayon ait la même nature de traits et la même netteté, sinon la même vigueur, que le dessin mis à l'encre.

§ 2. Conventions relatives à l'exécution du trait de la planimétrie.

Couleurs des traits.

On trace en rouge toutes les maçonneries (contours des maisons, murs,

[1] Cependant les minutes des officiers d'état-major pour la carte du Dépôt de la guerre sont faites

ponts, bordures de trottoirs) et en bleu les limites des eaux et les rails de chemins de fer; cependant, aux échelles plus petites que le $\frac{1}{5000}$, les voies de fer s'expriment en noir.

On fait en noir les limites des voies de communication et des masses de cultures, les ponts et les clôtures en bois, en vert-pré les allées des parcs et des jardins, les bosquets et les haies, les arbres isolés.

On emploie la terre de Sienne brûlée pour les sections horizontales et leurs cotes, ainsi que pour toutes les lignes de changement de pente, et l'ocre brune pour les hachures de talus à terres coulantes.

Nature des traits. Pointillés de différents genres.

A toutes les échelles, on n'emploie des traits pointillés que dans les cas suivants : 1° pointillé ordinaire *à traits forts* pour les limites incertaines de chemins ou sentiers vagues et de tolérance et pour toutes les autres limites mal définies; 2° pointillé *à traits forts* et *très-serré* pour les objets souterrains; il est rouge pour les limites des souterrains maçonnés secs, bleu pour celles des aqueducs et noir pour les galeries de mines en bois; 3° pointillé *en traits longs et fins* pour les sections horizontales intercalaires; 4° pointillé *en traits courts et fins* pour les lignes de changement de pente; 5° pointillé *très-fin* pour les amorces de sections horizontales qui ne sont pas à cotes rondes.

Aux grandes échelles, jusques et y compris le $\frac{1}{5000}$, *tous les autres traits sont pleins.*

Mais aux échelles plus petites, on fait encore usage de traits pointillés dans le tracé des voies de communication, comme signe conventionnel indiquant leur nature, leur importance ou leur degré de viabilité.

Grosseur des traits.

Il importe d'ailleurs beaucoup, pour la clarté de la carte, que la grosseur du trait soit proportionnée à l'importance des objets que l'on représente, et, de plus, que tous les objets de même nature soient exprimés par des traits de même grosseur. Aux grandes échelles, on peut adopter trois grosseurs de traits distinctes : la plus faible pour les limites de cultures, la seconde pour les sentiers et chemins ordinaires, les limites des maisons et des eaux, et la troisième pour les bords intérieurs des routes principales.

Clôtures en planches.

Mais certains traits doivent l'emporter considérablement en grosseur sur tous les autres : ce sont ceux qui, au lieu d'exprimer une simple limite, expriment des objets dont l'épaisseur est trop faible pour que l'on puisse les représenter à l'échelle par deux traits : telles sont les clôtures en planches

avec hachures, par la raison qu'elles doivent servir à guider le graveur pour l'exécution de a carte gravée.

jointives ou à claire-voie, qui s'expriment par un très-gros trait noir continu ou pointillé, accompagné de points carrés représentant les potelets qui soutiennent ces clôtures et dont l'intervalle est d'ailleurs conventionnel à chaque échelle[1]; tels sont aussi les murs, qui, à partir de l'échelle de $\frac{1}{2000}$, s'expriment par un seul gros trait rouge; tels sont encore les ruisseaux, qui, lorsque leur largeur réduite à l'échelle n'est plus exprimable par deux traits, s'indiquent par un très-gros trait bleu, etc., et même, dans ce dernier cas, s'il se trouve sur une même carte des ruisseaux d'importance diverse, on ne manque pas d'y avoir égard, en graduant convenablement la grosseur du trait qui les exprime, de même aussi que l'on a soin de diminuer la grosseur du trait qui représente un ruisseau, à mesure qu'on se rapproche de sa source.

Murs. Ruisseaux.

Fossés.

Aux petites échelles, les fossés s'expriment également par un seul gros trait, qui est bleu ou sépia, suivant que ces fossés sont habituellement pleins d'eau ou secs.

Largeur des voies de communication aux grandes échelles.

Aux grandes échelles, jusques et y compris le $\frac{1}{5000}$, toutes les voies de communication sont exprimées avec leur véritable largeur réduite à l'échelle et tous les détails qui les accompagnent, trottoirs, gares pour le dépôt des matériaux, fossés, etc. Cependant, à l'échelle de $\frac{1}{5000}$, on est convenu d'augmenter d'un tiers de millimètre environ les largeurs qui, sur le dessin, représenteraient à l'échelle les routes, les chemins et les sentiers, de manière que celles de ces dernières voies de communication qui sont les plus étroites soient représentées par deux traits pleins, ayant un demi-millimètre d'écartement d'axe en axe. Mais, dans les villages, au $\frac{1}{5000}$ et même aux échelles plus petites, les voies de communication sont représentées avec leurs largeurs réelles, parce que, dans ces villages, un élargissement des chemins dénaturerait trop les détails qui les avoisinent.

Largeurs conventionnelles aux petites échelles.

Aux échelles de $\frac{1}{10000}$ et plus petites, les largeurs des voies de communication réduites à l'échelle seraient trop étroites pour être bien lisibles. On donne alors à ces voies des largeurs conventionnelles, excepté dans la traversée des villages, et, pour distinguer nettement leur importance, leur état d'entretien ou leur degré de viabilité, on fait usage de traits pleins de diverses grosseurs et de traits pointillés.

Ainsi, à l'échelle de $\frac{1}{10000}$, les routes nationales ou les routes principales

[1] Voir pour ce détail et pour bien d'autres du même genre la planche des signes conventionnels aux diverses échelles, dans l'album n° 2 joint au cours.

sont exprimées par deux traits gros espacés de $1^{mm},3$ et accompagnés de deux traits fins; les routes départementales ou routes secondaires, par deux traits, l'un gros et l'autre fin, espacés également de $1^{mm},3$ et accompagnés de deux traits fins; les routes auxiliaires ou chemins de grande communication, par deux traits seulement, l'un gros et l'autre fin, espacés de 1 millimètre; les chemins vicinaux régulièrement entretenus, par deux traits fins espacés de 1 millimètre; les chemins vicinaux empierrés, mais irrégulièrement entretenus, par un trait plein et un trait pointillé, espacés de $0^{mm},7$; les chemins d'exploitation non empierrés, par deux traits pointillés distants de $0^{mm},7$. Enfin les sentiers sont exprimés par un seul très-gros trait, qui est plein ou pointillé, suivant qu'il peut servir aux bêtes de somme ou seulement aux hommes.

Des conventions analogues s'appliquent aux échelles plus petites que le $\frac{1}{10000}$; il n'y a que l'écartement des traits qui varie. Nous renvoyons d'ailleurs pour ces conventions à la planche y relative de l'album n° 2.

Les petits talus accidentels et non dressés qui peuvent accompagner les voies de communication ou les cours d'eau, aussi bien que ceux qui établissent des ressauts dans la surface du sol, s'expriment, à toutes les échelles, quand ils sont à terres coulantes, par des hachures en ocre brune, dirigées suivant la ligne de plus grande pente et produisant une teinte dégradée depuis le sommet jusqu'au pied du talus. De plus, on accentue le sommet par un trait légèrement discontinu. Talus accidentels à terres coulantes.

Quand ces talus ou ressauts sont en roc, les hachures sont horizontales et discontinues, avec des crevasses perpendiculaires. Enfin les talus qui contiennent du roc et des terres coulantes s'expriment par un mélange de hachures horizontales et de hachures dirigées suivant la ligne de plus grande pente. Les traits horizontaux se font en indigo ou en teinte neutre, entrecoupés de traits en terre de Sienne brûlée. Talus de roc

Pour les talus dressés des ouvrages d'art, fortifications, canaux, chemins de fer, à grande échelle, on trace, suivant les conventions du dessin de la fortification, le pied et le sommet du talus, en ayant soin de donner au trait du sommet une grosseur plus grande qu'à l'autre; puis on lave habituellement ces talus à l'encre de Chine, en dégradant la teinte depuis le sommet jusqu'au pied, et l'on superpose à ce lavis une teinte verte ou une teinte de terre de Sienne brûlée, suivant qu'il s'agit d'un talus en remblai ou en déblai. Talus dressés des ouvrages d'art.

D'ailleurs, à mesure que l'échelle diminue, certains détails des terrasse- Détails

des terrassements aux diverses échelles.

ments ne peuvent plus être exprimés. C'est ainsi qu'à l'échelle de $\frac{1}{5000}$ les bermes des canaux ne sont plus indiquées, et que, au $\frac{1}{10000}$, on n'exprime même plus les talus des levées qui les bordent. De même aussi, dans les fortifications, quand on veut indiquer à $\frac{1}{5000}$ les banquettes et les barbettes, on le fait par un seul trait, qui exprime la limite de leur terre-plein, c'est-à-dire que les talus ne sont plus représentés, et, à partir de l'échelle de $\frac{1}{10000}$, ces détails ne sont même plus exprimés, non plus que les talus extérieurs dont la hauteur est moindre que 2 mètres au $\frac{1}{10000}$ et 4 mètres au $\frac{1}{20000}$.

Fruit des murs de revêtement.

Le fruit des murs de revêtement ne s'exprime qu'à l'échelle de $\frac{1}{1000}$ et parfois aussi à celle de $\frac{1}{2000}$, quand il peut être indiqué clairement; aux échelles plus petites, les murs de revêtement sont indiqués par un seul gros trait rouge. Mais les murs isolés de fortification qui ont plus d'épaisseur que les murs de clôture ordinaires s'indiquent par deux traits jusqu'à l'échelle de $\frac{1}{10000}$; de plus, on met entre ces deux traits, au pinceau ou à la plume, une légère teinte de carmin.

A l'échelle de $\frac{1}{5000}$, on exprime même par deux traits les petits murs, crénelés ou non, qui surmontent parfois des murs d'enceinte isolés, de sorte que ces murs sont alors indiqués par trois traits rouges, dont on exagère l'écartement pour rendre le dessin lisible. Alors les deux traits extérieurs sont un peu forts, l'un parce qu'il exprime un parement d'escarpe, l'autre parce qu'il exprime une crête intérieure; le trait du parement intérieur est plus fin. Une teinte de carmin est d'ailleurs posée dans l'intervalle des deux traits extérieurs.

Quelquefois on opère de la même manière au $\frac{1}{10000}$; mais le plus souvent on se contente, à cette échelle, de deux traits, un fort et un fin.

L'exécution du trait comprend encore certains travaux de plume qui expriment conventionnellement certains détails, tels que les haies et les plantations.

Expression des haies aux grandes échelles.

Aux grandes échelles jusqu'au $\frac{1}{2000}$, les haies s'indiquent par un travail de plume assez compliqué, représentant une espèce de feuillé en vert-pré composé d'une série de touffes assez régulières, dont le trait est renforcé du côté de l'ombre.

Signe conventionnel aux petites échelles.

Aux petites échelles, on emploie un signe purement conventionnel qui est le même du $\frac{1}{5000}$ au $\frac{1}{50000}$; la finesse d'exécution seule varie. Ce sont des ronds complets ou incomplets séparés les uns des autres par deux ou trois points. Quand ce signe est accolé à un trait, le long d'un chemin, par exemple, les

ronds doivent être tangents au trait, et, si ce trait est pointillé, il disparaît complétement et est remplacé par le signe conventionnel des haies; mais il faut que les points et les ronds soient accolés à la limite idéale du chemin, de manière que le tracé en soit quand même bien net et bien clair, et surtout de manière que la voie soit bien libre et non encombrée par le travail de plume qui représente la haie,

Les arbres isolés s'expriment de deux manières : par de petits cercles en vert-pré aux grandes échelles, jusques et y compris le $\frac{1}{5000}$, et par des points verts aux échelles plus petites. Les grandeurs et les écartements de ces cercles et de ces points, tant sur le bord des routes ou des ruisseaux que dans les vergers, sont conventionnels et gradués, aux diverses échelles, de telle sorte que, même aux plus petites, une allée d'arbres ne puisse jamais être confondue avec un trait pointillé. Arbres isolés.

Dans les vergers, c'est-à-dire pour les terrains dont la culture principale est celle des arbres à fruits, tout aussi bien que pour les plantations régulières, les arbres sont placés régulièrement aux sommets d'un quadrillage dont les lignes sont parallèles au plus long côté de la superficie occupée par les arbres. Au contraire, les arbres fruitiers qui sont plantés dans des cultures diverses, dont ils ne sont qu'un accessoire, s'indiquent irrégulièrement à des distances plus grandes. Arbres dans les vergers.

Sur les routes, aux échelles de $\frac{1}{5000}$ et plus petites, les arbres se placent toujours en dehors des traits qui expriment la voie de communication et les fossés qui l'accompagnent. On a soin, en outre, de les placer deux à deux sur des perpendiculaires à l'axe, tandis que, pour les arbres qui bordent les ruisseaux, au lieu de les mettre en regard, on met ceux d'une rive en face de l'intervalle de ceux de l'autre rive; autrement on obtiendrait un effet trop disgracieux. Arbres bordant les routes. Arbres le long des ruisseaux.

Les touffes d'oseraies, de broussailles et d'arbustes qui occupent peu de place sur la carte s'indiquent par un feuillé formé de ronds complets ou incomplets de diverses grosseurs et disposés en touffes. On sème quelques ronds et des points dans leur intervalle, pour les relier entre elles. Ces touffes doivent d'ailleurs présenter de la continuité le long de la limite. Oseraies, broussailles.

Les grands arbres forestiers des jardins anglais s'expriment par un feuillé plus compliqué, qui rappelle la projection ombrée de ces arbres. On représente les arbres verts par des sortes d'étoiles dont les rayons divergent d'un Jardins anglais.

point vert. Tout ce travail des feuillés doit être fait d'ailleurs avec une plume très-fine, ou une teinte assez pâle, sous peine de charger le dessin d'une manière désagréable.

Maisons en pierre et en bois.

Les maisons s'indiquent par leurs contours hors œuvre. Le trait est rouge pour les maisons en pierre et noir pour les maisons en bois ou en pisé, et la surface occupée par les bâtiments reçoit en outre une teinte plate de carmin ou d'encre de Chine. On relève le contour par des traits de force de même couleur et placés du côté opposé à la lumière, que l'on suppose toujours venir de l'angle gauche supérieur du cadre. Ces traits de force rendent plus apparente la couleur du contour et, par suite, la nature de la construction; de plus ils lui donnent du relief.

Hangars.

Lorsque les murs ne sont pas pleins, par exemple lorsqu'il s'agit de hangars soutenus par des piliers en maçonnerie ou en bois, le trait, au lieu d'être continu, est pointillé et rouge ou noir suivant les cas. Enfin, pour les bâtiments en ruine, on emploie encore un trait pointillé pour en représenter le contour, mais on ne met plus de teinte plate à l'intérieur.

Ruines.

Massifs de bâtiments particuliers.

Pour les maisons particulières, sauf dans les plans cadastraux, on ne marque que le contour général de tous les massifs de bâtiments qui se touchent, sans distinction des limites de propriété. En outre même, dans les villes, excepté parfois à l'échelle de $\frac{1}{1000}$, on ne marque, en fait de cours et de jardins intérieurs, que ceux qui appartiennent à des maisons importantes, ou plus généralement que ceux qui ne sont séparés de la voie publique que par un mur. Autrement, on se contente de marquer le contour extérieur de chaque îlot de maisons.

Édifices publics.

Quant aux édifices publics, on détaille toujours le contour hors œuvre des divers bâtiments, et on l'accompagne de traits de force. De plus, aux grandes échelles, jusques et y compris le $\frac{1}{5000}$, on indique en traits noirs et fins les principales arêtes des toits, qu'on lave ensuite à l'encre de Chine, dans l'hypothèse d'une lumière oblique venant dans le sens indiqué plus haut.

Donnons encore la manière de représenter certains détails topographiques qui ont une grande importance dans les cartes militaires.

Puits.

Les puits s'expriment par un cercle rouge rempli de bleu.

Sources.

Les sources et les fontaines s'indiquent également par une petite teinte bleue entourée soit d'un trait bleu, soit d'un trait rouge.

Les bornes se représentent par des points carrés rouges; à côté des bornes kilométriques on indique, en outre, le kilomètre qui y est inscrit. Bornes.

Les croix isolées s'indiquent par un petit carré rouge, surmonté d'une croix rouge, noire ou bleue, suivant que la croix est en pierre, en bois ou en fer. Croix isolées.

§ 3. Figuré du terrain par des sections horizontales équidistantes.

Nous avons vu que les cartes minutes sont généralement orométriques, c'est-à-dire que les formes du terrain y sont exprimées par des sections horizontales dites *équidistantes*, parce qu'elles résultent de l'intersection du sol par des surfaces de niveau, équidistantes dans le sens vertical. Sections horizontales équidistantes.

On peut envisager, dans une carte, l'équidistance sous deux points de vue différents : on peut d'abord considérer le nombre de mètres qui séparent réellement les surfaces de niveau, et ce nombre constitue ce que l'on appelle l'*équidistance métrique;* ou bien on peut considérer la grandeur qui représente ce nombre à l'échelle du dessin, et c'est ce qu'on nomme l'*équidistance graphique*. On se sert de la première lorsqu'on veut trouver la différence de niveau de deux points quelconques de la carte, dont on obtient immédiatement les cotes d'après leur position entre deux sections, et la seconde est utile surtout pour faire connaître la valeur de la pente du terrain. Elles se déduisent d'ailleurs très-facilement l'une de l'autre, et, comme l'équidistance graphique doit être inscrite au bas de la carte, d'après l'échelle du dessin, on sait aussi quelle est l'équidistance métrique, ou réciproquement. Équidistance métrique. Équidistance graphique.

Considérons une carte à l'échelle de $\frac{1}{10000}$, par exemple, et dont l'équidistance métrique soit de 5 mètres; ces 5 mètres sont représentés à l'échelle de $\frac{1}{10000}$ par un demi-millimètre. L'équidistance graphique est donc un demi-millimètre. Cette équidistance étant inscrite au bas de la carte, pour avoir la valeur de la pente du terrain en un point quelconque, il suffit de mesurer en millimètres la longueur de la normale commune à deux sections consécutives. Soit 7 millimètres cette longueur, on en conclura immédiatement que la tangente de la pente est $\frac{\frac{1}{2}}{7} = \frac{1}{14}$, sans être obligé de passer par l'intermédiaire de l'équidistance métrique, et de traduire en mètres, d'après l'échelle du dessin, le nombre de millimètres qui représente la longueur de la normale. Usage et avantage de l'équidistance graphique.

Il résulte de là que, *pour toutes les cartes ayant la même équidistance graphique, les mêmes écartements des sections horizontales correspondront toujours aux mêmes pentes, quelle que soit l'échelle de la carte.*

Équidistance graphique constante. Ses avantages.

Cette propriété importante avait inspiré à quelques auteurs, et particulièrement au colonel Bonne, du corps des ingénieurs-géographes, l'idée d'une équidistance graphique constante, au moins pour les petites échelles à partir du $\frac{1}{5000}$. A ces échelles, en effet, on a plus souvent à considérer les pentes du terrain que les différences de niveau, et alors l'œil pourrait s'habituer facilement à apprécier la valeur des pentes d'après l'écartement des sections horizontales. Cette idée était, en effet, assez séduisante, et c'est une des questions sur lesquelles a eu à statuer la commission de topographie, réunie en 1828 par ordre du Ministre de la guerre, pour établir de l'uniformité dans le mode de figurer le relief du terrain.

Le colonel Bonne proposait d'adopter l'équidistance graphique constante d'un quart de millimètre, ce qui, pour les pentes limites de 45 degrés ou $\frac{1}{1}$, pentes même extrêmement rares dans la nature, conduisait à un écartement d'un quart de millimètre aussi pour les sections horizontales, et il pensait avec juste raison que cet écartement était le minimum admissible au point de vue de l'exécution du trait. Cette équidistance graphique correspondait d'ailleurs, pour les diverses échelles usitées, aux équidistances métriques suivantes :

$1^{m},25$ pour	$\frac{1}{5000}$
$2^{m},50$	$\frac{1}{10000}$
5 mètres	$\frac{1}{20000}$
10 mètres	$\frac{1}{40000}$
20 mètres	$\frac{1}{80000}$
25 mètres	$\frac{1}{100000}$

Ses inconvénients.

La commission rejeta la proposition du colonel Bonne, et cette simplification n'était pas, en effet, admissible, vu qu'elle présenterait dans la pratique des difficultés à peu près insurmontables. Par exemple, il peut se faire que l'équidistance de 5 mètres soit insuffisante pour représenter convenablement à l'échelle de $\frac{1}{20000}$ des pays peu accidentés. D'un autre côté, pour des pays de montagnes, cette même équidistance donnerait lieu à des courbes extrêmement rapprochées et d'une exécution difficile, pour ne pas dire impossible, et cela sans profit pour l'exactitude. Enfin, si nous voulions admettre cette équidistance graphique constante d'un quart de millimètre pour les grandes échelles, elle correspondrait, pour le $\frac{1}{1000}$, par exemple, à des courbes équidistantes de 25 centimètres, ce qui serait superflu, l'équidistance de 1 mètre étant suffisante à cette échelle.

Nous conclurons donc de cette discussion que, à chaque échelle et pour chaque nature de terrain, on doit adopter l'équidistance qui permettra de définir suffisamment les pentes douces, sans donner lieu, dans les pentes roides, à des courbes trop rapprochées. C'est la conclusion formulée par la commission citée plus haut, dans son article ainsi conçu :

Équidistance graphique variable avec l'échelle et avec la nature du terrain.

« *L'équidistance pourra varier en raison de l'échelle de la carte et en raison des formes du terrain, mais elle devra être toujours la même dans toutes les parties d'une même carte.* »

Voici d'ailleurs, sauf les cas exceptionnels, les équidistances le plus généralement usitées aux diverses échelles de la topographie détaillée.

Échelles.	Équidistance métrique.	Équidistance graphique.
$\frac{1}{1000}$	1 mètre.	1 millimètre.
$\frac{1}{2000}$ et $\frac{1}{5000}$	2 mètres.	1 millimètre et $\frac{2}{5}$ de millimètre.
$\frac{1}{10000}$	5 mètres.	$\frac{1}{2}$ millimètre.
$\frac{1}{20000}$	5 ou 10 mètres.	$\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ millimètre.
$\frac{1}{50000}$	10 ou 20 mètres.	$\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ de millimètre.

Les sections horizontales se dessinent, comme nous l'avons déjà dit, en terre de Sienne brûlée, afin qu'on puisse les distinguer facilement, à première vue, des traits limites de chemins ou autres, qui se font en noir. De plus, comme ce sont des lignes idéales du terrain, elles doivent se dessiner avec un trait assez fin, quoique sensiblement plus fort que celui qu'on emploie pour les limites de culture, d'autant plus que sa couleur spéciale et bien tranchée empêche de le confondre avec tout autre trait de la carte. Cependant, dans les cartes minutes et leurs copies, pour faciliter la lecture du figuré du terrain, sans pourtant trop multiplier les cotes sur les courbes, on trace d'un trait plus gros quelques-unes de ces courbes prises de 4 en 4 ou de 5 en 5 au plus. On fait en sorte que l'équidistance métrique de ces courbes grosses soit un nombre rentrant dans les séries du système décimal, 5 mètres, 10 mètres, 20 mètres, 50 mètres, et quelquefois pourtant 25 mètres et 40 mètres, et que les cotes de ces courbes soient des multiples de leur équidistance. Par exemple, dans une carte dont l'équidistance métrique serait 5 mètres, on prendrait 20 mètres pour l'équidistance métrique des courbes grosses, qui se trouveraient alors séparées par trois courbes ordinaires, et on choisirait celles dont les cotes sont un multiple de 20, comme 140, 160, 180, 200, etc. L'em-

Sections horizontales en terre de Sienne brûlée. Courbes grosses.

ploi des courbes grosses permet de suivre plus commodément une même courbe sur la carte et facilite considérablement la recherche d'une courbe quelconque.

Courbes intercalaires.

Nous avons vu tout à l'heure que, d'après les conclusions de la commission de 1828, l'équidistance doit être toujours la même dans toutes les parties d'une même carte, et cela est bien naturel au point de vue de la clarté de la carte. Cependant, lorsqu'une équidistance a été adoptée d'après l'échelle et d'après la nature générale du terrain que la carte doit embrasser, il peut arriver qu'elle soit insuffisante pour définir convenablement des pentes très-douces, qui se trouvent accidentellement dans une étendue plus ou moins grande de la carte. Alors on peut faire usage (fig. 1) de courbes intercalaires, au nombre d'une, de trois ou de quatre, qui subdivisent l'équidistance primitive en deux, en quatre ou en cinq parties égales; ces courbes intercalaires se tracent en pointillé long, afin d'éviter la confusion qui pourrait résulter du changement d'équidistance.

Variation de l'équidistance.

On profite aussi quelquefois du groupement des sections par les courbes grosses, pour faire varier l'équidistance dans les diverses parties d'une carte, suivant qu'elles présentent des pentes très-roides et des pentes plus ou moins douces. Par exemple, à l'échelle de $\frac{1}{20000}$ (fig. 2), on adopte une équidistance de 20 mètres pour les courbes grosses, qui sont seules tracées dans les pentes les plus roides. Puis, dans les pentes plus douces, on intercale, suivant le besoin, pour définir la forme le mieux possible, une ou trois courbes fines, ce qui réduit l'équidistance respectivement à 10 mètres et à 5 mètres. On peut même, pour des parties encore plus douces, intercaler entre les dernières des courbes pointillées, et l'équidistance se trouve réduite à $2^{m},50$. Grâce aux courbes grosses, que l'on suit facilement de l'œil dans toute l'étendue de la carte, ces diverses équidistances peuvent exister simultanément, sans qu'il en résulte de confusion pour la lecture de la carte.

C'est d'après le même principe que, pour les minutes au $\frac{1}{40000}$ de la carte de France du Dépôt de la guerre, on a adopté l'équidistance principale de 40 mètres, correspondant à des courbes noires, et les subdivisions de 20 mètres et de 10 mètres, exprimées par des courbes pleines en carmin, auxquelles on ajoute encore parfois des intercalaires en traits pointillés de même couleur.

Lignes

Il existe souvent sur le terrain des lignes de changement de pente brusque.

qui sont des traits caractéristiques de la forme. Il importe donc de les indiquer sur la carte; on les trace en lignes pointillées fines, en terre de Sienne brûlée, comme les sections, et cela même quand elles coupent une série de courbes. Autrement, dans les copies des minutes, on serait tenté d'arrondir les formes, comme dans la figure 4, au lieu de faire jarreter, pour ainsi dire, les courbes sur la ligne de changement de pente, comme l'indique la figure 3, ce qui ferait disparaître un des traits essentiels de la physionomie du sol. de changement de pente.

Talus, ressauts, escarpements.

Enfin il est des accidents de la surface du sol que les sections horizontales ne peuvent pas exprimer; tels sont les talus ou ressauts et les escarpements de rochers. Lorsque les talus ont assez de hauteur, on indique, comme lignes de changement de pente, leur sommet et leur pied, et l'on fait filer les sections horizontales sur leur surface. Mais lorsque leur hauteur est trop faible pour comporter le tracé de deux sections consécutives qui indiquent leur pente, on a recours aux hachures en ocre brune, que nous avons déjà indiquées. Quant aux rochers, on les exprime par un travail plus ou moins artistique de hachures ordinairement horizontales et parfois inclinées, au moyen desquelles on cherche à rappeler leur nature et leur physionomie.

Sections horizontales dans l'intérieur des villes.

Dans l'intérieur des villes, il n'est pas possible généralement de tracer des sections horizontales continues représentant la forme réelle du terrain, d'autant plus que, outre la difficulté qu'il y aurait souvent à pénétrer partout, le terrain des îlots compactes de maisons se compose d'une série de terrasses successives, horizontales ou peu inclinées, correspondant au sol des rez-de-chaussée, aux cours et aux jardins; or ces terrasses ayant été déblayées, remblayées et réglées indépendamment les unes des autres, on arriverait, en en tenant compte et en supposant la chose possible, à un figuré de terrain inextricable et qui ne représenterait pas grand'chose. On se contente donc de tracer des sections horizontales réelles dans les rues et sur les places, en lignes pleines. Pour les rues, en particulier, on n'a pas égard au bombement de la chaussée et de ses revers; mais on les considère comme des rampes, ayant une section transversale rectiligne, de sorte que les sections horizontales sont tracées en ligne droite et perpendiculairement à l'axe de la rue, en les prenant à la hauteur de la rencontre des revers ou trottoirs avec les façades des maisons. Puis, pour exprimer, d'une manière qui parle aux yeux, le relief général du sol de la ville, on relie entre elles, par des traits fins et ponctués qui traversent les îlots de maisons, les amorces des courbes à même cote, obtenues dans les différentes rues ou places; mais ce n'est là qu'un figuré purement idéal.

Sections horizontales sur les routes.

Pour les routes en pente, on n'a pas égard non plus au bombement de la chaussée, et les sections horizontales sont tracées en ligne droite perpendiculairement à leur direction, à la hauteur des bords des accotements.

§ 4. Exécution du trait dans les cartes topographiques.

Dessin à la plume.

Dans les cartes topographiques, le trait se fait presque entièrement à la plume. Or une condition essentielle, non-seulement pour la beauté, mais encore pour la clarté de la carte, c'est que les objets de même nature soient exprimés par des traits de grosseur uniforme. Cette uniformité est une des difficultés du dessin à la plume. Voici comment on peut l'obtenir.

Précautions à prendre.

Pour le trait régulier, on doit employer des plumes fermes, les tenir de telle sorte que les deux becs posent à la fois sur le papier, et toujours descendre le trait vers soi, comme en traçant les jambages de l'écriture. D'après cela, quand le trait tourne, il faut faire tourner le dessin dans le sens convenable. On doit d'ailleurs avoir soin de peser assez pour que la plume lâche l'encre, mais pas assez pour faire écarter les becs, car alors on aurait forcément des irrégularités dans la grosseur du trait; cela revient à dire qu'il ne faut jamais demander à une plume que le trait dont elle est capable, ce qui dépend forcément un peu du plus ou moins de légèreté de la main du dessinateur. De plus, pour éviter la fatigue qui résulterait d'une tension trop continue des muscles, ce qui ferait inévitablement trembler la plume, on doit faire les traits, droits ou courbes, par éléments successifs, auxquels on ne donne, quand on commence à dessiner, que quelques millimètres de longueur. On fait ainsi des reprises plus ou moins fréquentes, qui permettent d'éviter la fatigue des doigts et de déplacer le papier et la main. Dans ces reprises, il faut craindre les surcharges ou l'empiétement d'un trait sur le précédent, inconvénient qu'il serait à peu près impossible d'éviter si l'on voulait juxtaposer immédiatement les deux éléments successifs d'un même trait. Il vaut mieux laisser franchement une petite lacune blanche, qui est beaucoup moins visible, et qui masque le défaut de continuité de la direction de deux éléments consécutifs.

Traits parallèles.

Lorsque sur le dessin on doit exprimer un chemin par deux traits parallèles, dont l'un est pointillé, on commence par le trait plein, que l'on place habituellement du côté où serait le trait de force, si le chemin était en relief; puis on exécute le trait pointillé, en tournant le papier de telle sorte que ce trait soit à la droite du trait plein. L'écartement régulier des deux traits s'ob-

serve alors facilement, et c'est même ainsi que l'on doit opérer toutes les fois que l'on doit exécuter deux traits parallèles. En ce qui concerne le trait pointillé, on cherche, autant que possible, à le composer d'éléments en forme de rectangles réguliers, séparés par des intervalles égaux, et la main acquiert ainsi en peu de temps la souplesse et la hardiesse nécessaires pour exécuter des traits pleins par éléments assez longs. C'est par des exercices gradués de ce genre que l'on arrive assez vite à dessiner à la plume rapidement et correctement.

Choix de la plume.

En résumé, il importe essentiellement à la bonne exécution du dessin que *chaque grosseur de trait soit demandée à une plume ferme de grosseur convenable.* On conserve les plus flexibles pour les traits effilés des petits talus et pour les écritures. Pour les détails, arbres, haies, croix, etc. qui s'expriment à la plume, on doit employer des plumes assez grosses pour que les traits de ces objets soient *très-nourris* et qu'ils soient très-apparents sur le dessin.

Emploi de la règle avec la plume ou le tire-ligne.

D'ailleurs, dans l'exécution du dessin des cartes, il faut éviter de se créer des difficultés à plaisir. Ainsi on emploiera la plume et parfois même le tire-ligne avec la règle et le compas pour les maisons, les murs, les fortifications, les canaux et les chemins de fer qui sont tracés géométriquement. On emploiera encore la règle et *la plume* pour les parties rectilignes des routes. Si on les faisait en partie au tire-ligne, on aurait un trait sec qui ferait paraître trop irréguliers les traits des raccordements courbes, traits qui se font nécessairement à la plume et à main levée. Il en résulterait un manque d'harmonie très-préjudiciable à la beauté du dessin. De même les limites de culture, au moins lorsqu'elles sont composées d'éléments rectilignes, peuvent se faire avec la plume ou même le tire-ligne, en se servant de la règle.

Inconvénient du tire-ligne pour les traits sinueux.

En ce qui concerne les lignes sinueuses, et en particulier les sections horizontales, il convient de les faire à la plume et à main levée, car c'est le seul moyen d'être sûr de suivre exactement le trait de crayon, qui a dû être arrêté aussi nettement que possible. Quelque habileté qu'on ait pu acquérir, en effet, il est impossible de suivre au tire-ligne et à la main un trait courbe, sans être exposé à voir la main plus ou moins entraînée, et, par suite, on ne peut compter sur aucune exactitude dans la mise à l'encre. D'ailleurs le trait de tire-ligne appliqué au tracé des sections horizontales, en particulier, offre une roideur et une sécheresse qui sont peu agréables à l'œil, et qui, surtout, ne conviennent pas à des lignes purement idéales.

§ 5. Exécution des teintes conventionnelles.

Teintes conventionnelles.

Les cultures et l'état habituel de la surface du sol s'expriment par des teintes conventionnelles, dont on trouvera la composition dans la planche II de l'album n° 2, intitulée : *Expression des superficies*. Ces teintes sont quelquefois accompagnées d'un travail de plume, par exemple pour exprimer les arbres isolés ou les groupes d'arbres, ainsi que nous l'avons dit dans le paragraphe 2. Dans les vergers, en particulier, cette indication est indispensable, car, si l'on se contentait de la teinte verte qui leur est affectée, on pourrait quelquefois la confondre soit avec celle des prairies, soit avec celle des bois. L'addition d'un semis d'arbres à la plume complète donc, pour ainsi dire, la représentation conventionnelle des vergers.

Intensité des teintes. Maisons et jardins. Bois. Prairies.

Pour la clarté du dessin, il convient que les teintes conventionnelles aient une intensité suffisante pour que leurs nuances soient franchement reconnaissables. Cette condition oblige à donner aux maisons, aux jardins, et en général à toutes les teintes d'une faible étendue, une intensité plus forte que celle des grandes teintes. En outre, il y a deux teintes qu'il ne faut pas craindre d'exagérer un peu, quelque grande que soit d'ailleurs l'étendue qu'elles occupent sur la carte, et malgré l'effet assez disgracieux qu'elles produisent; c'est d'abord la teinte des bois, à cause de la grande importance militaire de ce détail topographique; on a eu le tort, du reste, d'adopter pour cette teinte un vert jaune assez pâle de ton, qui n'attire pas assez l'attention, ce qui est aussi en contradiction avec l'effet que produisent les bois dans le paysage; c'est ensuite la teinte des prairies qui n'est pas suffisamment reconnaissable, lorsqu'elle est trop pâle (c'est un vert un peu bleuâtre), et qui, d'ailleurs, doit trancher sur la carte, comme les prairies tranchent en réalité sur le paysage.

Lavis des eaux.

La teinte de fond des eaux douces doit toujours être très-pâle, d'une part, parce qu'elles se détachent généralement en clair dans le paysage, et, de l'autre, parce que c'est un moyen de les détacher des prairies qui les entourent souvent. D'ailleurs, cette teinte de fond est renforcée sur les deux bords par un liséré dégradé, sans avoir égard, comme autrefois, à des considérations d'ombres et de lumière.

Terres labourables.

Dans toutes les cartes topographiques, où le relief du sol n'est pas exprimé à l'effet, les terres labourables doivent *rester blanches*. Dans les *cartes à l'effet*, elles reçoivent une teinte plate d'ocre de ru.

Nous avons déjà dit qu'aux grandes échelles, y compris le $\frac{1}{5000}$, les toits des édifices publics sont lavés à l'effet à l'encre de Chine. Ces surfaces reçoivent en outre des teintes conventionnelles spéciales au service auquel le bâtiment est affecté. Ces teintes sont les suivantes : *carmin foncé* pour les édifices appartenant à une administration particulière (gares, couvents, etc.); *vermillon* ou *rouge orange* pour les édifices civils ou religieux appartenant à l'État, aux départements ou aux communes; *gris bleu* pour les bâtiments militaires dépendant du service du génie, et *violet* pour les bâtiments militaires dépendant du service de l'artillerie. Lavis des édifices publics.

Aux petites échelles, à partir du $\frac{1}{10000}$, on n'exprime plus les arêtes des toits des édifices publics; cependant ces bâtiments reçoivent encore les mêmes teintes conventionnelles, quand on a intérêt à distinguer les services qui en sont chargés; dans le cas contraire, ils sont tous indiqués par des teintes plates de gris bleu.

Pour graduer convenablement l'intensité des teintes, tout aussi bien que pour éviter les accidents qui résulteraient, pour les teintes foncées, d'un lavage nécessaire de quelques teintes tachées, on commence le lavis par les teintes les plus pâles, et on le termine par le carmin des maisons. Manière de graduer les teintes.

Quelquefois, on ne met pas de teintes conventionnelles sur les minutes ou sur leurs copies. Alors il faut indiquer les cultures par les initiales de leurs noms, initiales écrites en lettres filiformes, comme cela se voit sur le modèle déjà cité plus haut, *Expression des superficies*. D'ailleurs, pour éviter toute indécision sur la nuance des teintes conventionnelles, aussi bien que pour se prémunir contre l'altération que le temps peut leur faire éprouver, on doit même mettre ces initiales sur toutes les cartes, excepté sur celles qui sont modelées à l'effet avec des hachures. Dans ce cas, en effet, ces initiales produiraient l'effet de taches dans le modelé. Initiales des cultures.

Avant de commencer le lavis d'un dessin, on doit lui faire subir un lavage à grande eau, c'est-à-dire y faire couler *rapidement* une légère couche d'eau. Si chaque jour on a employé des couleurs et surtout de l'encre de Chine de bonne qualité et fraîchement broyée, l'eau jetée ainsi rapidement ne les délaye pas, à moins qu'on n'y touche avec une éponge ou avec le pinceau. Les traits de carmin eux-mêmes, qui sont les moins solides, et les écritures chargées d'encre résistent à ce lavage rapide, pourvu que cette partie du travail soit exécutée depuis quelques jours déjà. Aussi doit-on toujours commencer la mise à l'encre d'un dessin par l'exécution des traits de carmin. Précautions à prendre pour le lavis.

Après ce lavage, lorsque le dessin est sec, les traits sont incorporés dans le papier, de telle sorte que l'on peut, sans les altérer, les frotter avec une éponge mouillée, et, à plus forte raison, faire le lavis des teintes conventionnelles ou le lavis à l'effet, dont nous parlerons dans le chapitre suivant.

§ 6. EXÉCUTION DES ÉCRITURES SUR LES CARTES TOPOGRAPHIQUES.

Écritures moulées à pleins et déliés.

On n'emploie pour les cartes que les écritures dites *moulées*, à pleins et déliés. Elles sont de cinq genres différents, et le genre et la dimension des écritures sont, jusqu'à un certain point, conventionnels, mais proportionnés à l'importance des objets qu'elles désignent. Ainsi la *capitale droite* est employée pour les villes, la *capitale penchée* pour les bourgs, la *romaine droite* pour les villages, la *romaine penchée* pour les hameaux, et l'*italique* pour les fermes, moulins, etc. Grâce à ces conventions, on peut se dispenser d'accompagner le nom propre d'un groupe d'habitations du nom commun qui indique son importance.

Le genre et les dimensions à adopter pour les divers objets aux diverses échelles ont été réglés au Dépôt de la guerre pour les cartes à petites échelles. On doit se conformer à ces prescriptions, qui concourent dans une mesure très-notable à la clarté des cartes et qui sont indiquées dans un tableau spécial formant la planche IV de l'album n° 2.

Disposition des écritures.

La disposition des écritures sur le dessin a également une grande importance pour la clarté de la carte, et nous croyons devoir appeler l'attention sur les principales règles que l'on doit suivre à cet égard.

Objets isolés.

Pour les objets isolés, villages, moulins, croix, etc., les écritures sont parallèles au bord inférieur du cadre, situées autant que possible à droite des objets et aussi serrées que possible, soit contre eux, soit sur elles-mêmes.

Cotes.

De même les cotes, dont les chiffres doivent être régulièrement dessinés et plus ou moins gros suivant l'échelle, sont inscrites *toutes* parallèlement au bord inférieur du cadre. Les cotes isolées s'écrivent en noir à côté d'un gros point noir qui désigne leur emplacement; les cotes appartenant aux sections horizontales s'écrivent en terre de Sienne brûlée près des courbes, et plus particulièrement aux endroits où elles changent de direction. Ces dernières cotes doivent d'ailleurs être assez multipliées pour que l'on puisse sans difficulté trouver la cote d'un point quelconque de la carte.

Voies

Les écritures qui désignent les voies de communication se placent en dehors

de ces voies et parallèlement à leur direction, en ayant soin d'espacer les mots dans toute l'étendue que ces lignes occupent sur la carte, mais sans espacer les lettres des mots (fig. 5). De plus, il faut qu'on puisse lire toutes les écritures, lorsqu'on tient le dessin devant soi, le titre en haut, sans être obligé de le retourner, c'est-à-dire qu'elles doivent être disposées de manière qu'en les lisant l'œil se déplace en moyenne de la gauche vers la droite. En un mot, on n'admet jamais des écritures renversées comme seraient celles de la figure 5 (*Chemin de Longeau,* au-dessous du chemin, en lettres filiformes). **de communication.**

Quand aucun des lieux que réunit la route n'est marqué sur la carte, on désigne les deux localités dans l'ordre qui résulte du sens des écritures, par suite des prescriptions précédentes (fig. 6). Exemple : *Route de Paris à Metz.*

Lorsque l'un des lieux se trouve sur la carte, on se contente de désigner l'autre (fig. 5). Ainsi, au lieu d'écrire *Chemin de Chazelles à Metz,* on écrit seulement *Chemin de Metz,* en supprimant *Chazelles à;* de même on écrira à gauche *Chemin de Longeau,* au lieu de *Chemin de Longeau à Chazelles.* Il faudrait bien se garder, dans ce dernier cas, d'écrire *Chemin de Longeau* au-dessous du chemin, car les écritures seraient renversées. Quelquefois même on simplifie encore davantage les écritures, et on met simplement, près du cadre, *vers Scy* ou *de Moulins,* suivant que la localité située en dehors de la carte se trouve à droite ou à gauche, en suivant le sens des écritures.

Lorsqu'un chemin réunit deux localités marquées sur la carte, on se dispense de le désigner, à moins que ce ne soit un tronçon d'une voie plus étendue réunissant des localités plus importantes. Exemple : *Route de Paris à Metz,* entre Moulins et Longeville (fig. 6).

Noms des rivières.

Les noms des rivières s'inscrivent soit entre les deux rives, soit en dehors, suivant que leur largeur est plus ou moins grande que le double au moins de la hauteur des lettres (fig. 7). Dans l'un et l'autre cas, on espace les mots, sans espacer les lettres, et on n'a pas égard au sens du courant pour le sens des écritures. On fait seulement en sorte que les écritures ne soient pas renversées, et une flèche indique le sens du courant.

Surfaces allongées.

Pour les surfaces allongées, les bois, les étangs, les marais, les îles, etc., on écrit suivant des lignes droites ou courbes, dans le sens de la plus grande dimension, et on espace les lettres et les mots à proportion, de manière que la désignation s'étende sur la plus grande partie de la surface (fig. 7 et 8). Quelquefois aussi on écrit la désignation sur plusieurs lignes parallèles au bord inférieur du cadre; cela dépend de la forme de la surface.

Terminons ce qui a rapport au trait des cartes topographiques, en indiquant quelques accessoires qui servent à les compléter.

Orientation de la carte.

D'abord chaque carte doit porter l'indication de son orientation. Lorsque les côtés latéraux du cadre sont dans le sens même du méridien, on peut se contenter d'écrire le mot *Nord* en haut, près du bord supérieur du cadre. Si les côtés du cadre ne sont pas exactement orientés, il faut dessiner sur une partie de la carte peu chargée de détails une rose d'orientation; on a d'ailleurs la facilité de choisir pour le haut de la carte la partie qui se rapproche le plus de la direction du Nord. C'est au-dessus de ce bord du cadre que l'on écrit le *titre*, s'il y a lieu.

Titre.

Carreaux modules.

Toute carte *exacte* doit aussi être couverte d'un réseau de carreaux de 10 centimètres de côté, tracés en lignes rouges fines et que l'on oriente généralement du Nord au Sud et de l'Est à l'Ouest. Ces *carreaux modules* servent à indiquer à chaque instant les modifications que produisent sur l'échelle du dessin les variations du papier; il suffit en effet, pour cela, de constater les altérations subies par leurs propres dimensions, ce qui permet de rectifier les mesures que l'on veut prendre sur le plan.

Échelle.

Enfin chaque carte doit être accompagnée d'une échelle, portant comme titre le rapport qui existe entre les dimensions du dessin et celles du terrain, *échelle de* $\frac{1}{5000}$, par exemple. Ce titre est indépendant d'ailleurs de l'unité de mesure adoptée pour faire le lever. On ajoute quelquefois au titre principal des explications telles que celles-ci : *1 millimètre pour 5 mètres* ou *2 millimètres pour 10 mètres*, dans le but de faciliter l'emploi du double décimètre pour la recherche des dimensions que l'on veut mesurer sur la carte et transformer immédiatement en mètres.

Nous croyons devoir encore, en finissant, appeler l'attention sur la manière dont on doit diviser et chiffrer une échelle pour qu'elle soit d'un emploi exact et commode. Il faut qu'on puisse y prendre les dimensions d'une seule ouverture de compas. Il résulte de là que le corps de l'échelle doit être divisé en parties toutes égales entre elles, et que l'une de ces parties, reportée à gauche du zéro, doit être assez subdivisée pour que l'on puisse apprécier facilement ses fractions. Une échelle tracée comme celle de la figure 9 ne serait pas correcte, parce que l'on ne pourrait pas, par exemple, y prendre une longueur de 664 mètres d'une seule ouverture de compas. Il faut prendre pour modèle l'échelle de la figure 10.

CHAPITRE II.

DES CARTES LAVÉES À L'EFFET (PL. XII).

§ 1er. HISTORIQUE DU MODELÉ DU TERRAIN DANS LES CARTES TOPOGRAPHIQUES.

Insuffisance des cartes orométriques pour peindre les formes du terrain.

Les cartes orométriques dessinées d'après les conventions détaillées dans le chapitre précédent définissent le relief du sol par des sections horizontales qui ont plus ou moins de valeur au point de vue de la rigueur géométrique, suivant qu'elles résultent d'un nombre d'opérations exactes plus ou moins considérable. Elles suffisent aux ingénieurs pour l'étude de leurs projets, et quelquefois même par les teintes que produisent les courbes dans les parties roides, elles peignent passablement les formes du terrain. Mais, en général, elles ne parlent pas aux yeux, et pour pouvoir se rendre compte du relief, il faut qu'on les étudie de près, en comparant les cotes entre elles et en suivant la forme des courbes.

Nécessité d'un modelé à l'effet.

Aussi ce mode de représentation est-il insuffisant, dès que la carte est un peu étendue et dès que les accidents du sol y sont multipliés; car le sentiment du relief qu'il peut donner n'est pas assez saisissant non-seulement pour le public, mais même pour les personnes habituées à la topographie. D'ailleurs, dans la plupart des cas et à l'exception des plans à grande échelle, destinés à l'établissement des projets de fortification, chemins de fer ou autres ouvrages d'art, les sections horizontales qui servent à définir les formes du terrain n'ont, pour ainsi dire, aucune valeur géométrique[1]. Dans ces cartes, le plus souvent à petite échelle, qui embrassent par conséquent une grande surface et des accidents multipliés, non-seulement il serait impossible de se faire, d'un coup d'œil, une idée de l'ensemble, mais souvent même on aurait de la peine à comprendre les mouvements de terrain isolés, qu'on serait obligé d'étudier l'un après l'autre, sans qu'on puisse facilement établir de liaison entre eux[2].

[1] C'est précisément ce qui fait l'illusion de certaines personnes, qui tiennent, malgré tout, au figuré du terrain par sections horizontales équidistantes; elles attribuent à ces courbes une valeur géométrique qu'elles n'ont pas et qu'elles ne peuvent pas avoir. Par conséquent, il vaut mieux les remplacer par un figuré plus expressif.

[2] C'est ce qui a lieu, par exemple, d'une manière très-frappante pour les minutes au $\frac{1}{25000}$ et au

Il est donc nécessaire de peindre ces ondulations du sol d'une manière plus expressive : c'est ce que l'on obtient en faisant un modelé à l'effet.

Méthode italienne.

Nous avons déjà dit comment, dans l'ancienne topographie, les formes du terrain étaient peintes le plus souvent en demi-perspective, d'après certains principes artistiques qui régnèrent très-longtemps sous le nom de ***méthode italienne.***

Méthode employée dans la carte de Cassini.

Les auteurs de la carte de France de Cassini furent les premiers à tout exprimer méthodiquement par des projections horizontales. Dans cette carte, le figuré de terrain est obtenu par des hachures très-fines qui produisent des teintes dégradées depuis le sommet de la pente jusqu'à son pied. Le sommet de la pente est toujours systématiquement accusé, et même les pentes élevées sont divisées en plusieurs étages exprimés de la même manière, de telle sorte que, par le nombre de ces étages successifs, on pouvait presque juger des différences d'altitude des différentes parties de la carte.

Peinture artistique des formes.

Plus tard, vers la fin du siècle dernier et le commencement de celui-ci, des artistes habiles surent produire dans leurs cartes des effets saisissants, soit comme relief, soit comme expression de cultures. Ces cartes étaient de véritables aquarelles dans lesquelles, sans violer les lois de la projection horizontale, ils cherchaient à imiter la nature, en supprimant le trait, en employant les effets d'une lumière oblique qui éclairait la carte en venant de l'angle supérieur gauche du cadre, en faisant usage des ressources de la perspective aérienne, et enfin en imitant l'aspect des cultures. Cependant ils supprimaient les ombres portées et les surfaces horizontales étaient privées de teintes de modelé, tandis que toutes les pentes étaient teintées, même celles qui étaient directement opposées à la direction du rayon lumineux, de sorte que le dessin était en partie conventionnel et en partie artistique. Mais l'exécution de pareilles cartes exigeait le talent d'un véritable artiste, au courant de tous les secrets de l'art.

Méthode des hachures géométriques.

Cependant l'idée de définir la surface du sol par des sections horizontales, imaginée dès 1738 par le célèbre géographe Philippe Buache, sans parler même des tentatives antérieures du Hollandais Cruquius, puis développée trente ans plus tard par Ducarla, physicien de Genève, prenait chaque jour

$\frac{1}{50000}$ de la carte de Suisse. Bien que les courbes y aient été étudiées généralement avec un soin tout particulier, ces minutes sont presque illisibles à première vue et comme ensemble, alors pourtant que la carte gravée qui en résulte est certainement la plus belle et la plus lisible qui existe.

plus d'extension et était adoptée, en particulier, à l'école de Mézières, où les leçons de l'illustre Monge avaient tourné tous les esprits vers l'étude de la géométrie descriptive[1]. En suivant le même ordre d'idées, on songea bientôt que les hachures, qui n'avaient servi jusque-là qu'à figurer les accidents du terrain au goût des dessinateurs, pouvaient devenir des lignes géométriques aussi bien que les courbes horizontales.

Pour cela on les soumit à l'obligation d'être les projections horizontales des lignes de plus grande pente, c'est-à-dire qu'on s'astreignit à les tracer normalement aux sections horizontales; puis, poussé toujours par le même esprit géométrique, on voulut que les hachures pussent indiquer non-seulement la direction et la longueur, mais encore la roideur des pentes, et on fut amené à établir en principe que l'intensité des teintes formées par les hachures serait toujours en rapport avec la roideur des pentes. Cette loi était en opposition complète avec l'ancien usage, qui était de supposer le terrain éclairé par un faisceau de lumière tombant sous l'angle de 45 degrés, et revenait à y substituer l'hypothèse d'une atmosphère lumineuse projetant des rayons verticaux sur la surface du sol.

Lumière directe et lumière oblique.

Aussitôt s'établit une lutte entre les partisans du nouveau système, qui prit le nom de figuré à *lumière directe*, et ceux de l'ancien, caractérisé par l'hypothèse de la *lumière oblique*. Les premiers, ayant surtout en vue les cartes à grande échelle servant aux ingénieurs, étaient dominés par l'idée de la rigueur géométrique; les seconds, au contraire, envisageant surtout les cartes à petite échelle, levées souvent à vue, cherchaient avant tout à imiter la nature et trouvaient dans l'emploi d'un éclairage oblique des effets d'opposition propres à bien exprimer le relief.

Commissions topographiques de 1802 et de 1828.

Une commission de topographie, nommée en 1802 pour mettre de l'uniformité dans les conventions topographiques, approuva l'usage ancien de supposer le terrain éclairé obliquement, mais ne put faire accepter ses décisions par l'École d'application de l'artillerie et du génie, où l'on continua à figurer le terrain dans l'hypothèse de la lumière directe, tandis qu'à l'École polytechnique, par exemple, on adoptait l'hypothèse de la lumière oblique. Sur les réclamations soulevées par ce manque d'uniformité dans l'enseignement, le

[1] La théorie des horizontales et des lignes de plus grande pente était connue dès le milieu du siècle dernier par les officiers du corps royal du génie, et employée par eux pour indiquer la situation des plans inclinés, ainsi que le prouve un mémoire du lieutenant-colonel du génie Dubuat *Sur le Défilement*, qui remonte à 1768.

Ministre de la guerre consulta à ce sujet, en 1817, la commission de la carte de France, présidée par le marquis de Laplace, laquelle ne décida rien; et les choses restèrent dans le même état jusqu'à ce qu'une nouvelle commission, nommée en 1828, donnât raison définitivement au système de la lumière directe[1].

Comparaison des deux méthodes.

Il serait trop long de reproduire ici tous les détails de cette longue discussion, et nous nous contenterons d'indiquer les principaux avantages des deux systèmes. En employant la lumière verticale, toutes les pentes également inclinées sont également ombrées, de sorte que, s'il est difficile peut-être de distinguer degré par degré les différentes inclinaisons des pentes par la dégradation des teintes, on peut au moins faire sentir au premier coup d'œil que deux pentes sont égales, et que telle pente est plus ou moins roide que telle autre. Avec la lumière oblique, au contraire, l'intensité des teintes dépendant non-seulement de la roideur des pentes, mais encore de l'orientation des surfaces par rapport à la direction admise pour le rayon lumineux, on ne peut plus rien conclure de l'intensité des teintes relativement à la roideur des pentes. Mais, par contre, ce dernier système produit des effets beaucoup plus saisissants de relief, par les oppositions d'ombre et de lumière.

Ces deux modes d'éclairage des cartes sont purement conventionnels.

Il est à remarquer, du reste, que les règles qui président à l'application de ces deux systèmes sont purement conventionnelles. En effet, d'une part, en ce qui concerne l'hypothèse de la lumière verticale, le relief en plâtre d'un terrain qui serait éclairé et vu de face présenterait dans ses diverses pentes des teintes trop peu différentes les unes des autres pour que l'on pût sentir le relief. D'autre part, l'hypothèse de la lumière oblique n'est pas suivie dans toutes ses conséquences, d'abord parce qu'on supprime complétement les ombres portées, ensuite parce que les parties horizontales devraient être teintées, et les pentes directement opposées au rayon lumineux devraient rester blanches. Or il n'en est rien, puisque, d'après les conventions admises, les parties horizontales restent blanches absolument comme avec la lumière verticale, et toutes les pentes sont teintées plus ou moins selon leur orientation. De même aussi les teintes que l'on applique sur les pentes, proportionnellement à leur roideur dans l'hypothèse de la lumière directe, sont beaucoup plus intenses qu'elles ne devraient l'être. Quand nous parlerons dorénavant de lu-

[1] C'est à tort qu'on désigne souvent ce système sous le nom de *méthode allemande*, car, avant que les Allemands l'adoptassent pour certaines cartes, ce principe était suivi à l'*École du génie de Mézières*, et il avait servi de base à l'exécution de la *Carte* dite *des chasses*, commencée en 1764.

mière oblique et de lumière verticale, il faudra donc prendre ces expressions au point de vue purement conventionnel que nous venons d'indiquer.

Inconvénients de la lumière directe dans les pays de montagnes.

Quoi qu'il en soit, c'est le principe de l'éclairage direct qui a été adopté dans presque toute l'Europe[1]. Il donne dans les pays de plateaux déchiquetés par des vallons des effets très-lisibles et convient aussi pour les pays de collines ne présentant que des ondulations peu accentuées. Mais dans les pays de montagnes, où les différents versants sont séparés souvent par de simples arêtes, ou des gouttières étroites, il produit des résultats presque illisibles. En effet, les arêtes et les gouttières ne peuvent pas être assez accusées ni rendues assez sensibles pour faire comprendre que les deux teintes foncées qu'elles séparent appartiennent à deux versants, dont les orientations sont opposées, ou bien on est conduit à exagérer la largeur de ces lignes de séparation, ce qui dénature complétement la physionomie du pays que l'on veut représenter. De plus les pentes sont tellement roides, relativement à celles des pays de collines, que, lors même que l'on modère l'intensité des teintes qui les représentent, la carte se trouve couverte d'une teinte noire foncée presque uniforme, veinée de gris, de telle sorte que les formes du terrain sont très-peu lisibles. Tous ces inconvénients se présentent d'une manière très-frappante dans certaines feuilles de la carte de France du Dépôt de la guerre, dans la région des Pyrénées et des Alpes.

Carte de Suisse en lumière oblique.

Le général Dufour, dans la carte de Suisse dont il a dirigé l'exécution, a eu le courage de s'écarter de l'usage général et d'employer franchement la lumière oblique dans l'exécution du modelé par des hachures appuyées sur le tracé des sections horizontales. La carte qu'il a ainsi obtenue est si claire, si lisible, elle donne un sentiment du relief si saisissant, qu'elle a produit une réaction en faveur de la lumière oblique appliquée aux pays de montagnes. D'ailleurs l'exemple de cette carte si remarquable prouve que l'on peut, sans inconvénient, employer dans une même carte les deux modes d'éclairage; on réserve la lumière oblique pour modeler les pays de hautes montagnes présentant des arêtes étroites et souvent presque aiguës, et on revient à la lumière directe pour modeler les pays de plateaux ou de collines, le passage de l'un de ces modes de représentation à l'autre se faisant par une transition insensible, sans qu'il en résulte rien de choquant pour l'œil.

[1] Sauf pour la représentation du rivage sur les cartes hydrographiques, où l'on n'a pas d'autre but que de bien faire sentir les formes du sol aux marins qui s'approchent des côtes.

On doit savoir combiner les deux systèmes.

En résumé, nous croyons donc qu'il ne faut pas s'attacher à un système d'une manière trop absolue. Les deux systèmes qui sont en présence ont, en effet, chacun leurs avantages et leurs inconvénients, ainsi que le prouvent du reste les objections qui ont été faites de tout temps pour ou contre. Par conséquent, il faut savoir choisir soit la lumière oblique, soit la lumière directe, suivant la nature plus ou moins accidentée du terrain que l'on veut modeler, et ne pas craindre même de les employer concurremment dans la même carte, lorsqu'on en éprouvera le besoin.

Cependant, comme le modelé dit *à lumière directe* est encore le seul réglementaire pour nous, nous étudierons surtout les méthodes qui s'y rapportent; mais nous indiquerons ensuite comment les mêmes méthodes pourraient être appliquées dans l'hypothèse de la lumière oblique.

Différentes manières d'obtenir le modelé.

On exécute le figuré du terrain sur les cartes de trois manières différentes : 1° à l'aide de teintes au pinceau associées ou non à des sections horizontales trop espacées pour produire elles-mêmes des teintes d'intensité suffisante; 2° à l'aide de hachures à la plume dirigées suivant les lignes de plus grande pente : 3° à l'aide de sections horizontales à équidistance très-faible, formant comme des sortes de hachures horizontales faisant teintes.

Nous étudierons successivement ces trois procédés, en nous appesantissant particulièrement sur le premier, qui convient surtout aux cartes manuscrites.

§ 2. Lavis à lumière directe. — Principes du modelé.

Principe du modelé à lumière directe.

Le principe général du modelé à lumière directe est, comme nous l'avons déjà dit, que l'intensité des teintes doit être proportionnée à la roideur des pentes. Cela implique comme conséquence immédiate, pour la vérité de l'expression, que, sur toute la carte, les pentes de même roideur soient représentées par des teintes de même intensité. Il faut, en outre, que la loi d'intensité des teintes soit convenablement établie, pour permettre de modeler d'une manière claire les différentes inclinaisons que le terrain peut présenter, sans tomber dans l'exagération dans un sens ou dans l'autre. Enfin, pour que des cartes lavées par des dessinateurs différents puissent être comparables et puissent, pour ainsi dire, se raccorder, il importe que cette loi soit identique pour tous.

Nécessité d'un diapason.

De là la nécessité d'un *diapason* qui règle d'une manière uniforme l'exécution du lavis des cartes à l'effet. Nous allons décrire celui qui est suivi depuis 1845 à l'École d'application, et qui donne des résultats satisfaisants.

Ce diapason comprend six teintes élémentaires qu'il faut superposer méthodiquement, comme nous le dirons tout à l'heure, pour obtenir sans hésitation le modelé du terrain. La bande inférieure de la figure 1 donne les échantillons de ces teintes; nous allons voir comment on les obtient.

Diapason de l'École d'application. Teintes élémentaires.

D'abord, la première case à gauche de cette bande est remplie d'une série de lignes noires parallèles, dont l'espacement est égal à la grosseur. Lorsqu'on éloigne suffisamment le papier de l'œil, on cesse de distinguer ces lignes les unes des autres, et l'on éprouve la sensation d'une teinte grise uniforme, dont l'intensité est indépendante de la distance de l'œil au papier tout aussi bien que de la grosseur des lignes noires; cette intensité ne dépend que de l'espacement de ces lignes, qui est égal à leur largeur. Cette teinte grise constitue ce qu'on appelle le *ton normal*. La teinte élémentaire n° 6 a été faite au pinceau par tâtonnements, de manière que son intensité paraisse être égale à celle du ton normal; on pourrait, par suite, la représenter par la formule *noir*$=$*blanc*, ou bien *noir*$=\frac{1}{2}$ ou $\frac{32}{64}$ de la surface.

Ton normal.

La teinte n° 5 a été obtenue en ajoutant dans le godet qui renferme la teinte n° 6 un volume d'eau égal au volume de cette teinte, de telle sorte que dans le même volume il y aura deux fois moins de particules colorantes. Par suite on peut représenter la teinte n° 5 par la formule *noir* ou $n=\frac{16}{64}$.

Manière d'obtenir les teintes élémentaires successives.

Les teintes n° 4, n° 3, n° 2, n° 1 se déduisent de même chacune de la précédente par l'addition d'un volume d'eau égal au leur, et elles peuvent, par conséquent, être représentées respectivement par les formules :

$$n=\frac{8}{64},\quad n=\frac{4}{64},\quad n=\frac{2}{64},\quad n=\frac{1}{64}.$$

Telle est la manière dont on obtient les échantillons de teintes de la bande inférieure du diapason. Voyons maintenant comment on a superposé les teintes pour obtenir la bande supérieure, qui doit indiquer l'échelle des tons qui expriment les pentes $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$. Les différentes cases de cette bande ont, d'ailleurs, chacune une longueur égale à la base de la pente correspondante, pour une hauteur verticale de 2 millimètres, ce qui est l'écartement des sections horizontales pour une équidistance graphique de 2 millimètres. Elles sont, en outre, subdivisées en parties plus petites correspondant aux équidistances de 1 millimètre, $\frac{1}{2}$ millimètre, $\frac{2}{5}$ de millimètre et $\frac{1}{4}$ de millimètre.

Échelle des tons correspondant à diverses pentes.

On a commencé par étendre la teinte n° 1 sur toutes les pentes du diapason. C'est la teinte qui correspond à la pente $\frac{1}{64}$. Puis cette même teinte a été

Manière de l'obtenir.

étendue de nouveau sur la pente $\frac{1}{32}$ et les pentes plus roides, et, en doublant ainsi la teinte du $\frac{1}{64}$, on a obtenu celle du $\frac{1}{32}$. On a pu constater d'ailleurs que la teinte ainsi obtenue a une intensité sensiblement égale à celle de la teinte élémentaire n° 2. Si donc on prend cette teinte n° 2 pour l'étendre sur la pente du $\frac{1}{16}$ et les pentes plus roides, on obtiendra le ton du $\frac{1}{16}$, qui est double de celui du $\frac{1}{32}$ et équivalent à la teinte n° 3. Cette dernière teinte, posée à son tour sur le $\frac{1}{8}$ et les pentes plus roides, donnera le ton du $\frac{1}{8}$, et ainsi de suite, en doublant toujours l'intensité des teintes, en même temps que la roideur de la pente va aussi en doublant.

Nous avons ainsi une gamme de tons correspondant à un petit nombre de pentes déterminées; mais on conçoit facilement qu'en fondant chacune de ces teintes pour passer à la teinte immédiatement inférieure par degrés insensibles nous obtiendrions une série de tons exprimant toutes les pentes intermédiaires.

Application du diapason au modelé des cartes.

Voyons maintenant l'application de ce diapason au modelé des cartes.

Considérons un plan tangent au terrain, et dont l'inclinaison soit $\frac{1}{16}$, par exemple, et faisons mouvoir ce plan de telle sorte qu'il reste toujours tangent au terrain en conservant la même inclinaison. Dans chaque position, il aura un nouveau point de contact, qui sera, pour ainsi dire, le centre d'une facette élémentaire de la surface, dont la pente sera précisément $\frac{1}{16}$, et la série de ces points de contact donnera une courbe que l'on peut définir comme étant le lieu géométrique des éléments pour lesquels la pente est $\frac{1}{16}$. Par suite, tous les points de cette courbe devront recevoir la même teinte du diapason, celle qui correspond à la pente du $\frac{1}{16}$. Pour cette raison, nous l'appellerons *courbe d'égale teinte;* et comme, sur le terrain, les pentes varient généralement d'une manière continue, en passant d'une valeur à une autre par degrés insensibles, cette courbe jouira de cette propriété que les pentes seront ordinairement d'un côté plus roides et de l'autre plus douces que le $\frac{1}{16}$.

Courbes d'égales teintes. Leurs propriétés.

Si nous supposons alors la courbe d'égale teinte du $\frac{1}{32}$ tracée de la même manière sur le terrain, il y aura une certaine zone comprise entre ces deux courbes, et, à cause de la continuité de la forme, l'inclinaison du terrain variera graduellement dans cette zone depuis le $\frac{1}{16}$ jusqu'au $\frac{1}{32}$. La teinte correspondant à la courbe $\frac{1}{16}$, teinte n° 3 du diapason, devra donc se dégrader de même depuis la première courbe jusqu'à la seconde, de manière à n'avoir plus sur cette dernière que l'intensité qui correspond au $\frac{1}{32}$ ou à la teinte n° 2.

Manière

Supposons donc maintenant tracées sur une carte les courbes d'égales

teintes $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{1}$, et voyons comment nous pourrons modeler la carte sans hésitation, en superposant méthodiquement les teintes correspondantes du diapason. Pour cela, nous suivrons une marche analogue à celle qui nous a servi à faire l'échelle des tons du diapason pour les différentes pentes. Nous ferons d'abord une teinte à l'imitation de la teinte élémentaire n° 1, et nous l'étendrons sur les pentes plus roides que le $\frac{1}{64}$, en la dégradant depuis la courbe $\frac{1}{64}$ jusqu'à la pente zéro. Puis la même teinte sera étendue sur les pentes plus roides que le $\frac{1}{32}$, et dégradée depuis la courbe $\frac{1}{32}$ jusqu'à la courbe $\frac{1}{64}$. Une nouvelle teinte, faite à l'imitation de la teinte élémentaire n° 2, sera alors étendue sur les pentes plus roides que le $\frac{1}{16}$ et dégradée du $\frac{1}{16}$ au $\frac{1}{32}$, et ainsi de suite, toujours en doublant et en dégradant pour modeler les pentes intermédiaires. On aura soin, d'ailleurs, de dégrader les teintes plus ou moins rapidement d'une courbe d'égale teinte à l'autre, suivant que la variation des pentes sera elle-même plus ou moins rapide, et, comme la différence de deux teintes consécutives est assez faible, on obtiendra ainsi, sans hésitation, les tons qui correspondent aux diverses pentes. De plus, les mêmes pentes seront exprimées sur toute la carte par des teintes identiques et conformes à celles du diapason; par suite, le modelé sera vrai, exact et identique pour tous les dessinateurs.

de superposer sur la carte les teintes élémentaires du diapason.

Dans la pratique, la marche du travail n'est pas aussi simple que nous venons de l'exposer. Nous avons supposé, en effet, que les teintes devaient être étendues avec continuité sur toute la surface du dessin; or il n'en est pas ainsi, parce qu'on doit laisser en blanc les chemins et les routes. Cette décomposition du lavis en plusieurs parties indépendantes facilite en général le travail, en évitant au dessinateur d'avoir à conduire et à dégrader dans divers sens des teintes trop étendues; mais aussi parfois cela crée des difficultés sur lesquelles nous croyons devoir appeler l'attention.

Les chemins doivent rester blancs.

Par exemple, il peut arriver (fig. 2) qu'un chemin qui se trouve placé entre deux courbes d'égale teinte consécutives *a* et *b* arrête la dégradation de la teinte posée sur la courbe supérieure *b*, alors pourtant que la partie du terrain *c*, située à droite du chemin, présente des pentes notablement plus roides que celles de la courbe d'égale teinte inférieure *a*. Il est donc indispensable de venir poser après coup sur cette partie de la carte une teinte intermédiaire, que l'on dégradera de *c* en *a*; mais, pour pouvoir obtenir sans hésitation la teinte convenable, il est bon de savoir composer les tons qui corres-

Nécessité d'employer des teintes intermédiaires à celles du diapason.

pondent à des pentes intermédiaires à celles du diapason. Voici comment on y arrive.

Valeurs numériques des tons correspondant aux différentes pentes du diapason.

Reprenons les valeurs numériques que nous avons attribuées, dans la formation du diapason, aux teintes élémentaires nos 1, 2, 3, ..., et, en résumant la manière dont nous avons superposé ces teintes pour obtenir les différents tons correspondant aux pentes considérées dans le diapason, nous obtiendrons le tableau suivant :

VALEURS DES PENTES.	TEINTES ÉLÉMENTAIRES SUPERPOSÉES.							VALEUR DU TON OBTENU.
	N° 1. $n=$	N° 1. $n=$	N° 2. $n=$	N° 3. $n=$	N° 4. $n=$	N° 5. $n=$	N° 6. $n=$	$n=$
$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	....	....	....	....	....	....	$\frac{1}{64}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	....	....	....	....	....	$\frac{2}{64}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	....	....	....	....	$\frac{4}{64}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{4}{64}$	....	....	....	$\frac{8}{64}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{8}{64}$	....	....	$\frac{16}{64}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{8}{64}$	$\frac{16}{64}$	....	$\frac{32}{64}$
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{2}{64}$	$\frac{4}{64}$	$\frac{8}{64}$	$\frac{16}{64}$	$\frac{32}{64}$	$\frac{64}{64}$

La dernière colonne de ce tableau montre qu'en faisant la somme des valeurs numériques des teintes élémentaires qui par leur superposition produisent un ton quelconque du diapason, on obtient une fraction qui représente précisément la tangente trigonométrique de la pente correspondant à ce ton.

Moyen d'obtenir des tons intermédiaires.

Il résulte de là que, si, au lieu de superposer à la teinte de $\frac{1}{16}$, dont la valeur numérique est $n=\frac{1}{64}$, la teinte élémentaire n° 3, qui a la même valeur, pour obtenir le ton du $\frac{1}{8}$, nous superposons seulement la teinte n° 2, représentée par $n=\frac{2}{64}$, ou même la teinte n° 1, qui vaut $n=\frac{1}{64}$, nous obtiendrons les tons qui correspondent aux pentes $\frac{4}{64}+\frac{2}{64}=\frac{6}{64}$ ou $\frac{4}{64}+\frac{1}{64}=\frac{5}{64}$, tons intermédiaires entre le $\frac{1}{16}$ et le $\frac{1}{8}$. Nous aurons ainsi la possibilité d'obtenir des tons intermédiaires à ceux du diapason et ayant une valeur déterminée.

Signification qu'il faut attacher

Il faudrait bien se garder d'accorder à ces combinaisons de chiffres une valeur qu'elles sont loin d'avoir. Ce n'est en réalité qu'un moyen mnémonique

simple pour se guider dans la manière dont les teintes doivent être superposées pour produire le résultat que l'on veut obtenir; et les formules $n=\frac{1}{64}$, $n=\frac{1}{32}$, . . . ne donnent pas réellement la valeur de l'intensité des différentes teintes. Il ne faudrait pas, par exemple, conclure de là que la teinte du $\frac{1}{16}$ équivalente à la teinte élémentaire n° 3, que nous représentons par la formule $n=\frac{4}{64}$, pourrait être produite par des hachures noires couvrant les $\frac{4}{64}$ de la surface ou dont la largeur serait les $\frac{4}{64}$ de la distance qui les sépare d'axe en axe. Cela n'est pas exact, et pour s'en convaincre il suffit de considérer le ton qui correspond à la pente $\frac{1}{1}$; d'après sa valeur $n=\frac{64}{64}$, il devrait être d'un noir parfait, puisque le noir doit couvrir les $\frac{64}{64}$ de la surface, et pourtant il est très-éloigné d'avoir une intensité aussi considérable. aux valeurs numériques des tons.

On doit donc regarder ces nombres comme formant une série *parallèle* et non pas identique à celle qui exprimerait les intensités réelles. La connaissance de ces dernières nous importe peu pour l'exécution du lavis; il suffit que nous connaissions les valeurs relatives des différentes teintes employées, et c'est précisément là ce que nous donne l'échelle des tons du diapason, échelle dont l'emploi est beaucoup plus simple et plus commode.

Tels sont les principes du modelé au pinceau; mais, pour pouvoir les appliquer commodément, il faut savoir déterminer graphiquement les courbes d'égale teinte, et il faut ensuite prendre certaines précautions pratiques qui facilitent l'exécution du lavis. Nous allons étudier successivement ces deux questions.

§ 3. Lavis à lumière directe. — Détermination des courbes d'égales teintes.

Les formes du terrain n'étant pas susceptibles d'une définition géométrique complétement rigoureuse, nous ne pourrons pas non plus appliquer la géométrie pure à la recherche des courbes d'égale teinte. Nous opérerons par à peu près, par analogie; nous ferons, en un mot, de la *géométrie de sentiment,* genre de géométrie dont l'application est très-usuelle dans les opérations pratiques. Géométrie de sentiment.

Le plus généralement, les formes du terrain se composent de parties planes, plus ou moins ondulées, raccordées entre elles par des surfaces en forme de cylindre ou *cylindroïdales,* et quelquefois en forme de cône ou *conoïdales.* Puis on rencontre des *sommets en forme de dôme,* des dépressions nommées *encuvements,* et sur les lignes de faîte d'autres dépressions, en forme de selle, que l'on appelle des *ensellements* ou des *cols.* Nous allons étudier la recherche des courbes d'égale teinte dans ces différents cas. Formes du terrain.

Les profils du terrain présentent habituellement des courbes continues.

Considérons une ligne de plus grande pente continue, c'est-à-dire normale à plusieurs courbes horizontales successives, et faisons un profil par un cylindre vertical ayant cette ligne de plus grande pente pour directrice. Si l'on développe ce profil sur un plan (fig. 3 et 4), l'intersection du cylindre et de la surface du terrain se développera suivant une courbe continue qui ne présentera une inflexion qu'accidentellement, et qui généralement sera tout entière soit concave, soit convexe vers le centre de la terre. La pente de cette courbe varie par degrés insensibles d'un point au suivant, et donne la pente du plan tangent au terrain au point correspondant.

Valeur de la pente en un point du terrain.

Si nous considérons alors la portion de la courbe comprise entre deux points à cotes rondes successifs, *b* et *c*, on ne peut pas, en général, prendre la corde pour l'arc; mais si l'on mène une tangente à la courbe parallèle à la corde *bc*, le point de contact *t* se trouvera entre les deux ordonnées de *b* et de *c*, et ce point *t* sera d'autant plus voisin du point *m*, qui correspond à l'ordonnée équidistante de *b* et de *c*, et qui, en plan, se projette au milieu de *b'c'*, que la courbure du profil sera moins prononcée, ou, ce qui revient au même, que les pentes des cordes seront moins différentes dans les zones consécutives *ab*, *bc*, *cd*, etc. Or la valeur de ces pentes est mesurée précisément par la longueur des projections horizontales des cordes, c'est-à-dire par l'intervalle en plan des sections horizontales consécutives, intervalle mesuré normalement aux courbes.

Nous pouvons donc conclure de là que, quand les portions d'une ligne de plus grande pente qui sont comprises dans les zones consécutives formées par des sections horizontales équidistantes ne sont pas très-différentes, on peut attribuer, *sans erreur notable*, la pente de la corde au point du terrain qui se projette au milieu de cette corde.

Manière de trouver des points d'une courbe d'égale teinte.

Par conséquent, si l'équidistance est $\frac{1}{2}$ millimètre, pour trouver entre deux courbes données un point du terrain pour lequel le plan tangent est incliné au $\frac{1}{8}$ (fig. 3), il faudra chercher d'abord à intercaler entre les deux courbes une ligne de plus grande pente *ab*, égale à 4 millimètres, puis prendre le point milieu *m* de cette ligne. En opérant de la même manière dans les zones consécutives, on trouvera une série de points où les éléments de la surface ont la pente de $\frac{1}{8}$, et en les joignant entre eux, on aura la courbe d'égale teinte $\frac{1}{8}$, qui laissera d'un côté les parties plus roides et de l'autre les parties plus douces que le $\frac{1}{8}$.

Difficulté

Mais voici une difficulté qui se présente souvent. Les sections horizontales pré-

sentant la disposition de la figure 5, nous avons pu déterminer, de part et d'autre de la ligne de plus petite courbure *cc'*, une série de points m_1, m_2, m_3, m_4, ..., m'_1, m'_2, m'_3, m'_4, ... appartenant à la courbe d'égale teinte $\frac{1}{8}$. Puis nous arrivons à la zone 2, dans laquelle la plus petite ligne de plus grande pente *cd* a plus de 4 millimètres de longueur, ce qui prouve qu'au point *p*, milieu de *cd*, la pente du terrain est plus douce que le $\frac{1}{8}$. Mais comme, dans la zone inférieure 1, la ligne de plus grande pente *de* a moins de 4 millimètres de longueur, le point *n*, milieu de *de* correspond à une pente plus roide que le $\frac{1}{8}$. Par conséquent, en vertu de la loi de continuité, entre le point *n* et le point *p* il existe certainement un point où la pente est exactement $\frac{1}{8}$. C'est ce que le profil (fig. 6) nous montre encore mieux; car il est évident que, pour passer de la position *n* à la position *p*, la tangente à la courbe du profil prendra toutes les inclinaisons intermédiaires entre ces deux extrêmes. D'ailleurs les courbes d'égale teinte, servant à séparer les portions de la surface qui ont une pente plus roide de celles qui ont une pente plus douce, doivent forcément avoir de la continuité et ne peuvent pas rester en l'air.

qui se présente souvent.

Il résulte de toutes ces considérations qu'il y a forcément entre *n* et *p* un point de la courbe d'égale teinte $\frac{1}{8}$, et ce point *r* est évidemment plus rapproché de celui de ces deux éléments *n* et *p* dont la pente est plus voisine de la pente $\frac{1}{8}$. On peut d'ailleurs, dans la pratique, se contenter de marquer ce point *r* au sentiment.

La même difficulté se présente à la partie inférieure de la même figure, sur la ligne de plus grande pente *fgh*; nous pourrons y marquer par les mêmes considérations un point *s* appartenant à la courbe d'égale teinte $\frac{1}{8}$, et ces deux points *r* et *s* permettent de compléter le tracé de la courbe d'égale teinte $\frac{1}{8}$, laquelle enveloppe ici toutes les parties du terrain dont la pente est plus roide que le $\frac{1}{8}$.

Cas des surfaces cylindroïdales ou conoïdales.

Les explications que nous venons de donner donnent la solution des courbes d'égale teinte dans le cas où les sections horizontales sont peu divergentes, comme cela a lieu habituellement dans les surfaces peu ondulées. La question est plus compliquée pour les surfaces *cylindroïdales* et *conoïdales* à pentes douces.

Caractère géométrique de ces formes.

Les surfaces cylindroïdales, qui se rencontrent fréquemment dans les formes du terrain, ont pour caractère géométrique que les sections qui se succèdent présentent à peu près la même forme; elles sont comme le résultat du transport à peu près parallèle d'une même courbe qui ne se déformerait que très-légèrement en passant d'une position à la suivante (fig. 7).

Les surfaces conoïdales, moins fréquentes, présentent cet autre caractère géométrique que les sections successives sont à peu près semblables mais présentent un centre de similitude S (fig. 8). Elles résultent pour ainsi dire du transport à peu près parallèle d'une courbe de même forme qui serait dessinée à des échelles de plus en plus grandes à mesure qu'elle s'éloigne du centre de similitude.

Dans l'un ou l'autre cas, si l'on joint par des lignes continues les points homologues des sections, leurs *sommets* par exemple, en appelant ainsi les points où le rayon de courbure est un minimum, on obtient des lignes qui ont des courbures très-peu prononcées, non-seulement sur le plan, mais encore en réalité sur le terrain (fig. 7 et 8).

Surface planoïdale tangente.

Menons alors aux courbes consécutives d'une surface cylindroïdale, par exemple (fig. 9), des tangentes parallèles c_1t_1, c_2t_2, c_3t_3, etc. Ces tangentes seront les horizontales d'une surface *planoïdale* analogue au plan tangent du cylindre, et la ligne qui joindra les points de contact c_1, c_2, c_3,... des tangentes sera l'analogue de la génératrice de contact de la surface développable avec le plan tangent. Cette ligne $c_1c_2c_3$ s'éloignera donc peu de la forme rectiligne.

Ligne de contact.

Or nous avons vu plus haut que la pente moyenne de la surface planoïdale, résultant de l'écartement *ab* de deux sections horizontales consécutives c_1t_1 et c_2t_2, doit être attribuée au plan tangent à la surface suivant l'horizontale moyenne ML. La même pente doit être aussi attribuée sur le terrain au point I, intersection de cette horizontale et de la ligne des contacts $c_1c_2c_3$, car en ce point la pente du terrain et de la surface planoïdale est la même, puisque ces deux surfaces sont tangentes tout le long de la ligne de contact. Mais, à cause de la faible courbure de la ligne $c_1c_2c_3$, on peut, sans erreur sensible, prendre au lieu du point I le point M, milieu de la corde c_1c_2, comme celui pour lequel la pente du terrain est donnée par l'écartement *ab* des deux tangentes parallèles consécutives.

Nous arrivons donc à cette conclusion que, si nous menons deux tangentes parallèles à deux sections horizontales consécutives d'une surface cylindroïdale ou conoïdale, le milieu de la droite qui joint les points de contact correspond à un élément de la surface du terrain dont la pente est celle du plan défini par les deux tangentes.

Manière de trouver

Voici comment on peut faire l'application de cette conclusion à la recherche des courbes d'égale teinte. On découpe dans une feuille de papier une *cherche*

(fig. 10) présentant deux lignes AB et CD parallèles entre elles et dont l'écartement BC, perpendiculaire à leur direction, est celui qui convient à la pente dont on s'occupe; le milieu M de la droite BC est marqué par un point. On présente cette cherche sur le dessin, de telle sorte que les droites AB et CD soient tangentes en même temps à deux sections horizontales consécutives, et que les points de contact K_1 et K_2 paraissent équidistants de B et de C. Le point M représentera alors le milieu de la droite K_1K_2, et par conséquent ce point que l'on marquera sur le dessin, sera l'un des points de la courbe d'égale teinte cherchée. La même opération, répétée dans les zones successives, donnera une série de points M dont la réunion formera la courbe d'égale teinte.

un point d'une courbe d'égale teinte.

Il existe trois cas dans lesquels la surface du terrain présente un élément horizontal, qui par conséquent ne doit pas recevoir de teinte : 1° le cas d'un *sommet;* 2° le cas d'un *encuvement;* 3° le cas d'un *ensellement.* Dans le voisinage d'un point semblable, la pente, partant de zéro, va en augmentant progressivement à mesure qu'on s'en éloigne; par suite, les teintes du modelé doivent se dégrader tout autour, en approchant de ce point, qui doit rester blanc, et même, dans les trois cas, il convient d'accuser nettement l'horizontalité de l'élément de surface, en exagérant les dimensions de l'espace laissé blanc tout autour du point, afin que ce blanc soit bien visible.

Élément de surface horizontal. Sommet. Encuvement.

On conçoit sans peine que, dans le cas d'un sommet ou d'un encuvement, la limite de cet espace blanc et les courbes d'égale teinte successives doivent avoir des formes ovales, se rapprochant plus ou moins de l'ellipse; mais, dans le cas d'un ensellement, la question est un peu plus complexe, et nous allons l'étudier d'un peu plus près.

Courbes d'égales teintes ovales.

La forme de terrain qu'on appelle un *ensellement* présente, comme la selle ou comme la gorge d'une poulie, deux courbures en sens opposé, et on comprend sans peine qu'il existe sur cette surface un point P où le plan tangent est horizontal. Les sections faites par les plans verticaux passant par ce point ont, les unes leur concavité, les autres leur convexité tournée vers le ciel. D'après cela, on voit l'analogie qui existe entre cette forme du terrain et une surface géométrique bien connue, le *paraboloïde hyperbolique.* On peut concevoir alors, au point P, un paraboloïde hyperbolique à axe vertical, osculateur de la surface, et les propriétés géométriques de ce paraboloïde doivent s'appliquer à la surface du terrain dans le voisinage du point d'osculation P.

Ensellement.

Paraboloïde hyperbolique osculateur.

Rappelons donc celles de ces propriétés qui nous intéressent, pour en faire, par analogie, l'application au terrain.

Forme des sections horizontales.

1° Les plans horizontaux plus élevés que le point P (fig. 11) déterminent dans le paraboloïde des sections qui sont des hyperboles semblables entre elles et ayant pour asymptotes, en projection horizontale, deux droites qui ne sont autre chose que les deux génératrices rectilignes de la surface qui résultent de son intersection par le plan horizontal passant par le sommet P; ce plan est d'ailleurs tangent à la surface en ce point.

2° Les plans horizontaux moins élevés que le point P (fig. 11) donnent pour sections d'autres hyperboles qui ont les mêmes asymptotes que les précédentes, mais qui sont comprises dans les deux autres angles des génératrices rectilignes.

Asymptotes.

3° Les asymptotes communes sont donc des droites vers lesquelles convergent les sections horizontales supérieures et inférieures au point P, qui deviennent par conséquent de plus en plus anguleuses, à mesure que les plans qui les déterminent approchent davantage de ce point.

Par conséquent, en appliquant ces propriétés à la surface du terrain, nous voyons que, si le point P est à cote ronde, les sections horizontales qui passent par ce point ne devront pas être des courbes tangentes l'une à l'autre, comme on le fait souvent par erreur (fig. 12), mais bien des lignes sensiblement droites, qui se coupent en P et entre lesquelles viennent s'enchâsser les sections supérieures et inférieures, comme des hyperboles dans leurs asymptotes (fig. 11). Et si le point P n'est pas à cote ronde, il sera toujours utile de tracer les sections à la cote de ce point et de s'en servir comme guides pour donner aux sections à cotes rondes voisines les allures et les formes qui résultent de la propriété précédente, c'est-à-dire pour les faire d'autant plus pointues que leur cote s'approche davantage de celle du point P.

Les courbes d'égales teintes sont des ellipses sur le paraboloïde hyperbolique.

4° Si l'on cherche par le calcul l'équation de la courbe d'égale teinte ou d'égale pente sur le paraboloïde hyperbolique à axe vertical, on trouve que cette courbe a pour projection horizontale une ellipse.

Courbes ovales sur l'ensellement.

Nous en conclurons que, dans le voisinage du point P, on doit donner des formes ovales aux courbes d'égale teinte du terrain, tout aussi bien qu'à la ligne qui limite la surface blanche ménagée autour du point P (fig. 11).

C'est donc à tort que, sur les ensellements, certains dessinateurs prennent pour ligne de fin de pente (fig. 12) une sorte d'étoile à quatre pointes, qui indiquerait dans les pentes de la surface une discontinuité qui n'existe pas en réalité sur le terrain. Cette faute est la conséquence de la forme vicieuse et géométriquement absurde que les dessinateurs donnent ordinairement aux

courbes dans le voisinage du point P, en n'ayant pas égard aux conditions d'asymptotisme que nous avons montrées devoir exister.

Telles sont les considérations géométriques qui permettent de lever les difficultés que peut présenter la détermination des courbes d'égale teinte; nous allons voir d'ailleurs que, dans la pratique du modelé, on n'a pas besoin de chercher à les tracer avec une grande rigueur. Il faut surtout ne pas perdre de vue qu'une courbe d'égale teinte laisse d'un côté toutes les pentes plus roides et de l'autre toutes les pentes plus douces que celle à laquelle elle se rapporte, et que, sauf quelques cas particuliers, ces courbes doivent être continues et ne pas présenter de points de rebroussement.

§ 4. Précautions pratiques qui facilitent le modelé au pinceau.

Dans la pratique, il faudrait bien se garder de tracer au crayon sur la carte les courbes d'égales teintes, car le lavis fixerait le trait de crayon, ce qui nuirait à la continuité du modelé. On ne doit pas tracer les courbes d'égales teintes.

Une grande exactitude dans le tracé des courbes serait d'ailleurs superflue, car les teintes qui correspondent aux pentes de $\frac{1}{16}$ et $\frac{1}{15}$, par exemple, ne diffèrent pas assez l'une de l'autre pour qu'il y ait inconvénient à donner à la seconde pente la teinte de la première. Dans ces conditions, on peut, avec un peu d'habitude, arriver à suivre assez bien ces courbes à vue, sans détermination géométrique préalable, en présentant, de temps en temps, sur le dessin une *cherche* en papier, que l'on tient de la main gauche et qui montre l'écartement des sections horizontales correspondant à la teinte dont on s'occupe. Une grande rigueur n'est pas nécessaire.

Mais pour arriver à cette facilité d'exécution, il est nécessaire de pouvoir lire sans hésitation les formes du terrain, en ce qui concerne surtout la valeur des pentes. On y arrive assez rapidement, en déterminant géométriquement sur une feuille de papier calque un certain nombre de courbes d'égale teinte. Cette étude préliminaire permet bien vite, même aux commençants, de suivre sans hésitation les courbes d'égales teintes, en s'aidant seulement de la *cherche*.

D'ailleurs, il ne faut pas s'astreindre toujours à arrêter la teinte que l'on pose sur la courbe d'égale teinte correspondante; car, si la pente du terrain reste presque uniforme sur une certaine étendue au delà de cette courbe, on doit étendre sur cet espace la teinte qui théoriquement devrait s'arrêter à la courbe, et la dégradation ne commencerait qu'à partir de la ligne où la pente du terrain change assez rapidement. Manière de faire la dégradation des teintes.

Cette recommandation rentre du reste dans cette prescription plus générale que, dans les zones comprises entre deux courbes d'égale teinte successives, la dégradation doit être plus ou moins rapide, suivant que la pente du terrain varie elle-même plus ou moins rapidement.

Étude préliminaire du terrain à modeler.

Il importe aussi d'étudier à l'avance les formes du terrain que l'on veut modeler, et, en particulier, de savoir quelles sont les parties que l'on doit laisser blanches, afin de ne pas être exposé à des surprises au moment même où l'on étend les teintes.

Il n'est pas nécessaire de commencer par la teinte n° 1.

Dans la pratique du lavis, les teintes que l'on emploie sont faites à l'imitation de celles du diapason, et on les superpose méthodiquement, comme nous l'avons déjà expliqué. Mais il n'est pas indispensable de commencer toujours par la teinte élémentaire n° 1 : par exemple si, d'après la nature du terrain, on n'a à modeler que très-peu de pentes plus douces que le $\frac{1}{32}$, on pourra poser tout d'abord la teinte n° 2, qui correspond à cette pente du $\frac{1}{32}$, en ayant soin de la dégrader sur les pentes plus douces. On pourrait également commencer par la teinte n° 3, qui correspond à la pente de $\frac{1}{16}$, s'il y avait très-peu de pentes inférieures au $\frac{1}{16}$; mais il serait imprudent de commencer par la teinte du $\frac{1}{8}$; elle est déjà trop foncée et on s'exposerait à faire des taches. Quelle que soit d'ailleurs la teinte que l'on pose la première, il ne faut pas oublier que l'on doit toujours la superposer à elle-même, avant de prendre la teinte élémentaire suivante du diapason.

Les chemins, qui doivent rester blancs, décomposent la carte en îlots, qu'on lave successivement d'après les mêmes principes, ce qui facilite le travail, comme nous l'avons déjà dit. On peut aussi profiter de l'indépendance qui résulte de cette décomposition du travail, pour le rendre plus rapide, en commençant le lavis de certains îlots par la teinte du $\frac{1}{32}$ ou même du $\frac{1}{16}$, quand ils ne renferment pas de pentes plus douces, ainsi que nous l'avons dit tout à l'heure d'une manière générale pour toute la carte.

Manière de compléter le modelé par des tons intermédiaires.

Lorsque, dans un îlot, on a mis la teinte qui correspond à la dernière courbe d'égale teinte, il peut y avoir encore à modeler des pentes plus roides. Alors on fait usage des tons intermédiaires, dont nous avons déjà parlé, et au besoin on superpose deux fois, en la dégradant convenablement, la teinte qui donne ce ton intermédiaire, ce qui fait atteindre la vigueur du ton qui convient à la courbe d'égale teinte supérieure, laquelle pourrait se trouver à une très-petite distance au delà du chemin qui limite l'îlot considéré.

Les tons qui conviennent aux diverses pentes étant ainsi obtenus par la superposition de teintes faites à l'imitation des teintes élémentaires du diapason, il est indispensable de constater, au fur et à mesure de l'avancement du travail, si l'on a atteint réellement l'intensité voulue. Sinon, il faudrait, suivant le cas, diminuer ou augmenter l'intensité des teintes élémentaires suivantes, pour rentrer graduellement dans l'échelle de tons du diapason.

Vérification relative à l'intensité des tons obtenus.

Le modelé, tel que nous venons de l'expliquer, s'applique aux glacis de fortification, qui reçoivent sur chaque facette des teintes proportionnées à leur roideur sans dégradation de la teinte depuis la crête jusqu'au pied. Il n'y a que les talus des ouvrages d'art, et en général les talus accidentels, qui ne se lient pas à la forme du terrain, qui soient exprimés par des teintes légèrement dégradées.

Modelé des glacis de fortification. Talus des ouvrages d'art et accidentels.

Terminons par quelques prescriptions sur les précautions qu'exige le lavis, en général. Pour éviter les taches et pour effectuer facilement et avec la rapidité convenable la dégradation des teintes, il faut que le papier sur lequel on lave ne soit pas fatigué, et s'il paraît altéré d'une manière quelconque, il faut y répandre régulièrement une couche légère d'encollage. Avant de commencer le lavis, il importe aussi de jeter de l'eau sur le papier et même de le frotter légèrement avec une éponge, surtout si la feuille a été imprimée, comme c'est le cas pour les cartes d'étude faites à l'École; cette précaution a pour but de raviver jusqu'à un certain point le grain du papier écrasé par l'impression. Il faut d'ailleurs maintenir toujours le papier légèrement humide, pour que les teintes ne sèchent pas trop vite.

Précautions à prendre pour éviter les taches.

Si, malgré ces précautions, on fait encore des taches, il ne faut pas s'en effrayer outre mesure, car il est presque toujours possible de réparer les défauts d'un lavis. Les taches foncées s'enlèvent soit à l'éponge, soit en les frottant avec le doigt entouré d'un linge après les avoir mouillées; on fait pour cela dans un morceau de papier une ouverture de la forme de la tache. Quant aux parties trop pâles, on les corrige soit en les surchargeant à pinceau presque sec, ou, quand elles sont petites, au moyen d'un frottis de crayon n° 4.

Manière de corriger les taches.

On peut employer pour faire le lavis à l'effet soit l'encre de Chine, soit la sépia. Cette seconde couleur donne un figuré un peu moins froid que l'encre de Chine et par conséquent plus saisissant et plus expressif; mais elle a l'inconvénient de dénaturer les teintes conventionnelles que l'on peut avoir à superposer au modelé à l'effet.

Lavis à l'encre de Chine ou à la sépia.

§ 5. Lavis à lumière oblique — Principes du modelé.

Méthode de modelé à lumière oblique.

La méthode que nous allons exposer rapidement pour l'exécution du lavis à lumière oblique a été formulée en 1874 par M. le colonel Goulier, alors professeur de topographie à l'École d'application, d'après les essais qu'il a fait faire par M. Petitbon, capitaine du génie, son adjoint, et par M. Baur, professeur de dessin. Jusque-là, les quelques tentatives de lavis à lumière oblique qui avaient été faites n'avaient été basées sur aucune méthode géométrique, et avaient été livrées uniquement au goût et au sentiment artistique du dessinateur. Il était nécessaire, au point de vue de la facilité comme de l'uniformité de l'exécution, d'assujettir ce genre de lavis à des règles bien fixes, analogues à celles du lavis à lumière directe. C'est à quoi est arrivé M. le colonel Goulier, comme nous allons le voir.

Loi d'intensité des teintes suivant l'orientation des surfaces.

Considérons un cône droit à base circulaire et supposons le cadre du dessin orienté le nord en haut. En lumière directe, le cône serait exprimé par une teinte plate; le dessin serait par conséquent parfaitement illisible. En lumière oblique, au contraire, l'intensité de la teinte étant 1 pour la génératrice dirigée vers le nord-ouest, l'intensité est 2 pour celles qui sont dirigées au nord-est et au sud-ouest, et l'intensité est 4 vers le sud-est. Autrement dit, la partie de la surface qui est en pleine lumière, recevant un ton d'une certaine intensité, on double le ton pour les parties qui sont dans la demi-teinte et on le quadruple pour les portions qui sont complétement dans l'ombre, en passant, bien entendu, par tous les tons intermédiaires, par une dégradation convenable des teintes.

Telle est la loi d'intensités adoptée par M. le colonel Goulier; c'est du reste celle qui est assez bien observée dans la carte de la Suisse au $\frac{1}{100000}$, sur laquelle le modelé a été fait au sentiment, et dont l'effet est extrêmement satisfaisant. Voici comment on la réalise d'une manière simple et méthodique.

Manière simple et méthodique d'appliquer la méthode.

On fait d'abord un lavis à la lumière directe de toute la carte, d'après les principes que nous venons d'exposer, mais en abaissant le diapason d'un ton, afin de ne pas arriver à des teintes trop foncées. Par suite, les teintes élémentaires n°s 1, 2, 3, etc. expriment non plus les pentes $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{16}$, etc. mais bien les pentes $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$, etc.

On superpose à ce premier lavis un travail identique sur les pentes exposées aux régions nord-est, sud-est et sud-ouest, et en ayant soin de dégrader les teintes vers le nord-ouest. On obtient ainsi une intensité double sur toutes

les portions de la carte qui, d'après leur orientation, se trouvent dans la demi-teinte et dans l'ombre pure.

Enfin, à ce qui précède on superpose encore un modelé à lumière directe, fait avec *l'intensité normale* du diapason, mais seulement sur les pentes exposées au sud-est, et en le dégradant vers le nord-est et le sud-ouest. On arrive ainsi à obtenir pour les portions de la carte qui sont directement opposées au rayon lumineux des intensités de teintes quatre fois plus grandes que pour celles qui sont en pleine lumière. Ce résultat est atteint du reste sans hésitation et par une méthode tout à fait analogue à celle que nous avons développée pour le lavis à lumière directe.

Temps exigé pour ce travail.

L'ensemble du travail exige deux fois plus de temps qu'un lavis à lumière directe ordinaire. Quant à l'intensité de la carte, elle est *en moyenne* à peu près la même dans les deux modes de modelé.

Lavis à lumière directe en sépia. Demi-teintes et ombre en encre de Chine.

On peut employer, pour le lavis à lumière oblique, une seule couleur, soit l'encre de Chine, soit la sépia. Mais on obtient un effet plus brillant et plus saisissant si l'on emploie la seconde couleur pour le premier lavis à lumière directe, et de l'encre de Chine pour les travaux qu'on y superpose, c'est-à-dire pour produire les effets d'ombre et de demi-teinte.

Application au lavis de quatre feuilles minutes de la carte de Suisse.

Lorsque, comme dans les minutes de la carte de Suisse, on a distingué par des couleurs différentes des sections horizontales ou par un travail artistique particulier les parties couvertes de terre végétale, les surfaces rocheuses, les glaciers et les rochers escarpés, on peut même produire encore plus d'effet en adoptant également des teintes de diverses couleurs pour modeler ces diverses parties. C'est ce que M. le colonel Goulier a fait faire pour les quatre feuilles minutes au $\frac{1}{50000}$ qui comprennent le Saint-Gothard. Les parties couvertes de terre végétale ont été modelées avec de la sépia, les surfaces rocheuses avec de la teinte neutre, les rochers avec de la teinte neutre mélangée de terre de Sienne calcinée, et les glaciers avec du bleu de Prusse. Les effets d'ombre et de demi-teinte ont été obtenus, du reste, uniformément avec de l'encre de Chine.

Mais, pour les glaciers, afin d'éviter des tons trop crus, et pour se rapprocher des effets naturels, les teintes de bleu et d'encre de Chine ont été abaissées d'un ton au-dessous de ce qui a été fait pour les autres parties de la carte. Par conséquent, la teinte bleue n° 2, qui, en lumière directe, devrait exprimer la pente du $\frac{1}{32}$, a servi à modeler la pente du $\frac{1}{8}$ et ainsi de suite.

Nous avons tenu à citer l'exemple de cette carte ainsi modelée, parce que,

outre la sensation très-nette du relief, elle produit un effet très-clair, très-harmonieux et très-satisfaisant sous tous les rapports.

Effets de perspective aérienne.

Dans les lavis à l'effet, soit à lumière directe, soit à lumière oblique, on obtient un effet de perspective aérienne, en réchauffant les parties élevées par un léger glacis de terre de Sienne calcinée, que l'on dégrade sur les pentes, et en étendant dans les vallées et sur les parties basses un léger glacis de bleu de cobalt, que l'on dégrade également sur les pentes en remontant. On obtient encore un effet de perspective aérienne plus saisissant au moyen d'une teinte de blanc de gouache coloré légèrement par du bleu de cobalt, teinte que l'on pose dans les vallées en la dégradant le long de leurs berges.

CHAPITRE III.

DES CARTES MODELÉES PAR DES HACHURES (PL. XIII ET XIV).

§ 1er. GÉNÉRALITÉS SUR L'EMPLOI DES HACHURES POUR LE MODELÉ DES CARTES TOPOGRAPHIQUES.

But des développements donnés à cette partie du cours.

Bien que, d'après le programme du cours, il n'y ait qu'une seule leçon consacrée à la représentation géométrique et à la peinture des formes du terrain, nous avons cru devoir entrer dans les développements assez longs que renferment les deux chapitres précédents, parce qu'on ne trouve nulle part ces renseignements condensés pour ainsi dire de manière à former comme un corps de doctrine. C'est pour la même raison que nous avons consacré un chapitre spécial à l'étude du modelé par hachures, bien que les travaux d'application de cette nature ne fassent plus partie, depuis plusieurs années, de l'instruction de l'École d'application.

Utilité de l'étude du modelé par les hachures.

Il est certainement regrettable que, faute de temps, on ait été obligé de supprimer l'exécution des cartes d'étude avec hachures que l'on faisait autrefois, car il est difficile de nier l'utilité pratique d'un travail de ce genre. C'est d'abord un excellent moyen de s'exercer au dessin topographique à la plume; aucun exercice ne peut conduire plus rapidement à l'habileté manuelle que l'exécution des hachures, qui donne de la hardiesse et de la souplesse à la main, en la forçant à commencer et à discontinuer les traits à propos, et à leur donner une courbure et un espacement convenables.

Mais le résultat le plus important d'un pareil travail est d'obliger le commençant à analyser les formes du terrain, à se rendre compte des relations qui lient ces formes aux sections horizontales ou aux hachures qui les représentent, et, par suite, de le familiariser avec la lecture des cartes représentées soit par des courbes horizontales, soit par des hachures.

Enfin, bien que l'emploi des hachures pour le figuré du terrain soit surtout réservé aux cartes gravées, cependant c'est souvent le moyen le meilleur et le plus expéditif de donner une idée nette et saisissante d'un terrain dont on fait une reconnaissance rapide et à petite échelle. C'est d'ailleurs le procédé qu'on emploie à l'École même pour l'exécution du lever d'itinéraire, et bien qu'alors on n'ait pas besoin de s'astreindre aux méthodes régulières que nous allons ex-

poser, il n'en est pas moins vrai que la connaissance de ces méthodes doit faciliter considérablement le travail des hachures dans ces cartes levées à vue.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, dès qu'une carte représente des mouvements multipliés du sol, et c'est le cas habituel des cartes à petite échelle, les courbes horizontales, employées seules avec les équidistances ordinairement adoptées, ne font pas assez image pour que l'œil puisse saisir rapidement les relations qui existent entre les différentes parties de la carte, et il est nécessaire d'employer des teintes qui rendent ce relief plus sensible.

Avantages du modelé au pinceau pour les cartes manuscrites.

Nous avons vu comment on produit ces teintes avec le pinceau. Ce procédé donne d'assez bons résultats pour les cartes manuscrites; mais il a l'inconvénient de ne pas donner une idée bien nette du sens de la pente, de sorte qu'il est à peu près indispensable de conserver sous le lavis les sections horizontales qui complètent ainsi l'expression du figuré. Nous ajouterons même que cette double représentation est très-avantageuse pour les cartes à grande échelle et, en général, pour toutes celles dans lesquelles les courbes horizontales ont une valeur géométrique sérieuse; car, en même temps que le dessin parle aux yeux à l'aide du lavis à l'effet qui permet de lire l'ensemble du terrain, grâce aux sections horizontales qui restent apparentes sous le lavis on bénéficie des avantages des cartes orométriques.

Nécessité d'employer les hachures dans les cartes gravées.

Mais les procédés de la gravure ne se prêtent pas à ce mode de représentation; le graveur doit produire les teintes du modelé par des hachures plus ou moins grosses et plus ou moins serrées. On exécute ces hachures de deux manières principales. Dans la première, elles sont continues et ne sont autre chose que des sections horizontales correspondant à une équidistance très-faible. Dans la seconde, elles sont discontinues et dirigées suivant des lignes de plus grande pente. C'est d'après ces procédés que sont faites les cartes gravées, et naturellement les mêmes systèmes de modelé sont appliqués aussi aux cartes manuscrites qui servent de modèles au graveur.

Hachures horizontales. Leurs inconvénients.

Disons tout de suite que le procédé de modelé par hachures horizontales continues doit être rejeté d'une manière presque absolue. D'abord il est d'une exécution extrêmement laborieuse et exige une grande habileté et une grande sûreté de main, la moindre irrégularité dans la grosseur ou l'écartement des courbes produisant des nuances moirées très-désagréables à l'œil. Il serait peut-être acceptable à la rigueur pour des cartes gravées à très-petite échelle (de $\frac{1}{50000}$ à $\frac{1}{200000}$), qui correspondent à des terrains peu chargés de détails to-

pographiques (chemins, sentiers, etc.) et où, par conséquent, les traits des courbes ne sont pas exposés, comme dans les pays sillonnés de nombreuses voies de communication, à se confondre avec les traits qui expriment des chemins le plus souvent peu inclinés. Mais, dans ces cartes, la continuité des lignes qui produisent le modelé fatigue l'œil par une sorte de papillotage. D'ailleurs, pour ces cartes dessinées à vue, les courbes n'ont aucune signification géométrique, mais constituent seulement un moyen d'obtenir le figuré du terrain par des teintes plus ou moins foncées, à l'aide de lignes plus ou moins grosses ou serrées, dirigées *au sentiment* suivant des sections horizontales. Par suite, il est probable que les applications de ce genre de modelé seront de plus en plus restreintes. On conservera, pour les cartes manuscrites, les courbes avec les teintes au pinceau, et pour les cartes gravées, dans lesquelles les procédés actuels ne permettent pas de reproduire facilement les teintes du lavis, on emploiera le système des hachures dirigées suivant les lignes de plus grande pente.

Hachures dirigées suivant les lignes de plus grande pente. Avantages de ce système.

C'est d'ailleurs le système qui a été adopté généralement pour les cartes gravées exécutées en Europe. Il a l'avantage de donner une expression très-claire des formes du terrain, en faisant connaître immédiatement la direction des pentes, et il se rapproche, jusqu'à un certain point, des effets naturels; car les hachures que l'on trace sur la carte sont une extension des lignes qui sont produites sur les pentes un peu accusées soit par les sillons creusés par les eaux pluviales, soit par les limites de propriétés qui sont alors dirigées assez habituellement suivant les lignes de plus grande pente. D'ailleurs, comme les hachures sont exécutées, ainsi que nous le verrons plus loin, par zones indépendantes entre les sections horizontales qui leur servent de guide, ces courbes, qui n'ont dû être tracées qu'au crayon, restent néanmoins assez apparentes pour qu'on puisse à la rigueur les restituer, au moins aux grandes échelles. Enfin, la discontinuité de ces hachures présente cet avantage qu'elles peuvent exister concurremment avec les détails topographiques et les écritures, sans trop embrouiller les uns et les autres. Tels sont les principaux avantages de ce système de modelé, et, puisque la plupart des cartes que l'on aura à consulter sont exécutées de cette manière, il est bon, pour apprendre à les lire, de connaître au moins les principes qui servent de base au tracé des hachures. Tel est, à défaut d'exercice pratique, le but des développements dans lesquels nous allons entrer.

§ 2. PRINCIPES GÉOMÉTRIQUES DES FORMES DU TERRAIN (PL. XIII).

Avant de nous occuper de l'exécution même des hachures, il est nécessaire d'étudier les principales formes que le terrain peut présenter, afin d'arriver à tracer sans hésitation les lignes de plus grande pente.

Continuité des formes du terrain. Exceptions dans le cas d'une arête et dans le cas d'un ensellement.

Si l'on excepte le cas des rochers verticaux ou en surplomb, les projections des diverses courbes horizontales ne peuvent pas se rencontrer. Ce sont, en général, des lignes à courbures continues, excepté quand elles passent sur une *arête* ou une *gouttière* anguleuse aa' (fig. 1), cas dans lequel elles forment un angle nettement accusé. Il faut aussi faire une exception pour les courbes déterminées par les surfaces de niveau tangentes à un *ensellement* (fig. 3), courbes qui, nous l'avons vu, semblent se couper, mais qui ne sont en réalité que la limite vers laquelle convergent des courbes à convexités opposées.

Étude des lignes de plus grande pente dans ces cas particuliers.

Quant aux lignes de plus grande pente, dont les éléments sont normaux tant en réalité qu'en projection horizontale aux sections horizontales successives, elles présenteront également des courbures continues, en exceptant aussi les cas que nous venons de signaler.

Dans le cas d'une arête saillante ou rentrante aa' (fig. 1), les lignes de plus grande pente $p_1p'_1$, $p_2p'_2$, $p_3p'_3$, etc. présenteront un *jarret* sur l'arête aa'.

Dans le cas d'un ensellement, il passe par l'élément horizontal P de la surface (fig. 3) quatre lignes de plus grande pente Pp_1, Pp_2, Pp_3 et Pp_4, qui sont perpendiculaires entre elles au point P.

Quand la ligne aa' (fig. 1) représente une arête saillante, la goutte d'eau qui tombe en un point g_1 de cette ligne se partage en deux parties qui coulent l'une suivant g_1p_1, l'autre suivant $g_1p'_1$. Mais quand $a'a$ représente une noue, les gouttes d'eau qui tombent en p_1, p_2, p_3, etc., p'_1, p'_2, p'_3, etc., suivent la direction des lignes de plus grande pente qui passent par ces points, jusqu'à ce qu'elles arrivent dans la gouttière $a'a$. Si, en y arrivant, elles n'ont pas de vitesse acquise, elles ne peuvent remonter sur la pente opposée, et elles coulent ensemble suivant la direction $a'a$.

Quand, au contraire, les deux surfaces situées de part et d'autre de l'arête aa' présentent la disposition de la figure 2, la goutte d'eau peut suivre d'une manière continue la ligne de plus grande pente $p_1g_1p'_1$, en changeant seulement de direction à sa rencontre avec aa', et cela, que l'arête soit saillante ou rentrante.

Ligne

La différence que nous venons de constater vient de ce que, dans le premier

cas (fig. 1), les deux parties d'une même section horizontale, situées à droite et à gauche de l'arête *aa'*, font toutes deux soit des angles aigus, soit des angles obtus avec cette dernière ligne. Par suite, les deux parties g_1p_1 et $g_1p'_1$ de la même ligne de plus grande pente ont, à partir de g_1, des pentes de même signe, toutes les deux ascendantes ou descendantes, ce qui fait que cette droite *aa'* est, suivant les cas, une *ligne de partage* ou une *ligne de réunion des eaux*. de partage.

Dans le second exemple, au contraire (fig. 2), les deux parties g_1p_1 et $g_1p'_1$ d'une même ligne de plus grande pente, faisant avec *ga* des angles dont l'un est aigu et l'autre obtus, ont à partir de g_1 des pentes de signes contraires, et alors la droite *aa'* n'est plus qu'une *ligne de changement de pente* sur une surface présentant une pente continue. Ligne de changement de pente.

Dans le cas de l'ensellement (fig. 3), la goutte de pluie qui tombe en p_1 suit la ligne de plus grande pente p_1P et descend jusqu'au point P, où la pente est nulle; mais comme ce point est culminant dans le sens du profil p_3Pp_4, cette goutte ne peut y séjourner et elle se divise en deux parties qui coulent séparément suivant les deux lignes de plus grande pente opposées Pp_3 et Pp_4. Il en est de même pour une goutte de pluie qui arrive en P en suivant la ligne de plus grande pente p_2P.

A part les exceptions que nous venons de signaler, les sections horizontales et les lignes de plus grande pente présentent de la continuité dans leur courbure; nous allons maintenant étudier les formes que ces lignes affectent dans les accidents principaux du terrain.

Considérons d'abord les dépressions ou *noues* à pente continue dans lesquelles se réunissent et coulent naturellement les eaux pluviales jusqu'au moment où elles se jettent dans un étang, dans un lac ou dans la mer. Suivant leur importance, ces noues s'appellent des *plis*, des *vallons*, des *vallées*. Étude des dépressions du terrain ou des noues.

Lorsque la section transversale de la noue présente un angle ouvert vers le ciel, et que son importance est d'ailleurs peu considérable, elle prend le nom de *ravine* ou *ravin* (fig. 4 et 5). Alors les deux surfaces V et V', dont les pentes sont opposées l'une à l'autre, se nomment les *versants*, et *aa'* la ligne de *thalweg* ou de *fil d'eau*. C'est la ligne qui joint d'une manière continue les angles des sections horizontales. Ravin. Thalweg.

Si, par une cause quelconque, il s'est produit dans la gouttière formée par les deux versants un comblement en forme de surface cylindroïdale, la section Vallon.

va présenter un profil concave vers le ciel (fig. 6), et on a ce qu'on appelle un *vallon*. En plan, les sections horizontales des deux versants ont habituellement des courbures peu prononcées (fig. 7); mais, à partir des deux limites *fp* et *f'p'* du comblement, leur direction change graduellement et elles présentent des rayons de courbure de plus en plus faibles, jusqu'à un certain point, situé à peu près au milieu de leur intervalle, et que nous appellerons le sommet de la section horizontale.

Ligne de plus grande pente à pente minimum.

En joignant les sommets de toutes les courbes horizontales, on obtient une ligne de plus grande pente qui jouit de la propriété d'avoir une inclinaison plus faible que toutes les lignes de plus grande pente voisines, ou, ce qui revient au même, qui est telle que les longueurs des parties comprises entre deux sections horizontales consécutives sont plus grandes que pour toute autre ligne de plus grande pente. C'est la ligne de *thalweg* ou de *fil d'eau*. Toutes les autres lignes de plus grande pente convergent très-rapidement vers la ligne à pente minimum, qui, au point de vue géométrique, joue par rapport à elles le rôle d'une asymptote. La convergence est habituellement si rapide, que les lignes de plus grande pente latérales viennent se confondre avec cette ligne à pente minimum, sur laquelle se réunissent, par conséquent, toutes les eaux qui tombent sur les deux versants.

Vallon à section concave.

Pour exprimer correctement, dans une carte avec courbes, la forme d'un vallon à section concave, il est indispensable, d'après cela, de chercher à reconnaître sur le terrain et de représenter au crayon sur la carte les deux lignes *fp* et *f'p'*, qui sont les pieds des berges planoïdales du vallon; puis on trace la ligne de fil d'eau *aa'*, qui correspond aux points les plus bas des sections transversales, et l'on marque sur ces trois lignes les points des sections, soit après les avoir déterminés directement, soit après s'être rendu compte de la dépression de la troisième ligne au-dessous des deux autres; enfin, on trace des courbes raccordant les sections des versants, en ayant soin de mettre leurs sommets sur la ligne de thalweg.

Vallon à fond plat.

Quelquefois, entre les deux lignes *fp* et *f'p'*, la section transversale du vallon présente une droite horizontale : alors le vallon est dit *à fond plat* (fig. 8). Son apparence est celle d'une rampe taillée dans le terrain, et sa forme est exprimée par des sections horizontales qui, sur les pieds des berges *fp* et *f'p'*, se retournent brusquement pour traverser le vallon suivant une droite perpendiculaire à sa direction générale. Dans ce cas, il n'y a pas, à proprement parler, de ligne de fil d'eau, ou plutôt elle est remplacée par la surface comprise entre les lignes

fp et *f'p'* tout entière, car les eaux pluviales qui tombent sur les deux versants tendent à se répandre en nappe uniforme sur tout le fond plat, le long duquel elles coulent ensuite comme sur une ligne de thalweg.

Dans ce cas, les lignes *fp, f'p'* sont nommées, avec juste raison, *lignes de fin de pente* (sous-entendu des berges), et, dans le cas du vallon concave, on peut encore leur conserver le même nom, quoiqu'elles y soient bien moins nettement accusées. Lignes de fin de pente.

Les berges des vallons dont nous venons de parler sont généralement des surfaces dont la courbure est peu prononcée dans le sens des horizontales. Et même, dans les terrains de nature uniforme, la courbure du profil est elle-même peu sensible, de sorte que les berges sont alors des surfaces planoïdales, qui ont pour caractère géométrique que les sections horizontales y sont presque rectilignes et y ont des écartements peu variables.

Mais lorsque la nature du terrain change, la pente devient plus ou moins douce; il se produit alors des *lignes de changement de pente,* soit horizontales soit inclinées, sur lesquelles la pente varie avec plus ou moins de rapidité. Cette circonstance et la convergence plus ou moins grande des lignes de plus grande pente, qui a pour effet d'augmenter ou de diminuer la force érosive des eaux pluviales, sont les deux causes principales qui accidentent les formes des berges des vallons. Lignes de changement de pente.

Entre deux vallons voisins, se trouve naturellement une surface bombée qui les sépare (fig. 9). Alors si par le point *c,* confluent de deux lignes de thalweg, on mène sur le massif intermédiaire une ligne de plus grande pente continue, *cp,* cette ligne est *la ligne de partage des eaux.* Ce nom lui vient de ce que les eaux pluviales se rendent dans l'un ou l'autre des deux thalwegs *cd* ou *cg,* suivant qu'elles tombent à droite ou à gauche de *cp.* Ligne de partage.

Pour des vallons ou vallées à fond plat, la ligne de partage doit partir de l'intersection du pied des berges et non du confluent même des cours d'eau qui coulent dans ces sortes de vallées.

Lorsqu'une ligne de partage sépare deux thalwegs presque parallèles, et qu'elle est peu inclinée (fig. 10), elle prend plus particulièrement le nom de *faîte,* par analogie avec le faîte d'une maison, qui sépare aussi les deux versants du toit. A l'inverse de ce qui a lieu pour un vallon, la section d'un faîte, normalement à la ligne de partage, est bombée vers le ciel. Mais il ne faudrait pas en conclure que, même lorsque la ligne de partage a une pente continue, Faîte.

un faîte ressemble à un vallon retourné, ou au moule pris sur cette dernière forme de terrain. Quoique le faîte ait été modelé, comme le vallon, par l'action continue des eaux pluviales, les formes de ces deux surfaces n'ont pas les mêmes caractères. Dans le cas d'un vallon, en effet, la convergence des eaux vers le thalweg leur a donné une force érosive considérable, qui a produit à la longue la continuité que l'on observe dans la pente des thalwegs. Sur les faîtes, au contraire, les eaux divergent et, par suite, leur action érosive est extrêmement faible. Aussi la section transversale d'un faîte présente-t-elle habituellement une courbure beaucoup moins prononcée que celle d'un vallon (fig. 11).

Cependant on rencontre assez souvent des faîtes inclinés ayant des formes cylindroïdales ou conoïdales, et, dans ce cas, la ligne de partage y est souvent, comme pour un thalweg, une ligne de plus grande pente à pente minimum, vers laquelle convergent toutes les lignes de plus grande pente voisines.

Sommet ou sommité.

Le plus souvent, une ligne de faîte n'a pas une pente continue; mais elle présente (fig. 12) des points culminants, tels que S, et des points bas, tels que P, points où sa tangente est horizontale. Dans le premier cas, en S, le terrain est convexe vers le ciel, non-seulement dans le sens de la ligne de faîte, mais encore dans la section transversale. Cest un *sommet* ou une *sommité*. Les sections horizontales constituent alors une série de courbes fermées autour du point S (fig. 12). Dans le second cas, en P, le terrain est encore convexe dans le sens du profil perpendiculaire au faîte; mais il est concave dans le sens du faîte. Il présente donc la forme d'un *ensellement,* et les sections horizontales ont des sommets qui sont opposés deux à deux et qui s'enchâssent, comme nous l'avons déjà dit, entre celles qui sont déterminées par la surface du niveau qui passe par P, comme des hyperboles dans leurs asymptotes.

Ensellement ou col.

Point de partage.

L'ensellement prend plus généralement le nom de *col;* les eaux qui tombent sur le faîte se réunissent sur ces dépressions, d'où elles s'écoulent ensuite à droite et à gauche en donnant généralement naissance, sur les deux versants, à deux plis ou vallons latéraux. Le point P, qui est le plus bas de la ligne de partage, est naturellement l'origine commune des deux lignes de fil d'eau de ces vallons, et ces lignes s'écartent de P, en suivant des directions perpendiculaires à la ligne de faîte [1]; ce point prend, par rapport à ces lignes, le nom de *point de partage*.

[1] On justifierait cette assertion en considérant le paraboloïde hyperbolique osculateur de la surface en P.

§ 3. Principes du tracé des lignes de plus grande pente (pl. XIII).

Maintenant que nous avons étudié les principales formes qu'un terrain peut présenter, au point de vue de leur représentation par des sections horizontales, voyons comment on peut y tracer les lignes de plus grande pente, qui devront servir de guide dans l'exécution des hachures.

Tracé d'une ligne de plus grande pente sur une surface cylindroïdale.

Lorsque, sur une surface cylindroïdale ou conoïdale inclinée, et en général sur les surfaces où les courbes divergent rapidement (fig. 13), on veut tracer une ligne de plus grande pente partant d'un point *a* d'une courbe pour aboutir à la courbe suivante, on éprouve une grande indécision, car les lignes ab_1, ab_2, ab_3, etc., et toutes les lignes analogues qui rencontrent normalement les deux sections consécutives, semblent répondre à la question. Mais cette indétermination n'est qu'apparente, et voici comment on peut la lever.

Nécessité des sections intercalaires et manière de les tracer.

Entre les sections horizontales données, on intercale un certain nombre d'autres sections, en satisfaisant à la loi de continuité des formes. Pour cela, traçons d'abord (fig. 14) l'asymptote des lignes de plus grande pente, c'est-à-dire la ligne AS, dont la pente est un minimum et qui doit passer, comme on sait, par les sommets des sections; si les courbes sont bien dessinées, le tracé de cette ligne ne présentera aucune indécision. Si, dans chaque zone, la pente pouvait être considérée comme uniforme, il suffirait, pour obtenir les points des sections intercalaires, de diviser en deux parties égales les segments de AS compris entre les courbes consécutives. Mais nous voyons que ces segments vont en augmentant progressivement de A vers S, ce qui prouve que la pente va en diminuant graduellement dans le même sens. Nous devons donc avoir égard à cette considération, en marquant les points des sections intercalaires, et les segments de AS formés par ces nouveaux points et ceux des courbes données doivent aller en augmentant progressivement de A vers S. Il est facile de se rendre compte que l'intercalation, faite d'après ce principe, ne présente presque pas d'indécision.

Nous tracerons ensuite les courbes CP et C′P′, marquant les limites de la surface cylindroïdale qui raccorde les deux portions de la surface où les sections se suivent à peu près parallèlement sans convergence sensible, et nous marquerons, comme précédemment, sur ces deux lignes des points intercalaires, en suivant pour leur écartement une loi de croissance ou de décroissance continue.

Dans la plupart des cas, les trois points ainsi obtenus pour chaque courbe

intercalaire suffiront pour qu'on puisse la tracer sans aucune indécision. Si pourtant on éprouvait encore de l'hésitation, on prendrait de nouveaux points sur des lignes telles que C″P″ et C‴P‴, intermédiaires entre CP et C′P′.

Dans chacune des nouvelles zones ainsi obtenues, on peut procéder de la même manière pour tracer d'autres courbes intercalaires et multiplier assez ces courbes pour que le tracé des lignes de plus grande pente ne présente plus aucune incertitude et pour que la valeur de la pente soit suffisamment définie en chaque point de ces lignes (fig. 15). Il faut, pour que cela ait lieu, que les segments interceptés sur une ligne de plus grande pente par les sections horizontales à équidistance réduite diffèrent peu les uns des autres; car nous avons vu dans le chapitre précédent qu'on pourra alors considérer la longueur de ces segments comme exprimant la valeur de la pente moyenne de l'élément correspondant.

Simplification du procédé d'intercalation. Avec un peu d'habitude, on arrive bientôt à simplifier le procédé d'intercalation que nous venons d'indiquer. On se contente, en général, de marquer les points sur l'asympote AS; on trace alors les intercalaires, à vue, sur les portions de la surface où les courbes sont sensiblement parallèles; puis on réunit les amorces ainsi obtenues par une courbe qui passe par le point marqué sur l'asymptote, en ayant la précaution de lui donner une forme intermédiaire entre celles des sections voisines. Autrement, si l'on cherchait seulement à subdiviser chaque zone en deux parties égales, on serait conduit inévitablement à faire la courbe intercalaire plus pointue que les autres, ce qui serait contraire à la loi de continuité, qui doit surtout servir de guide dans cette opération.

Tracé des lignes de plus grande pente près d'un col. Occupons-nous encore de la détermination des lignes de plus grande pente dans le voisinage d'un col (fig. 16). La ligne de partage F_1PF_2 et les deux lignes de thalweg PR et PR_2, qui naissent du point de partage, sont des lignes de plus grande pente à pente minimum, vers lesquelles convergent les lignes de plus grande pente voisines. Ces dernières viennent donc s'enchâsser dans les deux premières, comme des hyperboles dans leurs asymptotes, et elles deviennent par suite de plus en plus pointues, à mesure qu'elles approchent davantage du point P. Mais elles ne sont pas, comme les hyperboles, symétriques par rapport aux droites qui divisent en deux parties égales les angles F_1PR_1, R_1PF_2; elles ont leurs sommets sur les lignes qui représentent les sections horizontales du point de partage, lignes qui sont, comme on sait, les asymptotes des courbes horizontales dans le voisinage de ce point.

Il est toujours indispensable de tracer ces asymptotes, soit pour vérifier si la forme des sections voisines est convenable, soit pour faire convenablement l'intercalation d'une ou trois sections, quand on en sent le besoin pour compléter la définition de la surface, soit même pour tracer les lignes de plus grande pente sans autre guide que les sections données; les sections du point P qui contiennent les sommets de ces lignes de plus grande pente suffisent en effet très-souvent, avec la ligne de partage et les deux lignes de fil d'eau dont nous avons parlé, pour compléter leur détermination.

Telles sont les considérations sur les formes du terrain, soit au point de vue des sections horizontales, soit au point de vue des lignes de plus grande pente, dans lesquelles nous avons cru devoir entrer, avant de parler de leur application au modelé par les hachures.

§ 4. Principes du figuré du terrain au moyen des hachures.

Pour la régularité de l'exécution des cartes avec hachures, pour que les diverses feuilles d'un même travail exécutées par plusieurs dessinateurs puissent se raccorder, pour que l'œil enfin puisse s'habituer à juger la roideur de la pente par l'intensité de la teinte, il importe que le dessinateur soit guidé dans son travail par un diapason, donnant pour chaque échelle l'écartement et la grosseur des hachures qui doivent exprimer les diverses pentes. Il faut, de plus, qu'aux différentes échelles les hachures qui correspondent à une même pente donnent, lorsqu'elles sont vues à distance, la sensation de teintes d'une intensité constante.

Nécessité d'un diapason.

C'est, en effet, ce que l'on a cherché à obtenir dans les divers pays de l'Europe; mais les diapasons qui ont été adoptés diffèrent les uns des autres, soit pour la loi d'intensité, soit pour les lois relatives aux écartements des hachures.

En France, en particulier, on a adopté au Dépôt de la guerre une série de diapasons qui ont été combinés par M. Bonne, colonel des anciens ingénieurs-géographes. Dans cette série de diapasons, la loi d'intensité des teintes pour les diverses pentes est constante à chaque échelle; mais la finesse des hachures qui les produisent augmente à mesure que l'échelle devient plus petite. En ce qui concerne la loi d'écartement des hachures pour chaque échelle, le colonel Bonne semble s'être imposé la condition que, pour toutes les pentes, les hachures cessent d'être distinctes lorsqu'on les éloigne de l'œil de la même quantité.

Diapasons du colonel Bonne pour les cartes gravées.

Diapasons pour les cartes manuscrites.

Ces diapasons sont bien plus harmonieux, bien plus favorables au modelé[1] que ceux que les Allemands ont adoptés, et il semblerait naturel de les prendre pour guide dans l'exécution des hachures. Mais ils ont été exécutés surtout en vue de la gravure, et ils exigent pour les pentes douces un travail beaucoup trop fin et trop pénible pour les cartes manuscrites. Aussi suivrons-nous pour l'exécution des hachures une loi plus simple, au moins comme formule, et qui, adoptée par la commission mixte de 1828, a été prescrite par le Ministre de la guerre pour l'enseignement de la topographie dans les diverses Écoles militaires.

Principes de l'exécution du modelé avec hachures.

Voici, en ce qui concerne l'exécution des hachures, les décisions de cette commission de 1828, complétées par des prescriptions que l'usage a sanctionnées.

Quand on doit peindre le relief du terrain au moyen de hachures, les courbes horizontales sont tracées seulement au crayon; elles doivent avoir une équidistance constante sur toute la carte.

Les hachures sont dirigées suivant les lignes de plus grande pente. Elles s'exécutent par zones comprises entre deux sections horizontales consécutives. On doit conserver la trace de ces sections, et pour cela éviter que, d'une zone à l'autre, les hachures ne soient tracées dans le prolongement les unes des autres.

Les hachures ne traversent pas les routes ou les chemins; mais les amorces qui se trouvent de chaque côté de ces voies de communication doivent se faire suite, comme si le chemin avait été gratté après l'exécution d'un travail continu.

Les hachures doivent traverser les allées des jardins et des parcs et, en général, tout ce qui n'est pas consacré à la voie publique.

A moins que la continuité du dessin ne l'exige, le terrain dont la pente est inférieure à $\frac{1}{64}$ est considéré comme plat et ne reçoit pas de hachures.

Sur les pentes roides, tant que la surface du terrain contient de la terre végétale et est assez continue, c'est-à-dire jusqu'à la pente de 35 degrés ou $\frac{70}{100}$, on l'exprime par des hachures. Toutefois, lorsque le terrain présente des talus d'éboulement séparés par des ressauts nombreux de roc, il peut avoir une certaine continuité et de la végétation, quoique la pente dépasse parfois 45 degrés. Alors on l'exprime encore par des hachures; mais on laisse entre les zones

[1] Cependant ces diapasons n'ont pas été bien suivis dans l'exécution de la *Carte de France du Dépôt de la guerre*, en vue de laquelle ils avaient été composés. Voici ce qui a forcé de s'en écarter. La gravure de la carte de France a été commencée par les feuilles du Nord de la France, qui présentent des plaines à peine ondulées. Pour faire sentir convenablement ces légers mouvements de terrain, on a

consécutives de petits intervalles blancs que l'on remplit après coup de traits de plume horizontaux, qui rappellent les ressauts de roc.

Lois qui règlent l'écartement et la grosseur des hachures.

Entre les limites que nous venons d'indiquer, la grosseur et l'écartement des hachures sont fixés par les règles suivantes :

1° *Pour toutes les hachures qui, sur une pente uniforme, ont plus de 2 millimètres de longueur, la grosseur des traits est constante, et leur écartement égal au quart de leur longueur;*

2° *Pour les hachures qui ont moins de 2 millimètres de longueur, l'écartement d'axe en axe est constant et égal à $\frac{1}{2}$ millimètre, et la grosseur croît graduellement à mesure que la longueur diminue.*

Il résulte de ces deux lois, qui se raccordent entre elles, que l'intensité de la teinte formée par les hachures augmente à mesure que la pente devient plus roide, ce qui est le résultat auquel on veut arriver.

Lorsque la surface est irrégulière, comme le sont les rochers, on l'exprime par un travail artistique de hachures dirigées dans des sens divers et qui rappellent les facettes des rochers; chacune d'elles est séparée par des traits qui rappellent soit les arêtes saillantes, soit les anfractuosités du roc. Lorsque le roc est stratifié, on l'indique par de grosses hachures horizontales discontinues, et séparées en groupes par des traits verticaux.

L'équidistance de la carte est arbitraire. Inconvénients de cette disposition.

La commission de 1828 a laissé arbitraire l'équidistance de la carte. Il en résulte cet inconvénient que, pour une même carte à l'échelle de $\frac{1}{10000}$ par exemple, les mêmes pentes seront exprimées par des hachures dont les écartements avec l'équidistance de 10 mètres seront doubles de ceux que l'on aurait avec l'équidistance de 5 mètres. Nous remédierons en partie à ce manque d'unité regrettable, en adoptant pour les échelles de $\frac{1}{10000}$ et de $\frac{1}{20000}$ l'équidistance de 5 mètres, ce qui correspond à des équidistances graphiques de $\frac{1}{2}$ millimètre à la première échelle et de $\frac{1}{4}$ de millimètre à la seconde. A moins que l'on ait affaire à des pays de montagnes, ces équidistances sont très-convenables.

exagéré les tons du diapason, et cette exagération a été continuée dans les pays de collines qui sont venus après. En abordant la gravure des montagnes, on a cherché à rentrer dans les tons du diapason; mais, dans ces pays, les parties horizontales ou peu inclinées sont rares; les pentes opposées sont le plus souvent séparées par des arêtes vives, soit saillantes, soit rentrantes; aussi les cartes de ces pays sont-elles extrêmement foncées, et les teintes absorbent tellement les détails topographiques et les écritures, que l'on a pris le parti de baisser considérablement de ton les diapasons employés pour les pays de hautes montagnes. On y fait même de la perspective aérienne en dégradant les teintes des sommets aux pieds des pentes; encore n'est-on arrivé qu'à des cartes peu lisibles, ce qui tient aussi, il est vrai, au système d'éclairage qui a été suivi, ainsi que nous avons déjà eu occasion de le dire.

Grosseur des hachures.

La commission n'a pas précisé non plus la grosseur des hachures. Pour éviter de trop grandes discordances entre les différents dessinateurs, voici les conventions que nous adopterons. Les hachures des pentes douces doivent être un peu fortes au $\frac{1}{10000}$ et assez fines au $\frac{1}{20000}$. En ce qui concerne les pentes roides, la pente $\frac{1}{2}$ sera exprimée par des hachures dont l'écartement sera égal à la grosseur, de sorte que, dans la teinte qu'elles forment, il y aura autant de blanc que de noir, et la pente $\frac{1}{1}$ sera représentée par des hachures dont la grosseur sera double de l'intervalle blanc qui les sépare. Entre ces deux termes et celui qui correspond aux hachures fines de 2 millimètres de longueur, on graduera progressivement la grosseur au sentiment, leur écartement d'axe en axe restant constant, ainsi que nous l'avons dit plus haut.

§ 5. Pratique de l'exécution des hachures pour le modelé des cartes topographiques (pl. XIV).

Nous venons de voir quelles sont les règles à suivre dans l'exécution du figuré du terrain par le moyen de hachures; nous allons voir maintenant comment on applique ces règles dans la pratique.

Exécution des hachures par zones comprises entre les sections horizontales successives.

Nous avons dit que les hachures doivent être exécutées par zones entre deux sections horizontales consécutives. Il n'y a aucune difficulté si la pente est à peu près uniforme dans chaque zone et si elle varie peu de l'une d'elles à la suivante (fig. 1). Alors, en effet, si les sections ont en outre une courbure assez faible pour que la divergence ou la convergence des hachures soit peu sensible, on exécute le modelé en donnant aux hachures de milieu en milieu le quart de leur longueur, en supposant qu'il s'agisse de pentes douces, et les teintes des zones successives ne présentent pas de différences qui nuisent à la continuité du modelé.

Difficultés qui se présentent au point de vue de la continuité.

Mais il n'en est plus de même, dès que les largeurs des zones contiguës sont très-différentes (fig. 2), ou lorsque la forme des sections donne aux hachures une divergence très-prononcée (fig. 3). Alors, en effet, on obtient des teintes d'intensités très-différentes sur la limite commune à deux zones consécutives; il en résulte une discontinuité qui choque l'œil et qui est d'ailleurs en contradiction avec la continuité de la surface que l'on veut modeler.

Hachures intercalaires.

Pour obvier à cet inconvénient, on a recours à des hachures intercalaires, que l'on appuie généralement à l'une des sections, et que l'on arrête en pointe

effilée de manière à produire comme une teinte dégradée, qui sert à raccorder les teintes discordantes des deux zones consécutives. Voyons comment on peut tracer ces hachures intercalaires.

Supposons (fig. 4) que, dans une zone *b*, à pente assez douce, qui en suit une autre à pente roide *a*, on ait marqué en pointillé fin une ligne de changement brusque de pente. Cette ligne divise la zone en deux parties dont chacune doit être considérée comme ayant à peu près la pente de la zone adjacente. Par conséquent, après avoir exécuté dans ces deux zones adjacentes *a* et *c* les hachures qui leur conviennent, nous exprimerons les deux parties de la zone intermédiaire par des hachures se raccordant aussi bien que possible, comme grosseur et comme écartement, avec celles des zones adjacentes. Mais, pour que la ligne de changement de pente ne puisse pas être confondue avec une section horizontale, nous aurons soin que les hachures de la partie douce soient toujours le prolongement de celles de la partie foncée prises de deux en deux, de trois en trois ou de quatre en quatre, ces dernières étant aussi prolongées en pointe effilée de distance en distance, un peu au delà de la ligne de changement de pente, de manière à obtenir une dégradation de teinte convenable. Pour réussir ce genre de travail, il convient de commencer ces hachures sur la courbe qui limite la pente roide, et de les descendre vers la pente douce, en faisant successivement, comme dans la figure 4, une hachure longue, une hachure courte, une hachure effilée en pointe, une hachure courte, une hachure longue, etc.

Cas d'une ligne de changement brusque de pente, suivant une horizontale.

Lorsque le terrain ne présente que des variations de pente (fig. 5) accusées seulement par la variation d'écartement des sections horizontales, on décompose comme tout à l'heure, mais au sentiment, chaque zone en deux ou trois parties par des lignes de *changement de teinte,* auxquelles on arrête les hachures périodiquement, et en les effilant, de deux en deux, puis de quatre en quatre; on a soin, comme tout à l'heure, de commencer le travail du côté de la teinte foncée. La zone se trouve ainsi décomposée en plusieurs parties ayant des pentes et des teintes graduellement décroissantes. Par suite, l'écartement des hachures doit être, du côté de la teinte foncée, plus faible, et du côté de la teinte claire, plus fort que le quart de la largeur de la zone, car ce dernier écartement du quart exprimerait la pente de la zone en la supposant uniforme, pente qui serait forcément intermédiaire entre la plus roide et la plus douce de celles dans lesquelles on a décomposé la zone.

Cas de simples variations de pente.

Fin de pente adoucie.

Il peut arriver encore qu'à la suite d'une zone dont la pente est assez roide vienne immédiatement une autre zone dont la pente moyenne, résultant de l'écartement des sections horizontales, soit plus faible que $\frac{1}{64}$. Par conséquent, en vertu des conventions adoptées pour le figuré, cette pente n'étant plus exprimable, la zone ne devrait pas recevoir de hachures. Cependant, comme elle est contiguë à une autre relativement roide, il y a lieu de la considérer comme ayant une pente variable, et nous opérerons comme précédemment. Seulement, une des lignes de variation de pente auxquelles on a recours devient dans ce cas (fig. 6) une ligne de fin de pente, à laquelle s'arrêtent les hachures les plus espacées, de telle sorte que la courbe, qui n'a été tracée qu'au crayon, disparaît ensuite complétement, puisqu'elle n'est pas, comme les autres, indiquée par l'arrêt d'une série de hachures. Pour que la ligne de fin de pente ne puisse pas d'ailleurs être prise pour une section horizontale, on a soin de la tracer en pointillé fin.

Ce cas se présente parfois au pied des berges des vallées à fond plat. Mais, dans ces vallées, la pente longitudinale est si douce que le tracé des sections horizontales qui les traverse y présente une grande indétermination; il n'y a donc aucun inconvénient sérieux à laisser une indétermination analogue dans le figuré du terrain.

Lignes de fin de pente sur les sommets et les plateaux.

On prend de même, sur les sommets et sur les plateaux (fig. 10), des lignes de fin de pente, auxquelles on arrête les hachures, après une dégradation convenable, de manière qu'autour du point culminant il reste un espace blanc assez large pour bien accuser la présence de l'élément de surface horizontal.

Considérons maintenant les changements brusques et les variations progressives de pente suivant des lignes inclinées.

Arête vive.

Lorsque les sections horizontales successives présentent des jarrets nettement accentués, la ligne sur laquelle se fait le changement de direction est une arête, et si elle n'est pas tracée sur la carte avec courbe, il faut la tracer avant d'exécuter les hachures; car elle sépare les deux parties du dessin, sur lesquelles les directions des lignes de plus grande pente sont très-différentes, ainsi que les roideurs des pentes, en général. On modèle ensuite séparément chacune de ces surfaces, en arrêtant brusquement les hachures de part et d'autre sur l'arête elle-même (partie inférieure de la figure 7), sans chercher à adoucir le changement de pente, en prolongeant périodiquement sur la pente douce quelques-unes des hachures de la pente roide. La ligne sur laquelle on arrête

ainsi les hachures ne peut pas d'ailleurs être confondue avec les sections horizontales, à cause de son obliquité.

Dans les vallons à fond plat (fig. 10), on trouve au pied des berges des arêtes analogues, sur lesquelles les sections horizontales changent brusquement de direction. On arrête les hachures à ces lignes de pied de pente, et l'on ne trace aucune hachure dans le fond plat du vallon, d'une part, parce que sa largeur est généralement trop faible pour que l'on puisse y loger des hachures avec l'écartement convenable; d'autre part, parce que, si les hachures étaient possibles, on serait exposé, vu leur direction rectiligne continue, à les prendre pour des limites de détail. **Fins de pente dans les vallons à fond plat.**

Lorsque les arêtes sont plus ou moins arrondies, on peut tracer les limites de la surface cylindroïdale de raccordement des deux surfaces (partie supérieure de la figure 7) en joignant les limites des arcs qui raccordent les sections appartenant aux deux surfaces. Alors, en dehors de ces limites, on exécute les hachures comme nous venons de le dire; mais, entre ces deux lignes, on prolonge quelques-unes des hachures de la pente roide, de manière à obtenir le raccordement des surfaces par une dégradation convenable de teinte, comme nous allons l'expliquer pour les surfaces cylindroïdales des vallons à fond arrondi ou des faîtes. **Arête arrondie.**

Le modelé d'une surface cylindroïdale de ce genre est la plus grande difficulté que présente l'exécution des hachures. Voici comment il faut opérer : on commence (fig. 8) par tracer l'asymptote AA′ des lignes de plus grande pente et les limites de la surface cylindroïdale; ces dernières lignes s'obtiennent en joignant les points des sections, à partir desquels elles cessent franchement d'être parallèles. Puis on trace trois courbes intercalaires qui réduisent l'équidistance primitive au quart de sa valeur et qui, par conséquent, indiquent par leur écartement celui que doivent avoir les hachures en chaque point. Enfin on trace légèrement au crayon quelques lignes de plus grande pente continues, qui serviront de *directrices* pour l'exécution des hachures. **Modelé d'une surface cylindroïdale.**

Ces préparatifs étant faits, on exécute les hachures dans les zones roides et régulières des surfaces planoïdales qui forment les flancs de la surface cylindroïdale; on s'arrête lorsque les hachures touchent par une de leurs extrémités la limite de raccordement des deux surfaces. On obtient ainsi un travail en escalier. Puis on revient faire les hachures qui, partant de *bc* descendent vers *aa′* en se raccordant pour l'écartement avec celles de la zone *bcd;* mais on arrête **Lignes de changement de teinte.**

ces hachures de deux en deux et en les effilant à la ligne *ac*, pour ne les prolonger que de deux en deux jusqu'à la courbe *aa'*, de sorte que nous faisons alternativement une hachure courte et une hachure longue.

On s'arrête dès que, par suite de la tendance à la convergence, l'écartement des hachures longues tend à devenir plus faible que celui de la section horizontale *aa'* et de la section intercalaire voisine. On opère de même dans les zones *cde*, *efg*, etc. La ligne *aceg* a ainsi constitué une première ligne de changement de teinte.

On trace la ligne *a'c'e'g'*, qui passe par les extrémités des gradins formés par les hachures, et l'on continue le travail successivement dans chaque zone telle que *a'cc'*, en se raccordant toujours pour l'écartement avec les hachures qui aboutissent à *bcc'*. On arrête les hachures de deux en deux à la ligne *ace*. de deux en deux aussi à la ligne *a'c'*, et on ne les prolonge que de quatre en quatre jusqu'à la courbe *a'a"*, de sorte que le travail de hachures comprend successivement une hachure courte, une hachure longue, une hachure courte, une hachure très-longue, jusqu'à ce que, en arrivant au point *c*, les hachures courtes disparaissent. A partir de ce moment, les hachures s'arrêtent de deux en deux à la ligne *a'c'* et sont prolongées de deux en deux également jusqu'à la courbe *a'a"*, et ce travail, qui comporte alternativement une hachure longue et une hachure très-longue, s'arrête dès que deux des hachures très-longues forment une sorte de carré avec la section *aa'a"* et la section intercalaire voisine. La ligne *a'c'e'* est ainsi devenue une nouvelle ligne de changement de teinte.

En continuant ainsi, on fait de *a"c"e"* une nouvelle ligne de changement de teinte à laquelle on arrête encore de deux en deux les hachures qui dépassent la précédente, et ainsi de suite.

On obtient ainsi une dégradation convenable des teintes.

Par cet artifice, on passe donc de la teinte foncée des pentes latérales, qui sont roides, à la teinte très-claire qui doit exister dans le voisinage de l'asymptote, par l'intermédiaire d'une série de teintes graduellement décroissantes (fig. 8 et 10) et comprises entre les lignes *aceg*, *a'c'e'g'*, *a"c"e"g"*, etc. qui sont comme les génératrices de la surface cylindroïdale, de sorte que cet artifice de modelé revient presque à remplacer le cylindre par un prisme circonscrit.

Quand on approche de l'asymptote AA', on doit chercher à obtenir que les pointes des hachures situées à droite ou à gauche soient à peu près parallèles à AA' et qu'elles aient une certaine symétrie par rapport à cette ligne, en

même temps que l'écartement qui convient à la pente. On doit toujours éviter de tracer une hachure continue suivant l'asymptote, car, comme elle ne serait accompagnée d'aucune ligne analogue, on la prendrait inévitablement pour une ligne du trait de la carte, limite de culture ou sentier.

Lorsqu'il s'agit du fond d'un vallon étroit dont la surface cylindroïdale présente un faible rayon de courbure, il arrive souvent qu'on ne peut prendre qu'une seule ligne de changement de teinte de chaque côté du thalweg (fig. 10). Alors les hachures sont prolongées de deux en deux vers la ligne de thalweg, jusqu'à une distance de cette ligne telle que la teinte produite au fond du vallon ait l'intensité qui convient à sa pente. Il résulte de là que les hachures semblent aller couper leur asymptote, au lieu de tendre à lui être parallèles. C'est ce qui a lieu inévitablement dans l'expression des vallons sur les cartes à petite échelle : aussi a-t-on adopté cette disposition au Dépôt de la guerre, comme signe conventionnel pour distinguer les vallons des faîtes. Dans les premiers, on exagère souvent la convergence des hachures, tandis que sur les faîtes, même très-étroits et à très-faible rayon de courbure, on exagère le parallélisme des hachures à la ligne de faîte. Cas d'un vallon étroit.

Quelquefois un pli de terrain forme une noue peu profonde et de peu de largeur, qui s'est creusée dans une surface largement dessinée et à pente douce (fig. 9 et 10). On voit, en prolongeant les sections horizontales qui forment les flancs de la noue, que ces flancs ont une pente bien plus roide que le reste du terrain. Pour modeler convenablement cet accident, il faut d'abord limiter par deux lignes sensiblement parallèles au thalweg les deux berges du pli, qui forment des surfaces planoïdales. On exécute alors entre ces deux lignes, avec la direction et l'écartement convenables, les hachures qui expriment la pente de ces berges, c'est-à-dire que l'écartement doit être égal au quart de la distance des sections prolongées et la direction normale à ces sections. Puis on prolonge ces hachures de deux en deux vers le thalweg et aussi dans le sens opposé, en prenant des lignes de changement de teinte en nombre suffisant pour arriver par une dégradation convenable à la teinte de la surface générale du terrain. On voit alors que, dans ce cas, il y a des hachures qui ne s'appuient sur aucune des sections horizontales données. Modelé d'une ravine.

Le modelé des cols (fig. 10) se trouve compris implicitement dans celui des surfaces cylindroïdales; mais, en l'exécutant, il importe pour la clarté de laisser dans le voisinage du point de partage un espace blanc assez large pour bien Modelé d'un col.

accuser la présence de ce point, comme pour les sommets. Il importe aussi pour la beauté, de donner aux hachures une certaine symétrie par rapport aux quatre lignes de faîte et de thalweg qui aboutissent à ce point.

Résumé des principes du modelé.

Résumons maintenant en quelques mots les principes du modelé avec les hachures. On doit se préoccuper de trois choses principales : la direction, l'écartement et la grosseur des hachures. De plus, on doit songer à prendre des lignes de changement de teinte convenables, pour obtenir les dégradations de teinte résultant de la continuité des formes.

Voici d'ailleurs les principales précautions qui simplifieront l'exécution du travail :

Lignes de plus grande pente asymptotes.

1° Il faut tracer légèrement au crayon toutes les lignes de plus grande pente asymptotes; ce sont, comme on sait, celles dont la pente est un minimum.

Sections horizontales intercalaires.

2° Sur les surfaces cylindroïdales ou autres qui présentent de grandes variations dans la direction et la valeur de la pente, on doit intercaler trois sections intercalaires, en ayant égard à la loi de continuité.

Directrices des hachures.

3° Partout où les lignes de plus grande pente s'éloignent de la forme rectiligne, on doit en tracer, de distance en distance, quelques-unes qui serviront de directrices pour l'exécution des hachures.

Carrés donnant l'écartement des hachures.

4° On doit commencer le modelé par les zones qui présentent peu de variation dans la valeur de la pente, et, pour donner sans hésitation aux hachures l'écartement qui leur convient, on doit à l'avance tracer au crayon, de distance en distance, des groupes de quatre intervalles, obtenus en faisant, par deux lignes de plus grande pente et les éléments des sections sur lesquelles elles s'appuient, un carré, que l'on subdivise progressivement en deux puis en quatre rectangles égaux.

Lignes de changement de teinte.

5° Toutes les fois que les hachures exécutées sans intercalaires d'une section à la suivante conduiraient à des ressauts brusques dans les teintes des zones consécutives, on prend des lignes de changement de teinte qui permettent d'obtenir une dégradation convenable. Dans ce cas, il faut toujours avoir soin de commencer du côté de la zone foncée, en se raccordant avec elle tant pour la grosseur que pour l'écartement des hachures; mais on doit avoir égard en même temps à la pente de la zone suivante, avec laquelle on doit se raccorder aussi comme grosseur et comme écartement de hachures.

6° En prenant ces lignes de changement de teintes il faut chercher à établir la continuité d'une zone à la suivante, et, en particulier, pour les surfaces cylindroïdales, faire en sorte que ces lignes soient comme des génératrices de la surface. Établir la continuité des teintes.

7° Dans ce travail, il faut se hâter, surtout pour les faîtes, de prendre des lignes de changement de teinte plutôt trop éloignées que trop rapprochées du faîte; autrement, on pourrait être conduit à faire sur le faîte des hachures dont les prolongements sembleraient se couper, tandis qu'il vaut mieux exagérer le parallélisme. Exagérer le parallélisme des hachures sur les faîtes.

8°. Si la dégradation sur les lignes de changement de teinte ne paraît pas satisfaisante, on la complète par des coups de plume qui effilent les hachures intercalaires, ou par des points qui les prolongent en produisant un effet équivalent. Hachures effilées.

9° Si, après l'enlèvement du crayon avec la gomme, les courbes paraissent en blanc, il faut rétablir le trait avec un crayon un peu dur, pour faire disparaître la discontinuité désagréable de la teinte. Trait de crayon pour établir la continuité des teintes.

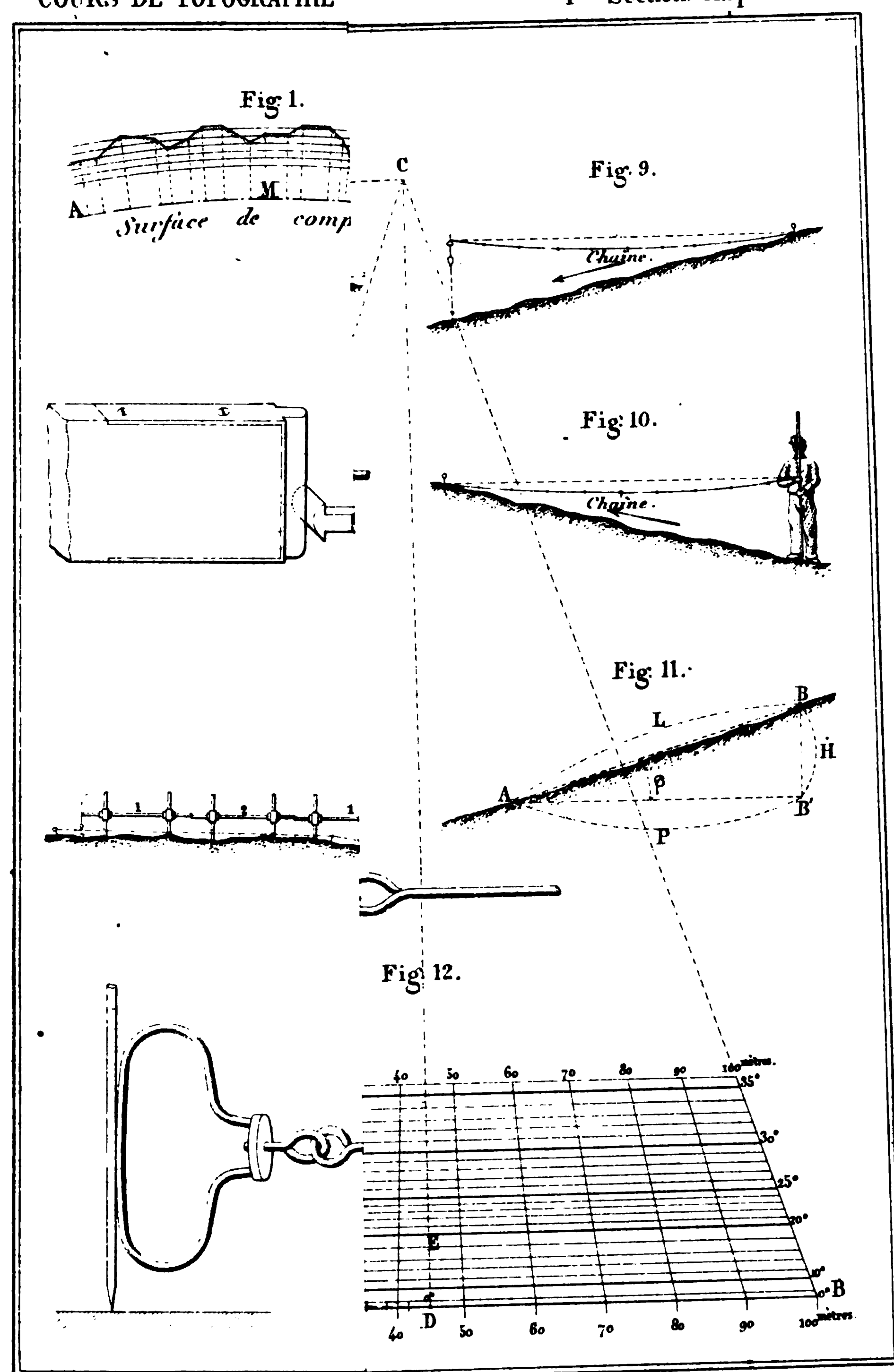
10° Si, par suite de maladresse dans l'exécution, les teintes présentent des taches ou des ressauts choquants pour l'œil, il faut enlever, en les grattant, les taches foncées résultant d'un trop grand rapprochement des hachures, et établir la continuité en fonçant, avec des traits d'un crayon dur dirigés dans le sens des hachures, toutes les taches qui paraissent trop pâles. Cet artifice, employé avec ménagement, est excellent et il permet de corriger bien des défauts, sans que l'on puisse s'en apercevoir, à moins d'une attention particulière; ce qui n'aurait pas lieu, si l'on voulait établir la continuité avec de l'encre de Chine mise au pinceau. Manière de corriger les taches.

Appelons enfin l'attention sur un détail de la mise à l'encre : c'est que le trait d'une carte à hachures doit être un peu plus fort que celui d'une carte avec courbes seulement, sans quoi les détails de la carte manqueraient de netteté et de clarté. On conçoit facilement que les hachures rendraient les détails topographiques illisibles, s'ils n'étaient pas faits avec une plume un peu grosse, si les haies, par exemple, avaient trop de largeur sans intensité et sans continuité. Il en est de même des petits talus formant des ressauts accidentels; les hachures qui les expriment doivent être grosses, et la crête du talus doit être indiquée par un trait assez fort, légèrement saccadé ou discontinu: Mise à l'encre du trait d'une carte à hachures.

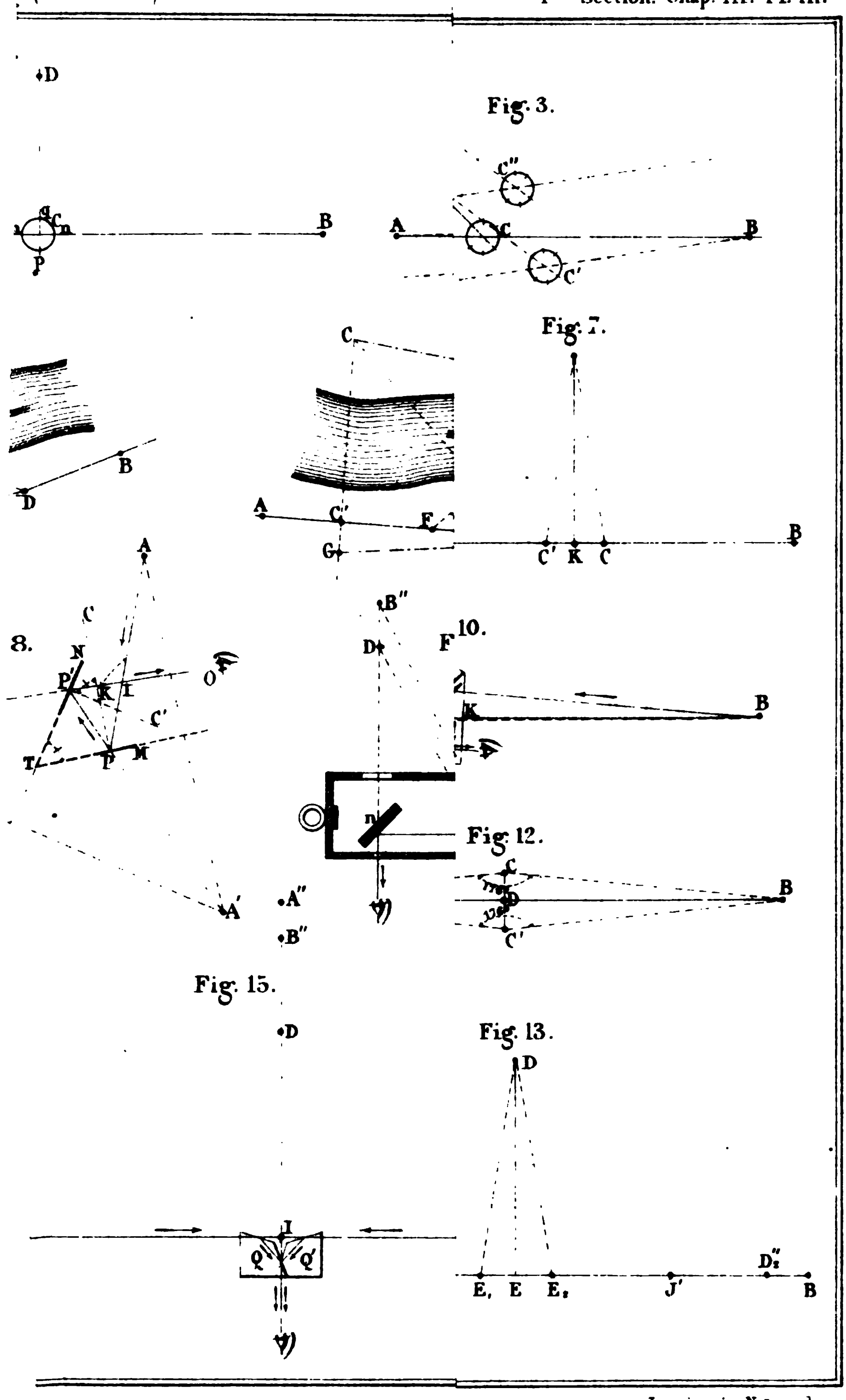
sans quoi le dessin de ces petits accidents ne serait pas en harmonie avec les hachures qui expriment le terrain, et, dans les pentes roides surtout, ces hachures absorberaient les talus accidentels, s'ils étaient dessinés par des traits fins, ou si ces traits, gros ou fins, formaient une teinte trop peu intense.

Hachures en ocre brune. Les hachures du modelé peuvent être exécutées à l'encre de Chine, mais on obtient un effet plus clair, plus saisissant, plus agréable à l'œil et plus satisfaisant sous tous les rapports, en employant l'ocre brune, ce qui permet aux détails topographiques de ressortir plus nettement sur le figuré de terrain.

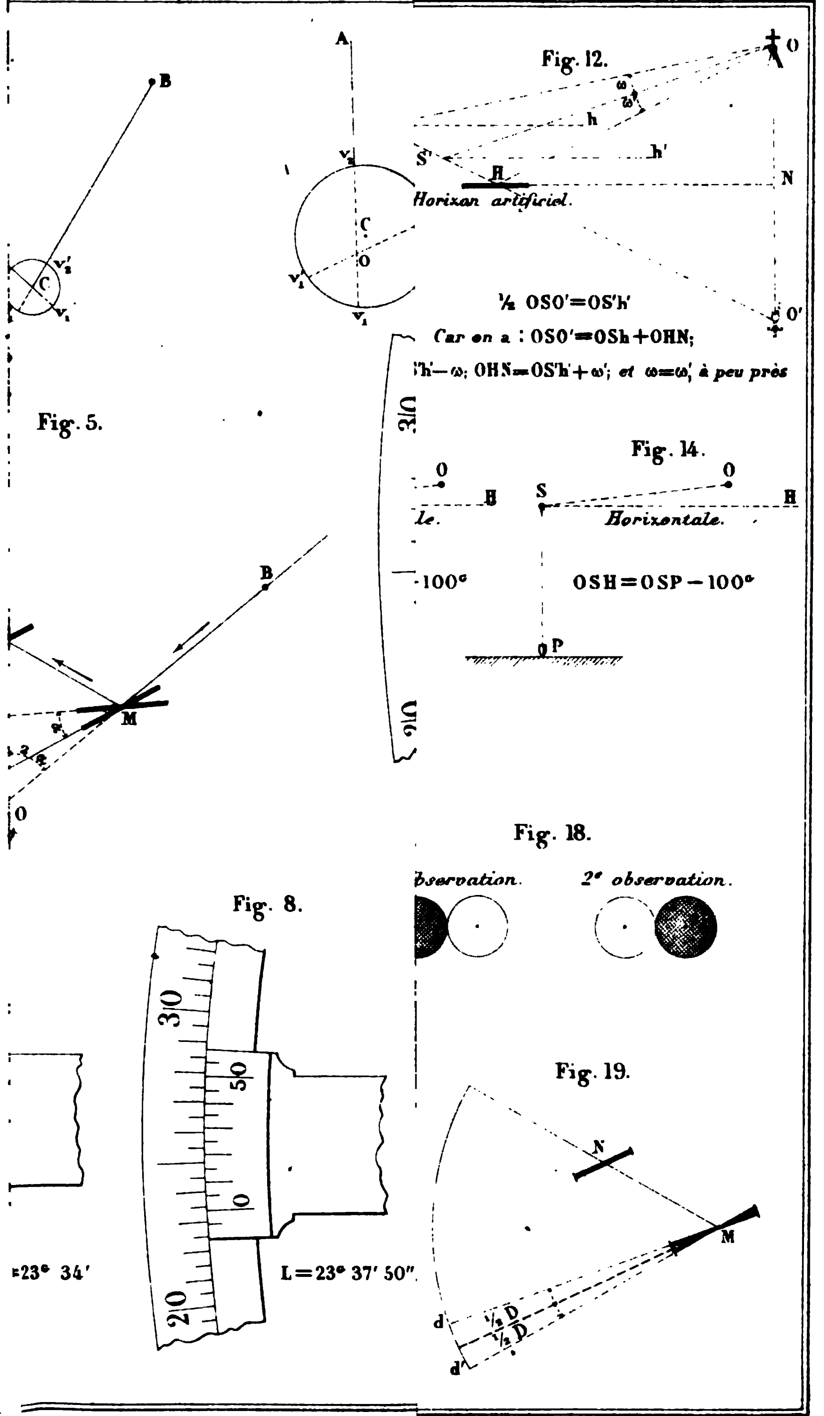
FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.



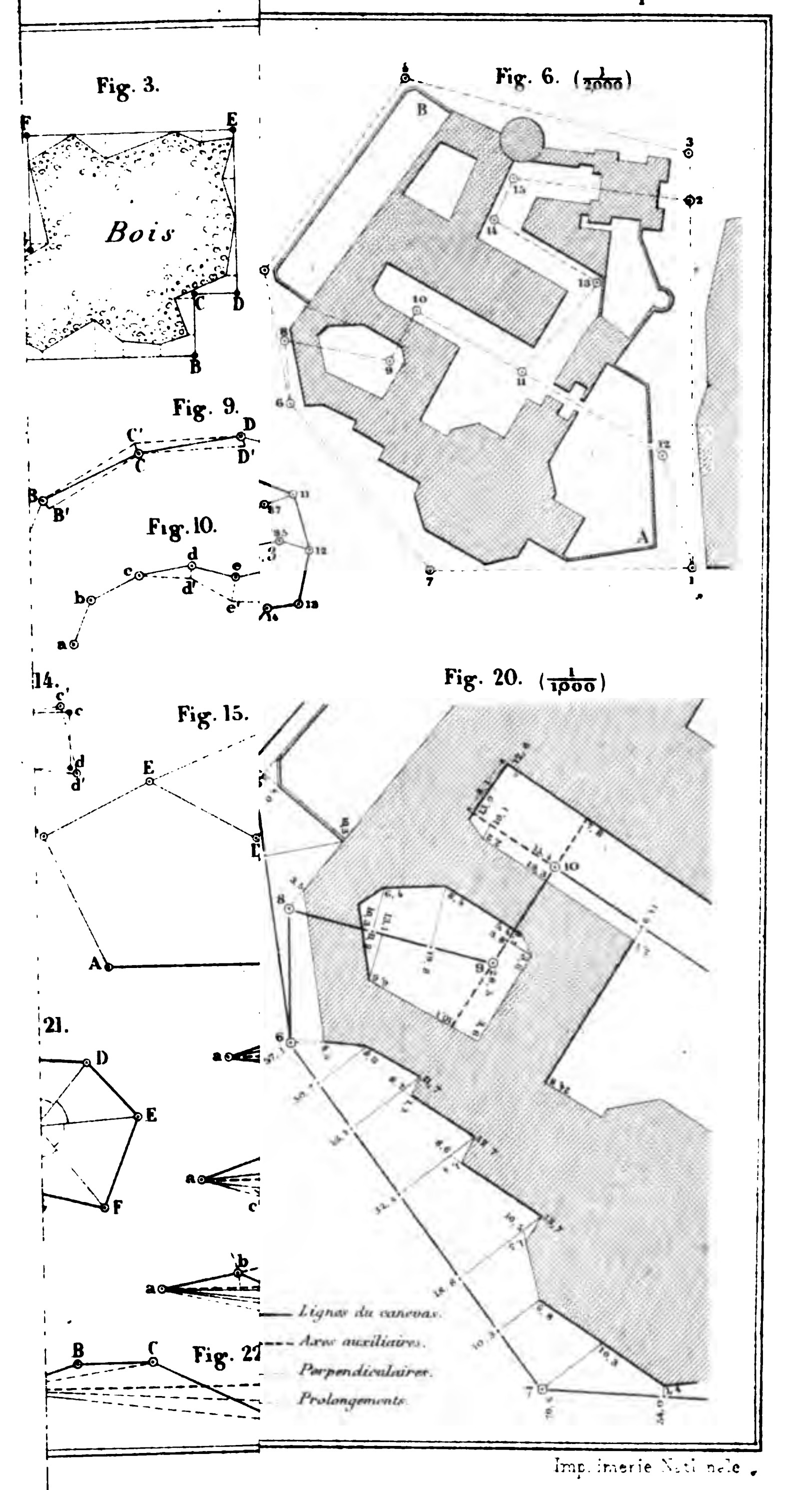
Imprimerie Nationale



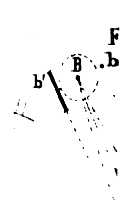
Imprimerie Nationale

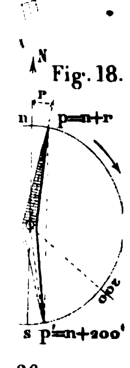


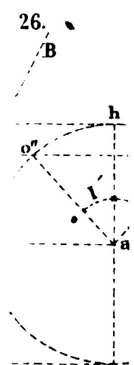
Imprimerie Nationale

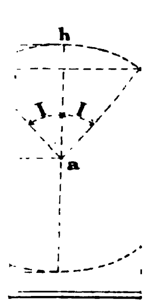


Imprimerie Nationale.


F
b
B
b'


N
Fig. 18.
n
p=n+r
s
p'=n+200'


26.
B
h
o"
a


h
a

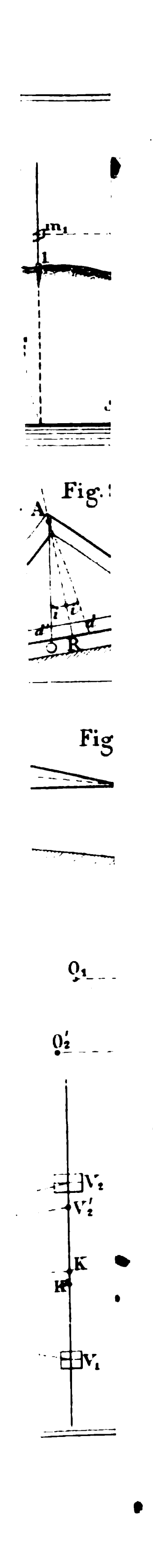
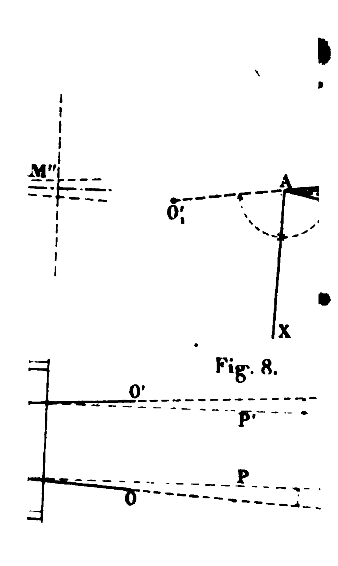


Fig.
Fig
A
R
K



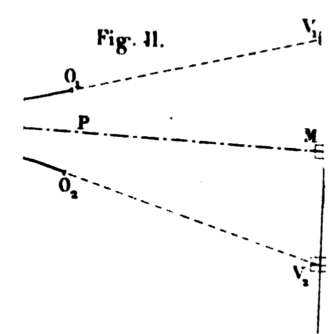
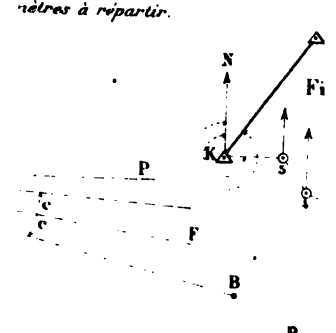
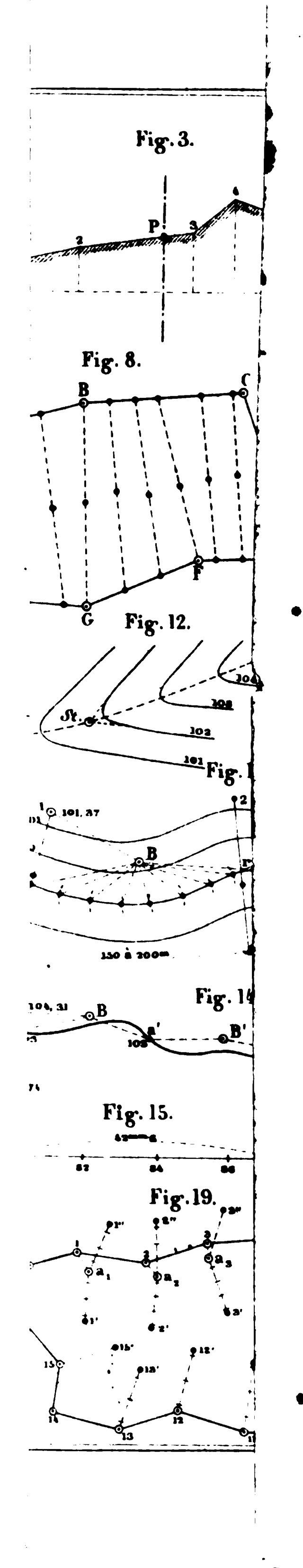


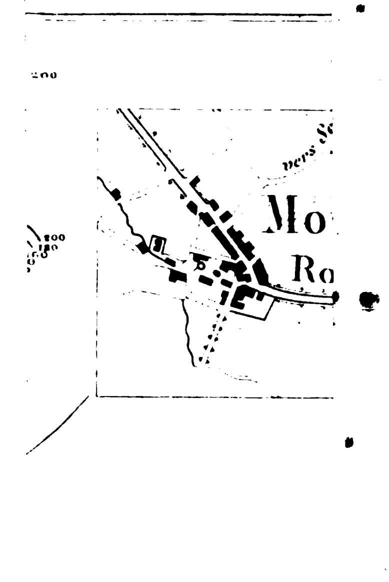
Fig. 15.

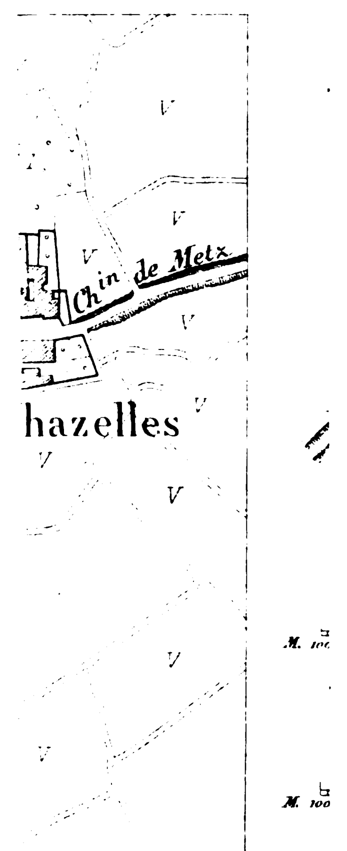
de niveau successives.

nètres à répartir.




Fig. 3.
P
Fig. 8.
B
C
F
G
Fig. 12.
St.
103
102
101
101, 37
B
150 à 200m
Fig. 15.
Fig. 19.
a₁
a₂
a₃


vers S
Mo
Ro

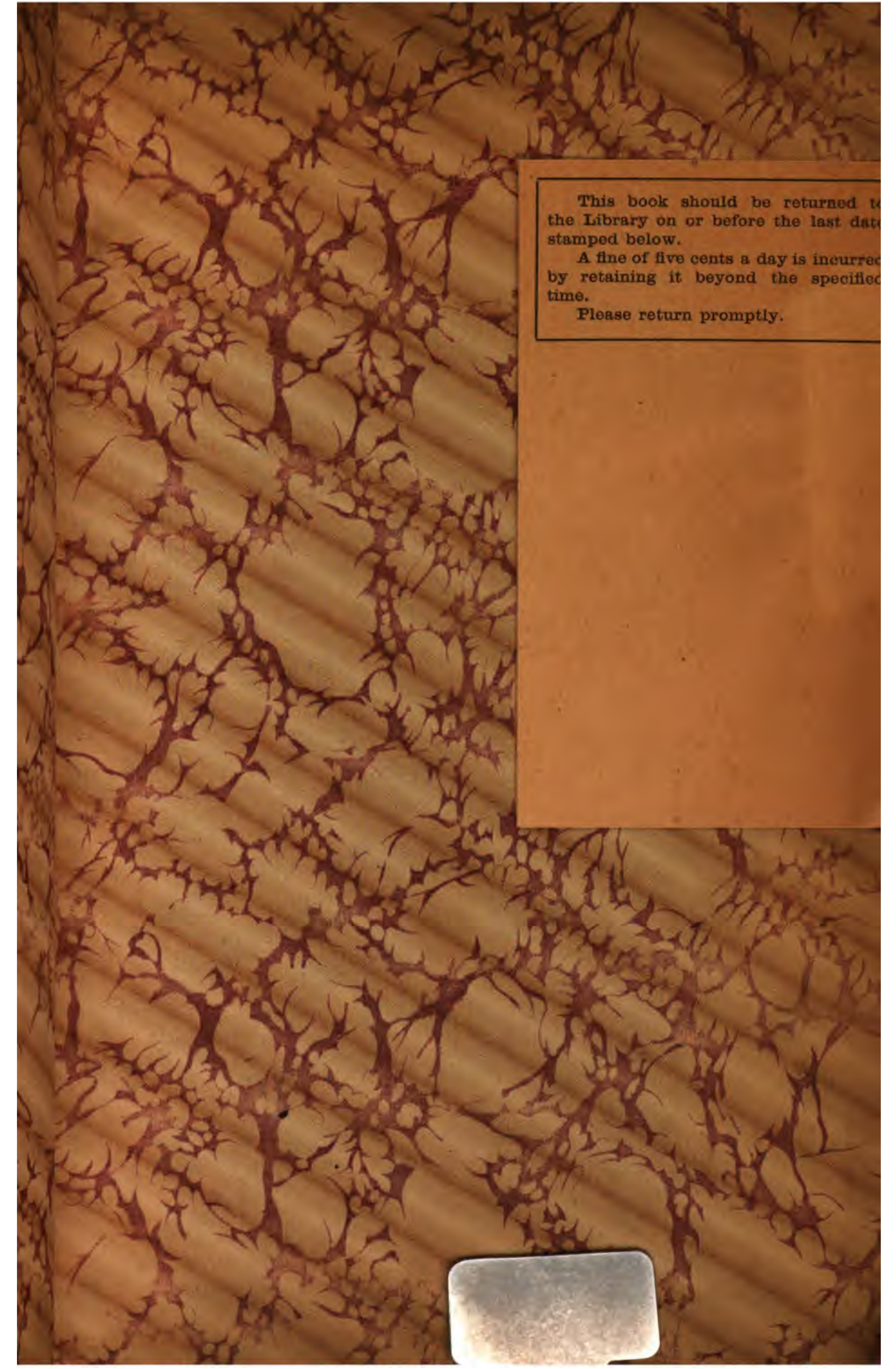

Ch^in de Metz
hazelles
M. 100



Changem
a
b
cylind
et so






This book should be returned t
the Library on or before the last dat
stamped below.
A fine of five cents a day is incurre
by retaining it beyond the specifie
time.
Please return promptly.

